出版前言

为了全面地、系统地反映当代经济学的全貌及其进程，总结与挖掘当代经济学已有的和潜在的成果，展示当代经济学新的发展方向，我们决定出版“当代经济学系列丛书”。

“当代经济学系列丛书”是大型的、高层次的、综合性的经济学术理论丛书。它包括三个子系列：(1)当代经济学文库；(2)当代经济学译库；(3)当代经济学教学参考书系。该丛书在学科领域方面，不仅着眼于各传统经济学科的新成果，更注重经济学前沿学科、边缘学科和综合学科的新成就；在选题的采择上，广泛联系海内外学者，努力开掘学术功力深厚、思想新颖独到、作品水平拔尖的“高、新、尖”著作。“文库”力求达到中国经济学界当前的最高水

平;“译库”翻译当代经济学的名人名著;“教学参考书系”则主要出版国外著名高等院校的通用教材。

本丛书致力于推动中国经济学的现代化和国际标准化,力图在一个不太长的时期内,从研究范围、研究内容、研究方法、分析技术等方面逐步完成中国经济学从传统向现代的转轨。我们渴望经济学家们支持我们的追求,向这套丛书提供高质量的标准经济学著作,进而为提高中国经济学的水平,使之立足于世界经济学之林而共同努力。

我们和经济学家一起瞻望着中国经济学的未来。

修订版序言

在《社会选择和福利》(*Social Choice and Welfare*)(Vol. 30, 2008)期刊中,安托瓦妮特(Antoinette Baujard)除了对本书缺乏练习而感到惋惜之外,对其他都给予了相当正面的好评。这种评价尤为中肯公正,因为这本入门书是写给初学者的。对于他们而言,了解他们自己是否正确理解了课本中所介绍的概念,以及一些可能对他们有些陌生的逻辑推理。在这次修订中,读者将会发现在 1~9 章每一章中,都有 8~9 个练习。有些练习非常容易,目的在于使得读者完全理解这一章节中所讨论的问题,还有一些问题有些“诡计多端”。拿起笔和纸来进行练习,会非常有启发和收获。在本书的最后,对有些练习的答案给予了提示。我非

常感谢贝金特(Nick Baigent)和魏马科(John Weymark)允许我使用了他们在他们社会选择理论课程中设计出来的一些练习。

此外,这个新版本还有少数增添和修改,使得本书条理更为清晰。我也希望能够感谢对于第一版做出评价和建议的《集体选择理论》的老师和学生们,这些都给予我很大的鼓励。我特别想要感谢佛里德(Greg Fried),因为他对于在第2.2节中阿罗—森证明讨论给出了建议。最后,我非常感激OUP,特别是卡若(Sarah Caro),才使新版的出版成为可能。

沃尔夫·盖特纳

(Wulf Gaertner)

序言和致谢

本书尝试介绍社会选择理论的相关知识，面对的读者不是那些已经了解了基本的社会选择理论的基础知识而现在想要学习掌握更多专门化的议题的读者。实际上，已有很多关于集体选择和相关议题的课本可以阅读。本书的对象是本科生和一年级的研究生，所需要的前提条件非常简单：掌握一些基本的集合理论和在 $\mathbb{R}^n$ 上映射的知识，主要目标是吸引读者关注加总个人偏好的问题。这些问题非常有意思，并且无论是对小型的社会还是庞大的社会都高度相关。尽管这个问题贯穿了这本入门书的各个章节，如果能激起读者的兴趣和好奇的探索之心，就非常有意义。还有很多的内容并没有包含其中，正如前面提过的，已经有大量的书籍能够指导那

些对于这些讨论有兴趣的读者。

这本社会选择理论的入门书的内容是基于作者在这些年中在不同地方所教授的各种课程的积累,这些也是长期与其他学者丰富讨论的成果,对于他们我感到非常感谢,他们是 Nick Baigent, Prasanta Pattanaik, Maurice Salles, Amartya Sen, Kotaro Suzumura, John Weymark, Yongsheng Xu。没有他们以及其他出色的学者良好的忠告和指导,这本书就根本不能写出来。我深深感谢他们的恩惠。

我也非常感谢在 Groningen 大学的 Constanze Binder,他认真地预读了本书的绝大多数章节的初稿。我从他那里获得了大量有趣又有益处的评论。我也非常感谢两位评审建设性的批评,非常感谢 Brigitte Arnold 帮助我将这大量的手稿转化为可以阅读的文件。我也想要感谢 Christian Aumann 为这本书的图表所做的杰出的工作。我们希望这些图表能够帮助读者更好地理解本书的内容。

来自伦敦经济学院 STICERD 的 Tim Besley 和 Frank Cowell 非常友善地将本书收入这个新系列丛书之中,对此特别感谢。最后但是非常重要的是,我希望感谢牛津出版社的 Sarah Caro 和她的同事们对于这本书出版所付出的心血。

目　　录

社会选择理论基础

1 介绍

1.1 基本问题

社会选择理论是关于如何做出集体决策(collective decision)的一种分析。社会选择理论源于如何对一个既定社区的成员或一个既定社会的公民的观点或价值做出清晰表达,以及试图推出一个集体的决定或声明。类似这样的情况被称为直接民主。事实上,在现代社会,更为普遍的民主政府可能是另一种形式,也就是代议制政府(representative government),其公共行为(public actions)依靠公民选举出来的公共官员进行管理。在本书中,我们将抽象出并进一步讨论这两种形式,毋庸置疑,对于一个既定社会的个人的偏好被“集合”为一个反映这个社会普遍观念或公意(general will)的社会偏好,这样听起来或多或少有些“技术化”。

在一个以市场作为支配机制的时代中,这类程序是否略显多余?未必是这样。有相当多的问题在决策时需要集体来做出。例如,试想国防开支、对于卫生保健或教育部门的投入。另一些例子还有,对于一个政党或委员会候选人的选举,或者更为常见

的，对于管理一个网球俱乐部的候选人的选择。这类决策是现代社会不可或缺的部分。此外，还有一种原因是因为“市场失灵”。诸如空气或噪音污染此类外部性的存在可能会导致严重的无效率，因而为了使得这些外部效应内部化[或者至少部分内部化(internalize)]，所以政策上的措施是有必要的。这类措施通常由委员会或政府的成员集体进行决定。很多时候，这些决策如此错综复杂，因而在某种程度上，某项措施对于这个社会的一个群体有利，但是与此同时，却不利于另外一个群体。即使在国内的有些产业部门有很高的可能性将遭停业破产时，是否还应该提倡自由贸易？绝大多数的消费者可能因为价格下降而增加了消费者剩余，所以更喜欢自由贸易。但是，对于因为外国公司进入市场而引起的大量竞争，并且导致失业的人而言，又将对此做何评价呢？

如何以透明而合理的方式做出这类决策？是存在一个确定的评价标准还是有若干可以选择的标准？是否可能存在被称为社会福利函数(social welfare function)的构造来说明社会的福利是这个社会所有成员的个人福利水平的一个函数？如果是这样，也许可以用 W 作为社会福利(welfare)或幸福(well-being)的一个指数：

$$W = f(w_1, w_2, \cdots, w_n)$$

那么我们就被质问，个人的 w_i，$i \in \{1, \cdots, n\}$ 意味着什么？是否 w_i 代表一般个人 i 的幸福或 i 的个人效用之类我们在微观经济学入门课程中所学到的概念呢？对于后者，我们可以写成：

$$W = g(u_1, u_2, \cdots, u_n)$$

是否能够论证 w_i 是个人幸福的一个普遍性的概念，以及 u_i 是一个较为狭义的概念？

通过这本书我们将会讨论一个难题：我们如何获得社会的 W？这个明确的答案在于映射 f 和 g 的性质和“函数”。在理论上，这些映射能够获得“所有这一切”的性质。有些人可能会认同，有些人或至少在有些例子中，认为难以置信。设映射 f 和 g 是可微分的，且：

$$\frac{\partial f}{\partial w_i} > 0, \text{对于所有的 } i \in \{1, \cdots, n\}$$

$$\frac{\partial g}{\partial u_i} > 0, \text{对于所有的 } i \in \{1, \cdots, n\}$$

要求 f 和 g 的方程一阶微分严格为正，意味着当任意的个人 i 的幸福或个人效用增长，福利就增长。这种性质称为帕累托性质(Paretian property)。绝大多数经济学家都极渴望发现这样一个函数，至少是在没有外部性的世界里。显然，帕累托性质在很大程度上使我们能够宣称，在某一个特定的政策，根据 w_i 或 u_i，来改善个人 i 的状况时，至少会使得一个人 j 的状况变坏。读者可能会记得我们在前面所谈及的自由贸易的例子。如果我们将我们的映射 f 和 g 分别写成如下方程：

$$W = w_1 + w_2 + \cdots + w_n,$$
$$W = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$$

这个问题就将相对容易解决。

但是，这两个等式有个特定的前提是，个人的价值 w_i 和 u_i 是基数可度量的(如同温度)并且在各种人之间是可以比较的。

说往往比做容易。经济学的历史已经见证了对于这个问题长久而激烈的争论。对于所有个人是否存在某些共同效用的尺度？那些关注这一辩论（或者积极参与到这场争论中）的人，将必然会记得对于这个问题讨论的激烈与火热程度。关于这个问题存在着各种各样的答案，并且我们在这本书的讨论中一定会回到这些问题上。

在这本入门书中，还有其他许多问题我们想要与读者分享：

- 社会选择是否基于二元（binary）或两两成对的（pair-wise）决策过程——众所周知的简单多数规则是对于阶层中特定的候选人——或者诸如位置排序过程这类非二元机制？在这些范畴中，博尔达规则（the Borda rule）是最为著名的例子。
- 是否有可能通过加总多种的偏好而产生社会决策并且仍旧赋予个人以自主权？换言之，一个社会中，是否个人不需惧怕其他绝大多数人的声明而去决定或塑造他们自己私人范围的某一特定方面？
- 我们能否有把握地认为，通常人们总是如实地反映他们的偏好？如果他们不这样，如何能够使他们反映出他们真实的偏好？
- 是否能够将分配（distributional）方面的问题纳入到加总个人偏好的过程中？一个人能否表达这样一个事实，即在社会中，一些人比其他人境况差甚至是处在该境况下最糟糕的阶段？
- 是否有这样的情况，选举计票并不是一个适合达成社会决策的方式，以及哪些阶段会出现类似这样的情况？

- 在社会选择理论中，是否有希望能够做出以实证为导向的分析？如果可以，如何能够实现呢？

我们希望通过以上所提出的问题，至少能够激起读者们的好奇心。

1.2 过去一瞥

对于麦克莱恩和伦敦(Mclean and London, 1990)而言，社会选择理论的起源可以追溯到13世纪末期，当勒尔(Ramon Lull)这个帕尔玛岛(Palma de Mallorca)的当地人设计了两个投票程序，与500年后众所周知的博尔达(Borda)规则和孔多塞(Condorcet)原则有着惊人的相似之处。但是也指出，《小普林尼的信》(*The Letters of Pliny the Younger*，约公元90年)，也描述了罗马参议院的无记名投票。在第5章，我们将回到普林尼(Pliny)，因为他的一封信中(例见Farquharson, 1969, pp. 57～60)，他讨论了一个在投票情形下偏好操纵(manipulation of preference)的例子。追溯到勒尔(Ramon Lull)，在他的小说《白色》(*Blanquerna*，约1283年)中，作者提出了一个详尽的两两对比的方法；在考虑每个候选人和其他候选人进行比较时，勒尔主张选举那个在两两比较中，总计票数最高的候选人。这个过程与博尔达(Borda)在1770年提出的理论相同，正如博尔达自己所证明的(Borda, 1781)，这个过程必定和我们在第6章讨论的他那著名的排列—排序(rank-order)方法产生同样的结果。一个持续的投票，如果存在一个所谓的孔多塞赢家，该程序就被提议结束。

然而,这个方法不一定能够检测出可能的循环,因为从逻辑上而言,不是每一个两两比较都可能决定出一个赢家。

有证据表明,库萨的尼古拉斯(Nicolaus Cusanus, 1434)研究过《选举的艺术》(*De Arte Eleccionis*),因此他了解勒尔的两两比较的孔多塞程序。然而,库萨对此采取了否定的态度,并且提出一个秘密投票作为博尔达排序方法的替代;因为,秘密投票对于策略投票而言有太多的机会和激励。麦克莱恩和伦敦指出,库萨"在原则上并且没有丝毫误解地"拒绝勒尔的孔多塞方法(1990, p. 106)。

1672年,普芬道夫(Pufendorf)出版了他的巨著《自然和国家的法》(*De Jure Naturae et Gentium*),这本书中除了其他方面他还讨论了投票加总、条件多数决定(qualified majorities),以及更令人吃惊的,在12世纪中期就已经为人所熟知的单峰(single-peaked)偏好这类偏好结构(参见,Lagerspetz, 1986; Gaertner, 2005)。在第3章和第5章,读者将会学到更多这类偏好。普芬道夫(Pufendorf)也已经强烈认识到了对于投票策略的操控,他提到了一个议程操控的例子,是古希腊的历史学家波利比奥斯(Polybios)所记载的,这个讨论类似蒲林尼(Pliny)的讨论,但是在时间上更为早一些。

相比于勒尔、库萨和普芬道夫的著作,博尔达和孔多塞的科学化的著作更为众所周知。孔多塞强烈地倡导一个二元概念,即候选人间的两两比较,而博尔达则关注在个人偏好排序上的候选人的情况。孔多塞广泛地讨论了对于个人偏好在特定多数原则下的候选人选举,并且可能他也是第一位指出对于很多特定的个人偏好组合存在着循环性的人。在第3章和第6章,我们会花相当一部分时间讨论其中相关的议题。

差不多一百多年后,《爱丽丝梦游仙境》(*Alice in Wonderland*)的作者,以路易斯·卡洛尔(Lewis Carroll)笔名出名的道奇森(Dodgson, 1876),明确地谈及了关于循环多数(cyclical majorities)的问题。道奇森以成对比较为基础,提出了一个规则,来避免类似这样的循环性。我们将在第 6 章讲述这个问题。麦克莱恩和伦敦指出,道奇森这位牛津基督教会学院(Christ Church College)的数学家,是在并不清楚他的前辈所做工作的情况下而独立做出这一研究的。

目前,我们取得了巨大的飞跃,并且西托夫斯基(Scitovsky, 1942)提出了一个简要的构想,也就是社区或社会的无差异曲线,它们可以依据在相互交换的情形下常用到的埃奇沃思盒(Edgeworth-box)来得到。基于社会中的每个个人光滑并且严格凸的无差异曲线的集,可以推出光滑的严格凸的社会无差异曲线的集,当且仅当社会中的每个个人对于人们之间给定的两个商品分配束是无差异的时候,这两个可相互替换的商品束(commodity bundles)就属于同一个社区的无差异曲线。西托夫斯基这个非常具有独创性的建构方法,是基于对于所有个体间任意两个商品的边际替代率是相等为必要条件的。社会无差异曲线的推导面对的更大的困难是当个人的无差异曲线不再是"漂亮的"曲率之时。另一方面,如果在基础教科书中对于个人给出的是无差异曲线,对于社会成员相互间的商品分配就可以得到光滑的社会无差异曲线集(详见如 Mishan, 1960; Ng, 1979)。

最后,我想要描述一下柏格森(Bergson, 1938)的社会福利(social welfare)方程,一个实值映射 W,该值取决于在给定时期中,影响一个社会福利的所有要素,如各种各样可消费商

品的数量，不同种类的工作量，每一生产单位中非劳动要素的数量，等等。诸如此类的社会福利函数 W 可能很自然地被归为我们先前谈到的帕累托条件（Paretian condition）中去，但是事实上未必如此。柏格森谈到对于具体目的的决策采取具体性质的方程［Bergson，1938（1966），pp. 8～26；1948（1966），pp. 213～216］。因此，如果所引入的价值命题（value propositions）要求在不导致其他人境况变坏的情况下不能使任何一个人的境况得以改善的这种最大化情形下，帕累托原则（the Pareto principle）是其中一个指导判断的原则。Suzumura（1999，p. 205）指出，在柏格森意义下的一个社会福利函数"是根植于相信任何价值判断的逻辑结果分析，无关于它们所代表的伦理信仰，无关于它们是否广泛地为社会所共享，无关于它们一开始是如何产生的，这是福利经济学工作所具有的合法性"。Suzumura 继续指出，"社会福利函数只不过是用来描述一个伦理信念的一种正式方式，这一信念就其完善性（complete）和对其他事物的可传递性（transitive）的意义上是理性化的（rational）"（p. 205）。某种意义上而言，一个帕累托福利函数是柏格森所建立的一个对于社会状态的排序，然而，帕累托条件仅仅提供了一个拟排序（quasi-ordering）。拟排序意味着这个原则不能够在帕累托最优之间进行区分。

1.3 基本形式体系

现在介绍一些将会在本书的各种阶段所使用到的符号和各式定义以及一些结构概念。将 $X = \{x, y, z, \cdots\}$ 表示为

所有可能的社会状态的集合，用 $N = \{1, \cdots, n\}$ 表示个人或投票人 $(n \geqslant 2)$ 的有限集。用 R 表示在 X 上的一个二元关系；R 是在 $X \times X$ 乘积上的一个有序对偶(ordered pairs)的子集。我们将 R 解释为关于 X 的偏好关系。无需任何指数，R 就引出了社会偏好关系。当我们谈到个人 i 的偏好关系时，我们就简单地记为 R_i。这种情况下，一对(x, y)作为 R 的关系将被记为 xRy；相反的情况下将被记为$\neg xRy$。如果对于所有的 $x \in X$: xRx 时，R 就具有反身性(reflexive)。如果对于所有的 $x, y \in X$, $x \neq y$: xRy 或 yRx，那么 R 就具有完备性(complete)。注意，这里的"或"是具有包含性的"或"。如果对于所有的 $x, y, z \in X$: $(xRx \wedge yRx) \rightarrow xRz$，那么 R 就被称为具有传递性。严格偏好关系(R 是非对称性的)将被记为 P: $xPy \leftrightarrow [xRy \wedge \neg yRx]$。无差异的关系($R$ 是对称性的)将被记为 I: $xIy \leftrightarrow [xRy \wedge yRx]$。如果 R 具有反身性、完备性和传递性，那么我们就称 R 为在 X 上的偏好排序(或称排序或完备的排序。很显然，这里可以得出对于所有的 x, $y \in X$: $xPy \leftrightarrow \neg yRx$ (R 的反身性和完备性对于得到这个结论是充分条件)，P 具有传递性，而 I 是等价关系；而且，对于所有的 $x, y, z \in X$: $(xRy \wedge yRz) \rightarrow xPz$。如果 P 具有传递性，R 就被称为具有拟传递性(quasi-transitive)。如果对于所有属于 X 的有限的序列 $\{x_1, \cdots, x_k\}$ 不存在 $x_1Px_2 \wedge x_2Px_3 \wedge \cdots \wedge x_{k-1}Px_k$，则 R 被称为非循环性。这就暗含着下列的顺序：R 传递性$\rightarrow R$ 拟传递性$\rightarrow R$ 非循环性。

在社会选择理论的背景下，对于 R、P 和 I 所代表的关系可以做出如下解释。xRy 意味着"x 至少和 y 一样好"；xPy 意味着"x 严格优于 y"，而 xIy 意味着"在 x 和 y 之间是

无差异的”。当二元关系 R 代表“至少一样好”时，我们称之为“弱排序”(weak ordering)。在一个严格或强排序中，二元关系被解释为“严格优于”。

现在我们引入集合 $S \subseteq X$ 中的极大元(a maximal element)的概念，也即集合 S 中最优项。

定义 1.1(最大集) 当且仅当不存在一项 y 满足 $y \in S$ 且 yPx，那么 $x \in S$ 是 S 的极大元。显然，集合 S 的极大元对于其他项都是严格关系 P，集合中的极大元在二元关系中就是那些不被占优的项。在 S 中，极大元的集合称为最大集，记为 $M(S, R)$。

定义 1.2(选择集) 当且仅当对于所有的 $y \in SxRy$ 成立，$x \in S$ 在二元关系 R 中是最优项(a best element)。集合 S 的最优项具有的性质是在给定的关系 R 中，至少优于所有 S 中的其他项。在 S 中最优项的集合被称为它的选择集，记为 $C(S, R)$。

注意，最优项通常是极大元。为什么？因为，如果有些项 $x \in S$ 是 S 中的最优项，就不会存在 S 中的其他项严格偏好于 x。相反的情况就不成立。考虑一个集合 $S = \{x, y\}$ 并且 xRy 和 yRx 都不成立(这种情况下，完备性就不被满足)。那么，对于 x 和 y 都是集合 $\{x, y\}$ 的最大项，但是它们都不是最优项。因此，对于有限集合 S，有 $C(S, R) \subset M(S, R)$。

为了说明选择集和最大集之间的区别，明确地引入非完备性(non-completeness)可能会非常有用。我们定义当且仅当 $[\neg xRy \wedge \neg yRx]$，那么 $x\, nc\, y$。这个关系可以应用到我们刚刚讨论的情况中。非完备性也是我们已经在第 1.2 节简要讨论过的帕累托关系中的一个特征。

注意,对于 $C(S, R)$ 和 $M(S, R)$ 都有可能是空集。考虑这样一种情况:xPy, yPz, zPx。在这种情况下,以不同的一项开始,都将会产生循环,这里既没有最优项,也没有任何一项比另外其他项在偏好关系 P 下占优。如果 S 是有限的并且 R 是一个排序,通常就存在:

$$C(S, R) = M(S, R) \neq \varnothing$$

现在,我们开始介绍一个重要的概念:选择函数。

定义 1.3(选择函数) X 是可行的、可选择项的有限集,K 是 X 的所有非空子集的集合。选择函数 $C: K \to K$ 对于所有 $S \in K$,都给 S 的非空子集 $C(S)$ 一个赋值。

为了说明对于每一个 $S \in K$,选择函数 $C(S)$ 都存在,相当于说,对于每一个 X 的非空子集都存在一个最优项。森(Sen, 1970b, p. 14)强调说"选择函数的存在性……对于理性选择而言相当重要"。我们将会更为清楚这一点。

首先,我想要说明森(Sen, 1970b)关于选择函数存在性的一个重要的结论[一个更早的结论也可以见冯·诺依曼和摩根斯坦(von Neumann and Morgenstern, 1944, ch. Ⅻ)]。而我们这里将采用森的证明。

定理 1.1 如果 R 具有反身性和完备性,一个选择函数的充分必要条件是,对于所定义的可选择项的有限集合 X,存在 R 是非循环性的。

证明:(1) 必要性。设 R 是循环性的。那么存在 X 中有可选择项的子集 k,满足 x_1Px_2, …, $x_{k-1}Px_k$, x_kPx_1。显然,在可供选择的子集 k 中不存在最优项,因此根据上面的定义在 X 不存在选择函数。

(2) 充分性。我们考虑两种情况:(a)所有可选择项都是无差异的。那么它们都是最优项,非循环性很容易就可以被满足,并且对于所有的 $S \in K$,选择函数是非空的。(b)如果情况(a)不成立,那么在 S 中有两种可选集,x_1 和 x_2,满足 x_2Px_1。当 x_3 满足 x_3Px_2 时,x_2 就不是 S 中的最优项。如果现在 x_1Px_3,那么因为 x_2Px_1,就与非循环的性质产生矛盾。因此,x_3Rx_1 并且 x_3 是$\{x_1, x_2, x_3\}$中的最优项。如果我们继续这种方法,我们能够穷尽所有 S 中的项,因为按照定义的假设它是有限的,因此这个选择集是非空的。

给定这个结论,从此我们可以将通过二元关系 R 产生的选择函数写为$C(S, R)$。森(Sen, 1970b, p. 16)解释到,三个可选择项以上的非循环性对于选择函数的存在性只是一个充分条件。三个可选择项以上的非循环性并不意味着对于所有集合都非循环。例如,对于有 x_1Px_2, x_2Px_3, x_3Px_4, x_4Px_1, x_1Ix_3 和 x_2Ix_4 的 $S=\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$。三项的非循环意味着对于所有的 $a, b, c \in \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$,不存在 $aPb \wedge bPc \wedge cPa$。这种非循环的成立很容易被证明。但是在 S 全集中就不成立,因为在全集中不存在最优项。

稍后在第 4 章,我们将会遇到社会决策函数的概念。这是一个社会加总规则(aggregation rule),其范围被限定在可选择项的全集 X 上,以及每一个可以导出选择函数 $C(S, R)$的偏好关系 R 上(Sen, 1970b, p. 52)。注意,在本书中,我们使用的"社会加总规则"和"集体选择规则"(collective choice rule)术语没有特定的意义,然而,例如"社会决策函数"和"阿罗社会福利函数"(Arrovian social welfare function),本书中的两个核心概念,有其特定的意义。

接下来,我们想讨论一下一致性(consistency)和理性选择。我们认为对于所有的 x, $y \in X$:

$$xR_c y,\text{当且仅当 } x \in C(\{x, y\}) \qquad (*)$$

对于任意这样的选择函数能够得到一个二元关系 R_c。

现在,我们定义通过二元关系 R_c 得出的选择函数对于任意非空集 $S \subseteq X$ 为:

$$\hat{C}(S, R_c) = \{x: x \in S \text{ 并且对于所有 } y \in S: xR_c y\} \qquad (**)$$

我们先前学到,给定反身性和完备性,R_c 的非循环性对于定义 $\hat{C}(S, R_c)$**是充分必要的**。二元关系得出了任意 $S \subseteq X$ **最优项的集**。R_c 有时被称为选择函数的基本关系。现在用标准的术语[例如,见(Sen, 1977a)]是对于所有 $S \in K$,当且仅当一个通过(*)的选择函数得到的二元关系 R_c,也可以由(**)的选择函数得到,这个选择函数就是"正常"或"可理性化的"。

最后,我们考虑两个选择的一致性条件,也就是,性质 α 和 β。

性质 α 是对于集合为收缩一致性条件。

性质 $\boldsymbol{\alpha}$　收缩一致性(contraction consistency)　对于所有的 $x \in S \subseteq T$,如果 $x \in C(T)$,那么 $x \in C(S)$。

性质 β 是对于集合为发散一致性条件。

性质 $\boldsymbol{\beta}$　发散一致性(expansion consistency)　对于所有的 x, y,如果 x, $y \in C(S)$ 并且 $S \subseteq T$,当且仅当 $y \in C(T)$ 那么 $x \in C(T)$。

以体育运动的例子来说明这两个条件。S 是班级中的女

生组，T 包含男生和女生。如果萨冰是全班跑一百米最快的人，那么萨冰也是在班级的女生组里跑百米最快的人。这就满足了性质 α。以选择理论的术语说，如果 x 是在集合 T 中最优项，那么 x 也是子集 S 的最优项，只要 x 包含在中。

如果萨冰和卡廷卡都是百米冲刺中最好的女生，那么萨冰和卡廷卡是在全班中跑步最快的人，或者她们两个人都不是跑步最快的人。这就满足了性质 β。按照选择理论的术语，如果 x 和 y 都是子集 S 中最优的，那么她们在超集 T(superset)中要么是最优的，要么就都不是。

当且仅当满足性质 α 和 β，结果是(例如见 Sen, 1977a)选择函数能够通过弱排序使其理性化。这意味着，通过 $C(\cdot)$ 得出二元关系 R_c 以及得到的 $\hat{C}(S, R_c)$ 在所有 $S \in K$ 上是完备和可传递的(也参见 Arrow, 1959)。

1.4 偏好加总——如何得到

这一节的目的在于证明在一个非常简单的情况下，如何能够做出社会选择。考虑在三个人中分蛋糕的情形，这三个人都对蛋糕的偏好是多多益善的，并且只考虑他们自己所得。因而，利他主义和恶意嫉妒在这里都不存在。在这个例子中，蛋糕只是一个货品。此外，我们假设(这个假设使我们的例子更简单)这里分蛋糕只有四种可能的方法，也就是：

$$x = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right); \quad y = \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right);$$

$$z=\left(0,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right);\quad w=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$$

需要重申的是，这三个人仅仅关心他们自己所得到的蛋糕。因此，下列的弱排序就显得更为合理：

1	2	3
x, y	x, z	y, z
w	w	w
z	y	x

这里的偏好必须从上往下看。在同样水平（或行）排列的可选择项的替代项被认为对于个体而言是相等的。现在我们想知道，什么样的社会选择将（可以）在这个三个人的社会中更可能被选择出来。为了回答这个问题，基于我们先前的讨论，我们必须引入各种集体选择规则。在本书中，这些规则将被更为准确地定义下来。

1. 简单多数规则

这个规则将在第 3 章被正式定义。我们假定读者甚至不需要适当的定义，也是熟悉简单计票“赞成”和“反对”这样的方式。基于简单多数规则，可选择项 w 将会被排除，而可选择项 x，y，z 则被证明是社会等价的。此时是一种随机机制被用来决定这三个选项中，最终选择哪一个。在这个例子中，使用多数原则并不意味着在给定的状态下，我们认为这个规则是一个“正当”(right)的机制。注意，这三个人中的其中两人能够串谋起来从第三个人那里拿走更多的蛋糕。但是，这点不是我们目前所关心的。我们仅仅只是讨论在这个给定状态下，可能的加总规则。

2. 博尔达排列—排序规则

上面简单地谈到了博尔达规则(Borda rule),在第 6 章将会详细进行论述,这是一个在所有可选择项中加以排列的规则。在给定的例子中,同一行的两项,最优的选择是每个人获得 2.5 的排位,w 得到的权重为 1,并且在所有的排列中最差的选择得到的权重为 0。因此按照博尔达的方法,最终的选择也是在 x, y, z 中做出。

3. 功利主义的方法

这里以及接下来的两个例子的主张是基于一个前提,就是用简单线性的效用方程来表示蛋糕的数量。换而言之,$u\left(\frac{1}{2}\text{蛋糕}\right)=\frac{1}{2}$, $u\left(\frac{1}{3}\text{蛋糕}\right)=\frac{1}{3}$, $u(\text{没有蛋糕})=0$,并且这里的应用对于所有个人来说都是相同的。现在,我们使用的是海萨尼(Harsanyi)1955 年的一个模型(见第 7 章),并且做出如下的假定:存在一个所谓的伦理的观察者(ethical observer),按照最大化社会加总的效用来决定对于蛋糕的分配。在这个过程中,假设每一个个人都平等地有 1/3 的概率处于三种状态中的一种。设 $Eu(x)$, $Eu(y)$, …作为对于可选择项 x, y, …的期望效用。那么我们可以得到:

$$Eu(x)=1/3\cdot 1/2+1/3\cdot 1/2+1/3\cdot 0=1/3$$

$$Eu(y)=1/3\cdot 1/2+0+1/3\cdot 1/2=1/3$$

$$Eu(z)=0+1/3\cdot 1/2+1/3\cdot 1/2=1/3$$

$$Eu(w)=1/3\cdot 1/3+1/3\cdot 1/3+1/3\cdot 1/3=1/3$$

按照这个过程,所有这四种可选择项都是社会等价的。

4. 最大化最不利人的处境

根据这个准则和先前假定的共同效用函数,必须采取的选择是保证处在最不利状况下的人他的可能最大化效用的水平。为了弄清楚在这四个选择中,哪个人是处在最坏状态下,考虑下面的矩阵:

	1	2	3
x	1/2	1/2	0
y	1/2	0	1/2
z	0	1/2	1/2
w	1/3	1/3	1/3

很明显,只有在选择集 w 下,处境最差者的效用水平是最高的(更多的细节参见第 7 章)。

5. 最大化效用的乘积

我们现在考虑一个和先前方法略有不同的方法。深入的讨论将会在第 8 章展开。我们假定这三个吃蛋糕的人在分蛋糕前的效用是 0。现在,我们从初始的 0 开始计算来寻找使这三个人效用乘积最大化的选择。

我们得到:

$$N(x) = 1/2 \cdot 1/2 \cdot 0 = 0$$

$$N(y) = 1/2 \cdot 0 \cdot 1/2 = 0$$

$$N(z) = 0 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 0$$

$$N(w) = 1/3 \cdot 1/3 \cdot 1/3 = 1/27$$

根据这个方法,存在独一的优胜者,也就是可选集 w。

我们还能够继续讨论其他分析方法,但是我们不再打算

这样做，希望以上的例子已经充分地提供了关于集体选择大致不同方式的应用。

1.5 信息方面

刚入门的读者（一本入门书的绝大多数读者可能属于这一群体）会好奇我们现在将讨论什么。我们希望简洁地总结为几个方面：(1)信息约束，排除“其他”可选择项中的信息。(2)“福利主义式”的观点。(3)关于可以使用效用信息的信息约束。

(1) 当一个社会集体决策是否实施税收政策 a，或者可选择项政策 b，或政策 c，或政策 d 时，例如在 a 和 b 之间的决策是否应该取决于 c 和(或) d 相关的信息？首先，后者的信息主要是关于偏好的信息。a 的偏好方面和 c 的关系如何，与 d 的关系如何？b 和 c 或 d 之间的关系又如何？在 a 和 b 之间的社会选择是否和这些信息相关？这里并没有一个简单清晰的答案以供回答这些问题。当在 a 和 b 之间进行社会选择时，简单多数规则的决策没有考虑其他选择的相关信息。博尔达规则（回忆我们先前例子中提出的两个机制）相当广泛地使用了诸如此类的信息。博尔达规则考虑了这些可供选择项的排列或所处位置(position)。当可选择集被“嵌入”(embedding)在它的环境中时（也就是其他可行的选择项）时，“位置”这个词将变得空洞而不再被考虑。状态主义规则(positionalist rules)注意到这样一个事实，也就是可选择项 x 是处于“接近”另外一个可选择项 y 或在其他状态下“远离”y 之间

的。在阿罗相当著名的关于社会选择的著作中，其1963年第二版中，给出了为什么可以忽视其他信息的理由。如“不相关”选择，就是非常合理的解释。其中之一是“……这种不相关选择的独立性(independent of irrelevant alternatives)，这样的社会决策过程有很强的现实优势。毕竟，众所周知的选举制度就是符合这种情况的。”(Arrow, 1951, 1963, p. 110)。当涉及独立性条件时，柏格森(Bergson, 1976)完全不同意这点，他指出，“这意味着在伦理上相关的信息被废弃”(p. 184)。不相关可选择项(irrelevant alternatives)的议题在我们下面的章节中将会占有相当的篇幅来讨论。

(2) 我们将在下一章看到，这种在不相关选择之间切断信息的情况将会被舍弃，并且也会和另外一个条件，即那种在所有选择中忽视所有的非效用(non-utility)信息的情形，结合起来。这个结果在“福利主义”(welfarism)这个标题下得到广泛的讨论。什么样的信息可以被贴上非效用的信息？这可能源于权利(rights)或权益(entitlements)(Nozick, 1974)，以往历史信息的保留和继承，或者其他方式的权利主张(claims)。在社会中，一个在精神或肉体上有缺陷的人拥有(或者至少应当拥有)活着的这种特定的权利。不能因为证明这是一种较低等的效用价值(utility values)而拒绝这项权利，特别是对于那些精神上有缺陷的人。穷人也不必然反映了一种较低的效用价值。缺乏自我教育可能模糊地表达了这点。对于个人权利，森(Sen, 1987)写道，“如果声称一个人应该是自由地去做他或她想要做的纯粹个人的事，这个断言就是基于这些选择其‘个人本质’(personal nature)的非效用(功利)的特征，而不是主要基于效用(功利)的考量”。在之后

的章节中也会更多涉及这个问题。

(3) 读者可能会记得在微观经济学课堂里所学的纯粹序数方法中，按所给的信息而言，任何给定的效用函数实际上是与作为该函数严格递增的变换形式的任一其他函数相同的。按照可以使用的信息而言，商品束 a 相比商品束 b 是否偏好、或者无差别或不偏好，或者用效用指数的形式表达，是否 a 比 [illegible] 高，或相等，或者较低的效用指数。这种方法不允许我们说在两个商品束 a 和 b 之间存在效用差别(utility difference [illegible] [illegible]。因此我们只能指出，任何 [illegible] 一种形式的效用函数 [illegible] 的信息，这意味着 [illegible]

[illegible]

时，简单多数规则的决策没有考虑其他选择的相关信息。博尔达规则(回忆我们先前例子中提出的两个机制)相当广泛地使用了诸如此类的信息。博尔达规则考虑了这些可供选择项的排列或所处位置(position)。当可选择集被“嵌入”(embedding)在它的环境中时(也就是其他可行的选择项)时，“位置”这个词将变得空洞而不再被考虑。状态主义规则(positionalist rules)注意到这样一个事实，也就是可选择项 x 是处于“接近”另外一个可选择项 y 或在其他状态下“远离” y 之间

度单位。

所有这些就是社会选择理论要研究的吗？提出这样的问题完全合情合理。区分不同的集体选择理论的一个方法是考虑每一个所设置的信息条件(informational requirements)。假设可测量性的前提，那么详细指出哪种类型的变换不需要改变个人所能够使用的信息就可以被应用到个人效用函数中。换句话说，不同的信息设置与不同的解的概念相联系。在第 2 章，我们将会详细地讨论阿罗著名的不可能结论。这个结果建立在纯粹序数的框架之上，例如，不能形成效用差别和彼此间进行效用比较，即使进一步使用较多的信息，也不能在人们之间比较其效用值。一些学者认为，对于阿罗这种消极性的结论产生的主要原因在于在他的方法中信息被过度简化了。在第 2.4 节中阿罗定理的第三种证明中，这个“事实”将被充分地用来建立这个结果(尽管阿罗定理的前面两种证明显得非常清晰有力，并且信息阻碍的结果可能来自不相关可选择项)。

功利主义考虑跨个人之间的得和失，使得能够建立效用差别，进一步能够进行人际比较，并且人际效用的加总都成为可能。罗尔斯式(Rawlsian)的方法是序数的，但是允许跨人际的效用水平的比较。通过基数的框架可以得到讨价还价解。然而，最知名的两个解的概念都避免进行任何人际效用[illegible]

[illegible]信服，在社会[illegible]

[illegible]是基于这些选择其‘个人本质’(personal nature)的[illegible]

(功利)的特征，而不是主要基于效用(功利)的考虑”。[illegible]

的章节中也会更多涉及这个问题。

(3) 读者可能会记得在微观经济学课堂里所学的纯粹序数方法中，按所给的信息而言，任何给定的效用函数实际上是与作为该函数严格递增的变换形式的任一其他函数相同的。按照可以使用的信息而言，商品束 a 相比商品束 b 是否偏好，或者无差别或不偏好，或者用效用指数的形式表达，是否 a 比 b 高，或相等，或者较低的效用指数。这种方法不允许我们说在两个商品束 a 和 b 之间存在效用差别(utility differences)，也不能指出效用的绝对水平。因此我们只能指出，任何效用函数通过严格单调变化转化为另外一种形式的效用函数，该函数和原函数给出了同样精确的信息，这意味着信息等价变换的类型非常多样。

等价信息变换的类型在基数效用价值的例子中就变得较为罕见，只能是在正仿射变换才能够这样，这是严格递增变换类型中的一个严格子集。在这个"世界"里，考虑效用差别是有意义的，例如，在商品束 a 和 b 之间。此外，比较 a 和 b 之间的效用差别与比较商品束 c 和 d 之间的效用差别是不同的，这一点非常合理。一个恰当的类比是温度的概念，考虑纽约和伦敦的温度，比如说，在 7 月的某一天，并且比较两个城市的温差与洛杉矶和罗马之间的温差。既可以用摄氏温度也可以用华氏温度(或者以其他的刻度为基础)。并且如果结果是纽约和伦敦间的温差高于洛杉矶和罗马间的温差，那么能够宣称其结果独立于我们使用摄氏温度还是华氏温度(当然，温差的绝对数值将会是不同的)。从摄氏温度转化到华氏温度(或者相反)不需要别的，只需使用正仿射变换将摄氏温度转化为华氏温度(或者相反)。正仿射变换能够改变原点和刻

度单位。

所有这些就是社会选择理论要研究的吗？提出这样的问题完全合情合理。区分不同的集体选择理论的一个方法是考虑每一个所设置的信息条件(informational requirements)。假设可测量性的前提，那么详细指出哪种类型的变换不需要改变个人所能够使用的信息就可以被应用到个人效用函数中。换句话说，不同的信息设置与不同的解的概念相联系。在第 2 章，我们将会详细地讨论阿罗著名的不可能结论。这个结果建立在纯粹序数的框架之上，例如，不能形成效用差别和彼此间进行效用比较，即使进一步使用较多的信息，也不能在人们之间比较其效用值。一些学者认为，对于阿罗这种消极性的结论产生的主要原因在于在他的方法中信息被过度简化了。在第 2.4 节中阿罗定理的第三种证明中，这个“事实”将被充分地用来建立这个结果(尽管阿罗定理的前面两种证明显得非常清晰有力，并且信息阻碍的结果可能来自不相关可选择项)。

功利主义考虑跨个人之间的得和失，使得能够建立效用差别，进一步能够进行人际比较，并且人际效用的加总都成为可能。罗尔斯式(Rawlsian)的方法是序数的，但是允许跨人际的效用水平的比较。通过基数的框架可以得到讨价还价解，然而，最知名的两个解的概念都避免进行任何人际效用比较。

这个论证归根到底，我们是希望能够使读者信服，在社会选择理论中区分绝大多数的方法，信息方面的考虑是相当有力的一个工具。这些关于可选择项的信息能够根据各种选择的位置信息而得到；可以根据关于可选择项和人们之间的或

多或少的效用信息而得到。

1.6 指点迷津，如何阅读本书

让我们简单地介绍一下这本入门书的内容。第 2 章讨论著名的阿罗不可能定理。我们将呈现出这个结果的三种不同方法的证明。每一种证明都强调了不同的方面，即：个人决断的仿效性（contagion property），独立性条件（independence condition）的作用，以及最后，关于阿罗所建立的信息方面的内容。第 3 章检验不同领域的个人偏好的约束条件。这个检验的目的是考虑到在多数决策的方法下，如何避免诸如偏好循环这样“非理性”的社会选择。最突出的带有约束性的检验是单峰性偏好条件。第 4 章将讨论个人权利的行使。起始点是森的非常具有影响的“帕累托自由的不可能”的结果。我们将会追问在哪种条件下个人权利的行使具有一致性将成为可能，我们也将会提出一种博弈形式的权利的构造并且和森最初社会选择所设定的做一对比。

第 5 章讨论另一个著名的不可能结果，关于防止策略（strategy-proof）中的决策规则的吉伯—萨特维定理（Gibbard-Satterthwaite theorem）。我们也将提出穆林（Moulin）一般化的中位数投票人方案（median voter scheme）。另外，单峰性偏好的性质证明对于解决这些不可能性是非常成功的。

第 6 章关注那些设计出来用来避免各种问题的社会选择规则，特别是关注简单多数投票中因为社会偏好的循环所产生的选择为空集的情况。一个著名的例子是博尔达的排序方

法。我们将从目前议会制的历史中提炼出一个例子，来说明不同的选择规则可能产生完全不同的结果。

分配正义的替代性理论是第 7 章的主题。两个主要的“竞争者”，即功利主义和罗尔斯式最大最小化(maxmin)或字典式排序(lexmin)原则，将被进行对比。为了说明这些，就必须要拓展效用信息的信息基础，不同类型间的人际比较才成为可能。

第 8 章讨论讨价还价的各种方法。最根本的构想是从一个特定的现状点(status quo point)开始，人们为了互利互惠而进行合作。读者将会看到，在这里和标准的社会选择理论有着非常实质性的区别。但是它们之间也具有相似性，特别是涉及纳什讨价还价解时。后者能够被解释为，通过使所有参与者获得的净效用收益的乘积最大化所得到的社会结果。

第 9 章探索的是两种不同、但在某种程度上相关的方式，用以确定人们是怎样评估一些特定情形的，这些特定情形是受需求、效率或仅仅是品味差别所塑造的。“实证的社会选择”(empirical social choice)是一个最近出现的现象，至少和大致在 40 年前就开始的实验博弈论的领域中有着大量的文献相比而言。

最后一章，第 10 章，明显略超一本入门书所涉及的范围。在其他的主题中，我们将会简要讲述在连续空间下的加总规则。

说了这么多，读者应该如何开始呢？对于所有人而言，第 2 章的阿罗定理是一个起点。当然，如果读者依次地阅读所有的章节，那显然相当不错。然而，如果读者仅仅对社会选择理论的信息方面特别感兴趣，在学习了第 2 章的阿罗定理

的不同证明方法后,可以直接去看第 7 章和第 8 章。那些主要兴趣在社会选择理论中无处不在的不可能定理上的读者,可能喜欢从第 2 章开始,再去读第 4 章和第 5 章。那些兴趣在避免循环性的社会选择方法上的读者,可能喜欢读第 2、第 3 和第 6 章,并且也可以看看本书的其他章节。

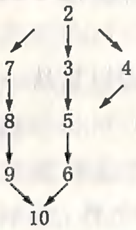


图 1.1

对于第 1.3 节的正式概念需要花些时间理解,这本书有各种不同的方法来阅读,但都不是太难理解。在每一章的结尾,有一些推荐阅读的材料。通过参考文献,对于本书中讨论的问题能够有更详细的说明。图 1.1 描绘出了我们刚刚谈到的不同的阅读方法。这些选择也可以给教师做参考。

1.7 练习

1. 证明如果 R 是反身性、完备性和传递性的,那么对于所有的 $x, y, z \in X$:

   (a) $(xIy \wedge yIz) \rightarrow xIz$;

   (b) $(xPy \wedge yRz) \rightarrow xPz$。

2. 假设 R 是在集合 $X=\{x, y, z, w\}$ 上的一个排序,其中,xIy, yPz, zPw。求其选择集。

3. 证明如果 $S \subset X$ 是有限的,并且 R 在 S 上是反身性、完备性和拟一传递性的,那么 $C(S, R)$ 是非空集。

4. 求在 $X=\{x, y, z\}$ 和在 X 上的二元关系 R, R 是反身性、完备性,且有 xPy, yPz 和 zPx 的选择集和最大化

集合。

5. 假设一个个人从集合 $S=\{$花生,矿泉水,苹果汁$\}$ 选择花生和苹果汁,而从集合 $T=\{$花生,矿泉水,苹果汁,啤酒$\}$ 中选择花生和啤酒。是否这些选择和扩展的一致性的性质相容?请讨论。
6. 设 $S=\{x, y, z\}$ 和 $C=(S, R)$ 是对于所有 S 的非空子集的非空集合。此外,有 $C(\{x, y, z\}, R)=\{z\}$, $C(\{x, y\}, R)=\{x\}$, $C(\{y, z\}, R)=\{y\}$ 和 $C(\{x, z\}, R)=\{x\}$。根据性质 α 和 β,来讨论这个选择情形。
7. 设 F 表示华氏温度,C 表示摄氏温度。在 F 中的 $32°$ 等同于在 C 上的 $0°$;在 F 中的 $68°$ 等同于在 C 上的 $20°$ 请详细说明 $F(C)$ 和 $C(F)$ 的映射。是否 F 的值是基于 C 值的正仿射变换,或是相反?
8. 在摄氏温度中,选择是个不同的温度水平,并且证明在摄氏温度中这四个不同温度的排序,在华氏温度下也保持不变。

2 阿罗的不可能结论

2.1 公理体系和定理

1951 年，当阿罗证明了社会福利函数通常不可能存在时，相当多的福利经济学家感到困扰。难道柏格森(Bergson, 1938)在他开创性的论文中不能够发展社会福利函数的概念？难道萨缪尔森(Samuelson, 1947)不能够成功地在不同福利—经济分析中应用这个概念？哪里出错了？是阿罗正确而柏格森和萨缪尔森错误，还是恰恰另有隐情？

首先，在阿罗考虑的加总机制范围，这样一种任何逻辑个体偏好的可能集合上所指定的社会排序(多重层面的方法)，阿罗的社会福利函数的概念不同于柏格森-萨缪尔森(Bergson-Samuelson)的概念。柏格森所声称的是，对于给定的个体偏好集，通常存在一个实值能够代表该社会的排序(单一或固定组合的方法)。并且，尽管柏格森强调，当分析一个社会的福利时，可以引入任何一套价值命题(value propositions)(见第 1.2 节)，而阿罗则特别指出基本的命题过程应该是能够满足将任何的个体排序集所映射成的一个社会偏好。

让我们来思考一些例子。想象一个社会中的 n 个成员，他们中的一个人坚持表达一个这个社会其他成员都视为不能接受或者至少非常奇怪的观点。因而，这个加总方案可能总是这个特殊的人偏好 a 甚于 b，社会却偏好 b 甚于 a。现在，让我们假设对于两个特别的选择 c 和 d，对于这两个偏好恰好对于全体而言是完全一致的。例如，每一个人都严格偏好 c 甚于 d。是否社会应该现在偏好 d 甚于 c 呢？这个结果在某种程度上违反了其中的一个基本性质，就是下面将要定义的弱帕累托原则(the weak Pareto principle)。

另外一个加总规则能够说明无论何时在社会成员所做出决策的选择中，一个特别的选择 z 是其社会成员通常愿意选择，则其应当比其他的选择更受到偏好。如果要求这个规则应用到给定的个人偏好集中，那么在某种程度上与帕累托原则也会产生矛盾。

最后，第三个例子。设想在社会选择 x 和 y 之间做出决定，不仅仅要考虑在这两个选择里的个人偏好，而且对于在 x 和其他选择 z 和 w 之间的个人偏好，以及在 y 和其他选择 z 和 w 之间的个人偏好都需要考虑。实际上，这正是一种加总规则。另外，阿罗的基本性质之一在我们将要看到的例子中也将被违反。

现在，我们希望能够更加详细地说明并讨论阿罗一般性的结果。为了做到这些，我们将使用第 1.3 节中所介绍的概念和定义。

用 ε 表示在 X 上偏好排序的集合并且 ε' 代表了满足特殊约束的一个序列子集。用 ε'^n 表示笛卡尔 n 次乘积 $\varepsilon' \times \cdots \times \varepsilon'$，$\varepsilon'^n$ 中的一项是 n 元组的偏好序列 $(R_1, \cdots, R_n)$ 或由 n 个

社会成员组成的偏好排序。

在阿罗定义下，社会福利函数是从 ε'^n 映射到 ε。阿罗的基本结论是说，如果我们用 $f(R_1, \cdots, R_n)$ 来表示满足如下四个条件的映射，那么该社会福利函数就不存在：

条件 U（非限定的定义域） 映射 f 的定义域包括了在 $X(\varepsilon' = \varepsilon)$ 上的所有逻辑可能的 n 元组的个人排序。

条件 P（弱帕累托原则） 对于在 X 上的任意 x，y，如果社会上的每个人都严格偏好 x 甚于 y，那么 xPy。

条件 I（不相关选择的独立性） 如果对于两组个人排序 $(R_1, \cdots, R_n)$ 和 $(R'_1, \cdots, R'_n)$，社会上的每个个人对于任何两个选择 x 和 y，完全都有同样的偏好，那么对于 x 和 y 的社会偏好就这两组排序而言，也是相同的。换句话说，如果对于任意的一组 x 和 y 和所有的 i，有 xR_iy 当且仅当 xR'_iy，且 yR_ix 当且仅当 yR'_ix，那么 $f(R_1, \cdots, R_n)$ 和 $f(R'_1, \cdots, R'_n)$ 对于 x 和 y 的排序必然完全相同。

条件 D（非独裁性） 对于 f 的定义域中所有的组合和所有在 X 上的每对选择 x 和 y，社会不存在个体 i 使得有如果 xP_iy，那么有 xPy。

条件 U 要求事先没有个人偏好排序被排除。即使是“最为怪异”的排序也应该被考虑进来。条件 P，即弱帕累托规则，规定如果所有的个人都一致同意严格偏好 x 甚于选择 y，那么对于社会偏好而言同样也成立。条件 I，相比其他条件而言，理解起来可能有些难度，其在信息要求上对于社会福利函数很少。更为具体地说，如果社会对于某些成对的选择 (x, y) 进行决策，在社会在 x 和 y 之间做出决策时，只要考虑关于这些成对的个人偏好就可以。在 x 和第三个选择 z 以及

在 y 和 z 之间的偏好,可以不用考虑,也不用考虑在 z 和第四个选择 w 在社会选择中所起的作用。最后,社会中不存在某个个人偏好满足任何时候这个人严格偏好 x 甚于 y,也就是说,这个偏好必须成为社会偏好;而且,对于 X 中所有成对的可选择项和在 f 的定义域中所有组都是这样。在偏好加总过程中,通常按照他们的严格偏好能够起到独裁作用的人,在这里将会被排除。

关于阿罗,我们说在 f 上的四个条件(或者五个条件,如果要求社会偏好关系的排序被视为一个单独条件)是必要的,意思是:"这四个条件总括起来是用一种非常一般化的形式表达了公民主权和理性的教义,允许公民持有一套范围较广的价值观。"(Arrow, 1951, 1963, p. 31)。主权方面很清楚地在条件 U、条件 P 和条件 D 上被展示出来。

定理 2.1(阿罗普遍不可能定理(1951, 1963)) 对于有限数量的个人并且至少存在三个不同的社会可选择项,那么不存在一个社会福利函数 f 能够满足条件 U、条件 P、条件 I 和条件 D。

2.2 最初的证明

接下来的内容,我们将证明阿罗的结论。实际上,对于这个定理,我们将会提供三种不同的证明方法。这些证明方法突出了他的不可能结论的不同方面,并且我们希望证明这个定理的三种方法能够最终提供充分的洞察来说明,为什么这是一个普遍性的不可能定理。第一种证明非常类似在 1963 年

版阿罗(Arrow, 1963)的书中他自己的证明,以及 1970 年森(Sen, 1970)的书中第三章他所给出的证明。显而易见两种证明都展示了在有限个选择集上,通过在一些成对的社会选择的决策扩展到所有成对的选择的决策。这个现象有时被称为仿效性(contagion property)。森(Sen, 1995)谈到在这个背景下的"域扩展"(field-expansion),我们现在给出两个定义将会有助于我们下面的讨论。

定义 2.1 个人的集合 V 都选择 x 而不选择 y,如果任何时候对于所有属于 V 中的 i 有 xP_iy,而不属于 V 的每一个 i 有 yP_ix, x 就社会偏好于 $y(xPy)$。

定义 2.2 个人的集合 V 选择 x 而不选择 y,如果任何时候,对于每一个属于 V 的 i 有 xP_iy,则 xPy。

我们现在关注一个特定的个人 J 并且用 $D(x, y)$表示这个"事实":个人 J 基本上选择 x 而不选择 y,并且用 $\bar{D}(x, y)$ 表示以下"事实":J 选择 x 而不选择 y。很显然,$\bar{D}(x, y)$意味着 $D(x, y)$;因为前者的条件强于后者。如果 J 的决策和其他所有人的偏好无关,更进一步的条件就是,如果所有人都强烈反对 J 的决策,J 却仍旧一意孤行。现在,开始一个非常重要的仿效性结果(contagion result)的证明,这个证明有些难度。

引理 2.1 如果存在个体 J,对于选择(x, y)的有序对基本上可以进行决断(decisive),那么满足条件 U、条件 P 和条件 I 的阿罗社会福利函数 f,就意味着 J 必须具有独裁权力。

证明:设个人 J 对于在决断时基本上选择某些 x 而不选择某些 y,也就是,对于一些 $x, y \in X$, 有 $D(x, y)$。存在第三个可选择项 z 并且设指数 i 代表所有社会中的其他成员。

根据条件 U，在这个社会中，我们有绝对的自由可以选择任何逻辑上可能的偏好组合。设如下的偏好是成立的：

$$xP_Jy, \quad yP_Jz,$$
$$yP_ix, \quad yP_iz$$

读者应该注意到，除了 J 之外，对于所有其他人在 x 和 z 之间的偏好关系还没有说明清楚。因为 $D(x, y)$，可以得到 xPy。那么因为对于所有其他的人，有 yP_Jz 和 yP_iz，根据弱帕累托原则就可以得到 yPz。因为 f，由定义得出可以生成排序，通过传递性，我们可以从 xPy 和 yPz，得到 xPz。

读者会意识到，开始时我们使用了条件 U。在接下来的步骤中，我们将运用条件 P。然后，我们的论证使用社会偏好关系的排序性。那么，关于独立性条件是如何使用的呢？我们不需要任何关于除了 J 之外的任何个人对于选择 x 和 z 的偏好信息。当然，我们要假设 yP_ix 和 yP_iz，然而根据条件 I，这些偏好在 x 和 z 之间的社会决策中没有起什么作用。因此，xPz 必定只是 xP_Jz 产生的结果，和其他的排序无关（回想个人偏好被假设具有传递性）。但是这就意味着 J 选择 x 而不选择 z，并且连同我们第一步的证明，能够得到：$D(x, y) \rightarrow \bar{D}(x, z)$。

考虑第二步。进一步假设 $D(x, y)$，但是社会中所有成员的偏好现在是

$$zP_Jx, \quad xP_Jy$$
$$zP_ix, \quad yP_ix$$

注意，这次的 i 在 z 和 y 之间的偏好仍旧没有被指明出

来。当然，我们能够从 $D(x, y)$ 得到 xPy 并且从条件 P 中得到 zPx。现在，传递性可以得到 zPy。这个论证类似前面例子中的论证，使用独立性条件，证明 zPy 必定只是 zP_Jy 的结果。因此，在上述条件下，我们得到：$D(x, y) \rightarrow \bar{D}(z, y)$。

为了说明仿效性现象，我们根据前面两个步骤继续。可能对于读者来说有些令人厌烦。我们将会通过对于可选择项的排列来论证。例如，因为我们已经证明了 $\bar{D}(x, z)$ 因而有 $D(x, z)$，我们可以在 $[D(x, y) \rightarrow \bar{D}(z, y)]$ 中，将 y 和 z 相互置换，以及证明 $D(x, z)$ 意味着 $\bar{D}(y, z)$。其他相互置换将在我们证明的这个引理中进一步说明。

按照语言的表达，对于第一，第二个步骤来说，我们想要用图示法来证明该引理。我们将会反复地重复第一步和第二步。下面的图示中，图示"$x \rightarrow y$"代表"x 偏好于 y"并且"$x \leftarrow y$"表示"y 偏好于 x"。如下的六步能够有所区分：

1. $J: x \rightarrow y \rightarrow z$

$$xPy,\ yPz \rightarrow xPz$$

$i: x \leftarrow y \rightarrow z$

$$D(x, y) \rightarrow \bar{D}(x, z) \rightarrow D(x, z)$$

2. $J: z \rightarrow x \rightarrow y$

$$zPx,\ xPy \rightarrow zPy$$

$i: z \rightarrow x \leftarrow y$

$$D(x, y) \rightarrow \bar{D}(z, y) \rightarrow D(z, y)$$

3. $J: y \rightarrow x \rightarrow z$

$$yPx, xPz \rightarrow yPz$$

$i: y \rightarrow x \leftarrow z$

$$D(x, z) \rightarrow \bar{D}(y, z) \rightarrow D(y, z)$$

4. $J: y \rightarrow z \rightarrow x$

$$yPz, zPx \rightarrow yPx$$

$i: y \leftarrow z \rightarrow x$

$$D(y, z) \rightarrow \bar{D}(y, x) \rightarrow D(y, x)$$

5. $J: z \rightarrow y \rightarrow x$

$$zPy, yPx \rightarrow zPx$$

$i: z \rightarrow y \leftarrow x$

$$D(y, x) \rightarrow \bar{D}(z, x) \rightarrow D(z, x)$$

6. $J: x \rightarrow z \rightarrow y$

$$xPz, zPy \rightarrow xPy$$

$i: x \leftarrow z \rightarrow y$

$$D(x, z) \rightarrow \bar{D}(x, y) \rightarrow D(x, y)$$

我们图示证明的步骤从 $D(x, y)$开始，给定条件 U、条件 P 和条件 I，个人 J 从三个一组的可选择项集(x, y, z)中决定每一组有序对(ordered pair)。因此，个人 J 对于任意包含 x 和 y 的三个可选集而言，就是一个独裁者(dictator)。

这种仿效性(contagion property)能否超出三个可选择项而存在呢？答案是“存在”。我们不打算提供全部的证明，

因为读者将会很容易明白如何进行这样的推理工作。让我们考虑一下4项时的情况，也就是 x, y, u 和 v，这里 u 和 v 都是和 x, y 不同的项。我们从三个一组(x, y, u)开始。因为有先前的结论和条件 U，我们可以得到 $\bar{D}(x, u)$和 $D(x, u)$。接着，我们用(x, u, v)这三个一组。因为我们有 $D(x, u)$，上面证明了 $\bar{D}(u, v)$和 $\bar{D}(v, u)$。因此，对于 x 和 y 从 $D(x, y)$可以推出对于所有可能的有序对(u, v)，有 $\bar{D}(u, v)$。那么，按照仿效性的结论和引理可以得到对于任意有限个数的选择集都成立。

余下对于阿罗定理的证明是非常简单的。上面引理的逻辑性的结论是，我们不能够允许一个个人在有序对的选择集中几乎能够全部都做出决定，因为那将和非独裁性条件相冲突。因此，让我们假设几乎不会存在这样一个决策的个人。正如读者很快就发现的，这样将会产生矛盾。

我们的证明框架是给定条件 U、条件 P 和条件 I 以及条件 f 的有序性。

通过条件 P，对于任意的有序对(x, y)至少存在一个决策集，也就是，一个所有个人的集合。因此，这里也至少存在一个决策集，在所有这些个人的集合中，对于成对的可选择集是基本上能够选择的集，使得我们选择其中最小的(不一定是唯一的)。根据引理的结论，它必须至少包含两个人，这种情况下，一个基本上决定性(almost decisive)的人将会产生独裁，这个证明已经完成了。我们称这个集为 V，使得 V 对于(x, y)是基本上决定性的。我们将 V 分为两部分：V_1 只包含一个单独的个人，V_2 包含 V 中的另外一些个人。令 V_3 是 V 范围之外的一些个人。因为条件 U，我们假定如下组合：

对于在 V_1 中的 i：xP_iy，yP_iz

对于在 V_2 中的所有 j：zP_jx，xP_jy

对于在 V_3 中的所有 k：yP_kz，zP_kx

因为 V 对于(x, y)是基本决定性的，我们得到 xPy。zPy 能否成立？如果能够成立，那么，V_2 对于(z, y)是基本决定性的，因为 zP_jy 和所有其他的个人(在 V_1 和 V_3)中的偏好 y 甚于 z。但是，根据我们的假设，V 是最小的决定性集合，并且 V_2 是 V 的严格子集。因此，zPy 是不可能的，从而有 yRz。现在，社会关系的传递性得到了 xPz。但是，当 V_1 的单个成员是基本上决定性时，就与我们开始时的假设产生了矛盾。现在，这个不可能性结论符合这个引理。

读者应当注意到两点。首先，涉及了我们先前所使用的这个组合。这个所谓的投票悖论的结构我们将会在下一章进行介绍。第二点涉及了这样一个事实：在 V_3 中的个人偏好不需要我们再论证。换句话说，我们已经解决了部分投票悖论的问题。可能对于读者而言最好的练习是检验最后的陈述真正成立。

2.3 第二种证明

第二种证明方法是杰里和瑞尼(Jehle and Reny, 2001)以及瑞尼(Reny, 2001)提出的。很大程度上是基于吉纳科普洛斯(Geanakoplos, 1996)的工作。但是第一种证明相当有用地给出了关键性的仿效性性质，第二种证明非常清晰地给

出了阿罗独立性条件的函数。

证明一开始，假设一个有限的可选择项集合 X 和 n 个在这些可选择项上具有严格排序的个人。社会排序被假设是一个弱排序。我们从 X 上选出任意两个不同的可选择项 a 和 b。在第一步中，对于每一个个人 $i \in \{1, \cdots, n\}$ 可选择项 a 被排列在最高位置，可选择项 b 被排列在最低位置。那么条件 P 要求 a 是严格在顶端的社会排序。现在，设想可选择项 b 被提升，一步一步或一排一排，到个人 1 排序的顶端，但是所有其他人的可选择项的排列保持不变。因为独立性条件，a 或者保留在社会排序的顶端，或者被 b 所取代。如果 a 保留在顶端，在个人 2 的排列中将 b 提升到顶端，然后，对于第三个人、第四个人排列也同样这样执行……我们从弱帕累托条件知道，"在底部"，当我们将 b 移动到每个个人排列的顶部，社会关系将排列 b 在 a 之上。现在，我们聚焦在个人 m 上，这里，在他或她的排序中，b 已经被提升到了其排序的顶端，使得 b 首次社会偏好于 a。图 2.1 和图 2.2 展现了这种情况，即在 b 被提升到个人 m 排序之前和之后的情况。

R_1	$\cdots$	R_{m-1}	R_m	R_{m+1}	$\cdots$	R_n	社会排序 R
b	$\cdots$	b	a	a	$\cdots$	a	a
a		a	b	·		·	·
·		·	·	·		·	b
·		·	·	·		·	·
·		·	·	b		b	·

图 2.1

R_1	$\cdots$	R_{m-1}	R_m	R_{m+1}	$\cdots$	R_n	社会排序 R
b	$\cdots$	b	b	a	$\cdots$	a	b
a		a	a	·		·	a
·		·	·	·		·	·
·		·	·	·		·	·
·		·	·	b		b	·

图 2.2

在步骤二中,我们引入图 2.1 和图 2.2 的如下变化。对于 $i<m$,我们移动可选择项 a 到个人 i 的排序的最低位置,并且在 $i>m$ 的排序中将 a 移动到倒数第二低的位置上。对于图 2.2,读者将会发现向下移动 a 在 b 和任何其他的可选择项之间的关系没有任何的改变。而且,因为条件 I, b 必须保留在社会排序的顶部排列之上。在这个新的群列中,仅仅的不同是,在可选择项 a 和 b 之间在 m 上的排列,让我们称之为 1′和 2′。因此,由于条件 I,在状况 1′中,b 必须保持在社会排序除了 a 之外的每一个可选择项之上,那么又因为条件 I,在图 2.1 中,b 的社会排列必须至少和 a 一样高。但是,这将会和我们先前在第一步得到的结论相互矛盾。因此,在群列 1′, a 是社会的最高排列。

在第三步骤中,我们聚焦在任意不同于 a 和 b 的第三个可选择项 c。记得在情况 1′中,对于 $i<m$, a 被排列在最低的位置,并且对于 $i>m$ 是次最低的位置。个人 m 具有 a 在排序中排在最顶端的位置。现在,我们建立图 2.3 的组合,满足在任何个人的排序中,a 的排列和其他另外的可选择项的关系维持和状况 1′中同样的状况。这里所选择的偏好组合中每个个人对于 c 的排序均高于 b。从这一步

出了阿罗独立性条件的函数。

证明一开始，假设一个有限的可选择项集合 X 和 n 个在这些可选择项上具有严格排序的个人。社会排序被假设是一个弱排序。我们从 X 上选出任意两个不同的可选择项 a 和 b。在第一步中，对于每一个个人 $i\in\{1, \cdots, n\}$ 可选择项 a 被排列在最高位置，可选择项 b 被排列在最低位置。那么条件 P 要求 a 是严格在顶端的社会排序。现在，设想可选择项 b 被提升，一步一步或一排一排，到个人 1 排序的顶端，但是所有其他人的可选择项的排列保持不变。因为独立性条件，a 或者保留在社会排序的顶端，或者被 b 所取代。如果 a 保留在顶端，在个人 2 的排列中将 b 提升到顶端，然后，对于第三个人、第四个人排列也同样这样执行……我们从弱帕累托条件知道，“在底部”，当我们将 b 移动到每个个人排列的顶部，社会关系将排列 b 在 a 之上。现在，我们聚焦在个人 m 上，这里，在他或她的排序中，b 已经被提升到了其排序的顶端，使得 b 首次社会偏好于 a。图 2.1 和图 2.2 展现了这种情况，即在 b 被提升到个人 m 排序之前和之后的情况。

R_1	$\cdots$	R_{m-1}	R_m	R_{m+1}	$\cdots$	R_n	社会排序 R
b	$\cdots$	b	a	a	$\cdots$	a	a
a		a	b	·		·	·
·		·	·	·		·	b
·		·	·	·		·	·
·		·	·	b		b	·

图 2.1

R_1	$\cdots$	R_{m-1}	R_m	R_{m+1}	$\cdots$	R_n	社会排序 R
b	$\cdots$	b	b	a	$\cdots$	a	b
a		a	a	·		·	a
·		·	·	·		·	·
·		·	·	·		·	·
·		·	·	b		b	·

图 2.2

在步骤二中，我们引入图 2.1 和图 2.2 的如下变化。对于 $i<m$，我们移动可选择项 a 到个人 i 的排序的最低位置，并且在 $i>m$ 的排序中将 a 移动到倒数第二低的位置上。对于图 2.2，读者将会发现向下移动 a 在 b 和任何其他的可选择项之间的关系没有任何的改变。而且，因为条件 I，b 必须保留在社会排序的顶部排列之上。在这个新的群列中，仅仅的不同是，在可选择项 a 和 b 之间在 m 上的排列，让我们称之为 $1'$ 和 $2'$。因此，由于条件 I，在状况 $1'$ 中，b 必须保持在社会排序除了 a 之外的每一个可选择项之上，那么又因为条件 I，在图 2.1 中，b 的社会排列必须至少和 a 一样高。但是，这将会和我们先前在第一步得到的结论相互矛盾。因此，在群列 $1'$，a 是社会的最高排列。

在第三步骤中，我们聚焦在任意不同于 a 和 b 的第三个可选择项 c。记得在情况 $1'$ 中，对于 $i<m$，a 被排列在最低的位置，并且对于 $i>m$ 是次最低的位置。个人 m 具有 a 在排序中排在最顶端的位置。现在，我们建立图 2.3 的组合，满足在任何个人的排序中，a 的排列和其他另外的可选择项的关系维持和状况 $1'$ 中同样的状况。这里所选择的偏好组合中每个个人对于 c 的排序均高于 b。从这一步

中，主要可以看到因为条件 I，可选择项 a 必须再次是社会的“最高排列”。

R_1	$\cdots$	R_{m-1}	R_m	R_{m+1}	$\cdots$	R_n	社会排序 R
•		•	a	•		•	a
•		•	c	•		•	•
c		c	b	c		c	•
b		b	•	a		a	•
a		a	•	b		b	•

图 2.3

在第四步骤中，来自图 2.3 的偏好组合按照如下方法进行修正，并且只有这样的改变：对于个人 $i > m$，可选择项 a 和 b 的排列被颠倒。这样的改变将会产生什么样的结果呢？因为条件 I，a 对于所有除了 b 之外的可选择项的社会排列仍旧是一样的。b 能否成为社会“最高排列”呢？这个答案是“否”，因为由于帕累托条件，c 必须是社会偏好甚于 b 的。因此，a 在社会排序中是顶端，并且 c 是社会排列高于 b 的。

在最后的第五步骤中，在个人 m 的排序上，我们建立一个具有 a 排序高于 b 的任意排序组合。例如，这个组合正如图 2.4 所描述的，在个人 m 排序上处于 a 和 b 之间的可选择项 c，在其他所有个人的排序上却处于顶部。条件 I 不允许 c 的排列在 a 和 b 之间的社会排列上不具有任何影响。a 对于 c 的排列和步骤四是一样的。因此我们引用步骤四，a 必须排列在 c 之前，因为条件 I，c 是帕累托偏好于 b 的。因而，根据社会关系的传递性，a 是偏好于 b 的，并且任何时候个人 m 将

a 排序在 b 之前。

现在，如果我们在论证之前，排列可选择项 b 和 c，我们得到了同样的定性的结论。当个人 m 将 a 排序在可选择项上时，a 的排列是高于可选择项 c 的。并且对于任何不同于 a 的可选择项都成立。换句话说，相比其他的可选择项，个人 m 在 a 上具有独裁性权力。因此，在第一步骤中，可选择项 a 被任意选择出来，很显然对于来自 X 的每个 a 都存在一个独裁者。但是，对于不同的可选择项是否存在不同的独裁者呢？读者将会轻易地发现，任何时候存在的"潜在独裁者"所具有的个人排序是不同的，这点将会在这个社会排列的构造中产生矛盾。因此，对于来自 X 的所有项都仅仅存在一个独裁者。

R_1	…	R_{m-1}	R_m	R_{m+1}	…	R_n	社会排序 R
c		c	a	c		c	a
•		•	c	•		•	•
•		•	b	•		•	c
b		b	•	b		b	•
a		a	•	a		a	b

图 2.4

2.4 第三种图解证明

第三种证明提供了一种阿罗定理的图解表示，这是由希莱克拜、唐纳森和韦马克（Blackorby, Donaldson and Weymark, 1984）所引入的。为了使得图解在二维上表示，他们仅

仅给出了对于两个个人的证明(尽管作者简单地指出了如何将他们的证明扩展到多于两个人的情况下)。读者肯定能够记得我们在第一个(原初)证明结尾的时候评论到的,两个个人就满足展示阿罗的不可能定理。

图解证明展示在效用空间中。严格来讲,这将要求我们重新定义整个阿罗所建立的定义在欧氏空间中的效用函数。对于读者而言,这将会非常繁琐和复杂。因此,在重新定义概念的过程中,我们将尝试尽可能地简单明了。

对于读者首要的事情是,回忆在微观经济学的基本课程里的内容,如果在其他性质之外,假设连续性,将二元偏好关系转变为一个序列,那么这个偏好排序能够被变换为一个效用函数。换句话,优于或无差异集合和差于或无差异集合在欧氏空间中的任意一点都被假设为是一个闭集合。第二点,读者需要记得的是,给定任意的偏好排序和其相对应的效用函数,通过应用严格单调变换原初的效用函数为任意其他的效用函数,具有和原初函数同样的信息内容。这个序数效用的性质将对下面的内容非常重要(注意阿罗的框架下是纯序数性的)。在 n 个成员的社会偏好排序中,不同个人将选择不同的严格单调变换,而不需要改变或扭曲原初的信息。这就是说,很显然,任何“程度”上的效用的跨人际比较是被排除的。回顾我们在第二种证明的前一部分,读者将会很快认同,在任何地方都没有可比较性这样的假设。

现在,阿罗的社会福利函数 f 被转变为社会评价函数 F。其定义域是个人效用函数 u_1, u_2, …, u_n的 n 元组的集合。每个个人 $i \in \{1, \cdots, n\}$ 按照效用函数 $u_i(x)$来评价社会状

态，其中 $x \in X$。我们假设所有逻辑可能的效用函数的 n 元组是被容许的（无约束的定义域）。那么函数 F 是从所有逻辑可能 n 元组或效用函数的组合的集合映射到 X 的所有排序的集合上，这里我们用先前的 ε 来表示。当效用组合是 U 时，对于 $U = (u_1, u_2, \cdots, u_n)$ 是一个组合，$F(U) = R_U$ 是通过 F 所产生的一个排序。

在无约束定义域之后，我们介绍的在 F 上的第二个条件是阿罗的不相关选择的独立性，现在来定义个人效用函数的 n 元组。条件 I 的含义和先前是完全一样的。如果对于任意两个社会可选择项 $x, y \in X$ 和两个效用组合 U' 和 U''，在 U' 和 U'' 上，x, y 都具有同样的效用的 n 元组，那么 $R_{U'}$ 和 $R_{U''}$ 必须同时在 $\{x, y\}$ 上。正如前面所预示的，我们放弃给出独立性条件的重新定义（可以参见第 7.3 节）。当然，我们也不想要重新定义弱帕累托条件，而是和前面的定义一样。但是现在，我们引入一个条件被称为帕累托无差异，其要求在成对的可选择项之间，所有的社会成员都是无差异的，在这些选项中，对于社会偏好也同样成立。

条件 PI（帕累托无差异） 对于所有的 $x, y \in X$ 和所有（无约束）定义域的 U，如果 $U(x) = U(y)$，那么 xI_Uy。

xI_Uy 意味着 xR_Uy 和 yR_Ux，并且 $U(x) = U(y)$ 意味着对于所有 $i \in \{1, \cdots, n\}$ 有 $u_i(x) = u_i(y)$。

条件 U，条件 I 和条件 PI 都对于 F 有强烈的含义。森（Sen, 1977b）证明了这三个条件总和在一起对于 F，等价于被称为强中立性的性质。强中立性要求社会评价函数 F 忽视所有关于可选择项的非效用信息，诸如姓名或权利、主张或程序的方法等等。仅考虑的信息就是个人效用对于任何社会

论证也可以得到 $bP^*\bar{u}$。为什么？回想两个人，他们每个人都完全自由地将他或她的效用度量通过严格递增变换映射到其他的效用度量上。很轻易就能看出，一个变换（存在无限多个）映射 a_1 到 b_1，以及 $\bar{u}_1$ 映射到 $\bar{u}_1$。类似地，可以发现其他的变换是 a_2 映射到 b_2，$\bar{u}_2$ 映射到其自身。图 2.6(a)和图 2.6(b)描绘了这样两种变换。

我们知道，因为序数性的框架和非可比较性的效用，这些变换就不能够改变这两个人的排列。因此，如果假设 $aP^*\bar{u}$，那么 $bP^*\bar{u}$。注意，这个结论针对任何在区域Ⅱ内部的点 a，b。因此，所有区域Ⅱ内部的点都被同样地对应参照点 $\bar{u}$ 进行

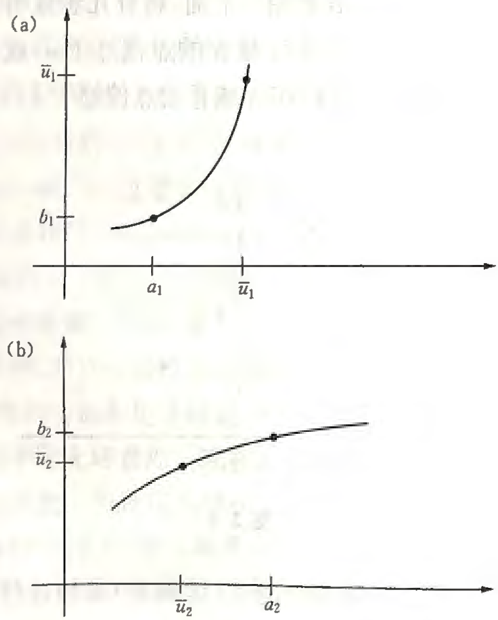


图 2.6

排列(当然,对于其他的点,都不能同样地进行对应)。上面的这个推论对于在区域Ⅳ上所有的点,对应于参照点 $\bar{u}$ 也同样的成立。

因为 R^* 是一个排序,在区域Ⅱ对应于 $\bar{u}$ 的排列点有三种可能的方法:在区域Ⅱ上的点可能被偏好,无差异或厌恶。在上面的论证中,我们假设对于 $\bar{u}$ 有严格的偏好。我们可以通过这个假设得到偏好 $\bar{u}$ 甚于在区域Ⅱ上的所有点。这些推论将用完全类似的方法得到。但是,在区域Ⅱ上的点和 $\bar{u}$ 之间的无差异将会产生矛盾。例如,我们将有 $aI^*\bar{u}$ 和 $bI^*\bar{u}$。但是,因为 R^* 是一个排序,我们将可以得到 aI^*b。显然,在图 2.5 的点 a 必须是帕累托偏好于点 b。因此,无差异就不能够成立。

现在我们希望来证明在相对于 $\bar{u}$ 区域Ⅱ上点的排列,必须与在区域Ⅳ上的点对于 $\bar{u}$ 的排列相反。另外,我们将使用个人效用度量的严格单调变换不改变信息含量的这个论点。设在区域Ⅱ上的点不止一个是偏好于 $\bar{u}$ 的,更为具体地说,是 $(a_1, a_2)P^*(\bar{u}_1, \bar{u}_2)$。考虑个人 1 和个人 2 的如下变换。改变个人 1 的效用度量使得每个点被变换向右为 $\bar{u}_1 - a_1$,即一个固定的数量,并且变换个人 2 的度量使得每个点向下变换为 $a_2 - \bar{u}_2$,即另外一个固定的数量。这就意味着(a_1, a_2)被移动到 $(a_1+(\bar{u}_1-a_1), a_2-(a_2-\bar{u}_2))=(\bar{u}_1, \bar{u}_2)$ 并且 $(\bar{u}_1, \bar{u}_2)$ 被“东南”变换到 $(2\bar{u}_1-a_1, 2\bar{u}_2-a_2)=(c_1, c_2)$。更为简洁地说,独立性地变换映射 a 到 $\bar{u}$ 和映射 $\bar{u}$ 到 c。因为通过假设 a 偏好于 $\bar{u}$,在变换之后这个关系依旧成立,也就是 $\bar{u}$ 偏好于 c。并且在我们先前证明的步骤中,我们推论,$\bar{u}$ 是偏好于区域Ⅳ上的所有点。回忆前面任意假设区域Ⅱ是偏好于 $\bar{u}$

的。如果区域Ⅱ被假设为差于 $\bar{u}$，所有在区域Ⅳ上的点将转而优于 $\bar{u}$。

这个证明基本上完成了。我们仍旧必须处理在边界上的点。例如，考虑在图 2.5 上的点 d。假设区域Ⅱ是偏好于 $\bar{u}$ 的，对于 d，一直存在一个在区域Ⅱ上的点（诸如 a）是帕累托劣于 d 的。因此，dP^*a 和 $aP^*\bar{u}$。R^* 的传递性得到 $dP^*\bar{u}$。这个结果对于任何 d 的选择都成立。换句话说，如果相邻的两个区域对于 $\bar{u}$ 具有同样的偏好关系，那么对于在它们共同边界任何点都具有同样的排列偏好关系。

让我们来说明这个观点。在图 2.7(a) 和图 2.7(b) 中存在两个可能的例子来描述这个。如果我们假设区域Ⅱ是偏好于 $\bar{u}$，那么区域Ⅰ和区域Ⅱ以及二者共同的边界都偏好于 $\bar{u}$。在这个例子中，社会偏好的方向是垂直的，并且个人 2 在一定程度上是一个独裁者。如果区域Ⅳ是偏好于 $\bar{u}$，那么区域Ⅰ和Ⅳ以及它们共同边界都是偏好于 $\bar{u}$。在这个例子中，社会偏好的方向是水平的，并且个人 1 是一个独裁者。

让我们进一步加上两点评论。首先是关于选择参照点 $\bar{u}$。在论证前，这个点的位置完全是任意的。任何其他的点 $\bar{\bar{u}}$ 能够通过分别加上 $\bar{\bar{u}}_1 - \bar{u}_1$ 和 $\bar{\bar{u}}_2 - \bar{u}_2$ 到个人 1 的度量和个人 2 的度量中，来变换个人 1 和个人 2 的效用度量。那么这个证明将用之前同样的方式来进行。

第二点评论关于这样一个事实，我们还没有谈到虚线上的那些点。事实上，不进一步引入这个假设，在虚线下的这些点之间的关系就不能够准确地说明。我们将在下面进行说明。例如，考虑图 2.7(a)。因为信息性的设立，在水平虚线

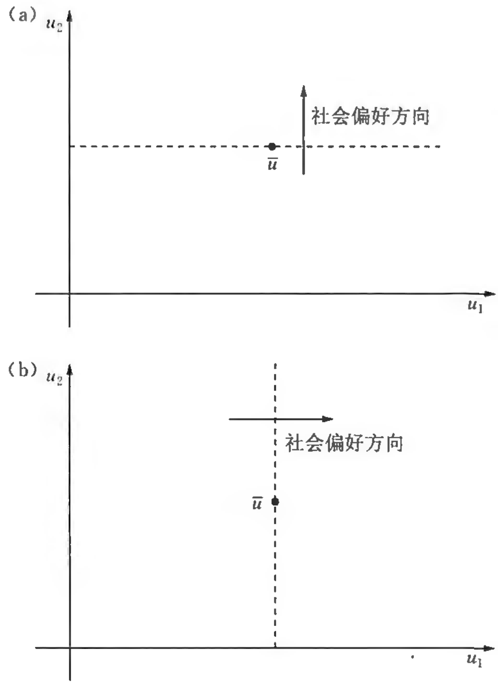


图 2.7

上的任何两个点能够被排列为其中的一个点优于另外一个点，或者差于另外一个点，或者这两个点无差异。取 $\bar{u}$ 右边的一个点。例如，如果这个点优于 $\bar{u}$，那么在任何水平线上向右移动，都是一个社会改进。能够通过两件事来“纠正”这个状况。一个是引入对于 R^* 的连续性条件。那么所有通过 $\bar{u}$ 虚线上的点将成为彼此无差异的点。第二是引入一个强版本的帕累托原则。这个假设的结果将是，在任何时候，这个独裁者（或者个人 1 或者个人 2）在两个效用配置之间是无差异的，那么第二个人将变得具有决定性，也就是决

定社会偏好。换句话说，我们得到了一系列或字典式的独裁性。最后，读者将会注意到，在上面的证明中，关于个人效用度量的严格单调变换其信息不变性的假设，是如此重要和意味深长。

2.5 简短总结

当阿罗发表了他以不可能性定理闻名于世的论文时，引起了众多福利经济学家的惊讶。阿罗消极性的结论遭某些人质疑。另外一些，正如萨缪尔森(Samuelson，1967)所主张的，这个结论可能对于政治非常重要，但是对于经济学家却没有那么重要。另外一些人也尝试对这个定理提出反例。事实上，布劳(Blau，1957)有一个很有意义的论点，迫使阿罗重新构造了他定理的原初的论述，尽管所改动的程度很小。

我们提出了三种不同的证明方法，使得阿罗建立的逻辑含义更为清晰，并且也证明了他结论的一般性。在第一种证明中，从单个的“细胞”(cell，在一对上的严格偏好)的决定扩展到所有其他的“细胞”上可能对于初学者而言过于眩目。在第二种证明中揭示了对于阿罗不相关选择的独立性条件进行约束(除了信息之外)将会产生什么问题。第三个证明描述说明了纯粹序数方式，效用可以被任意严格单调变换所决定，这种方式意义深远。这种性质在很大程度上和前面两个证明有所不同。当然，所有这些不同的性质都相互有关系，但是每个证明都强调了它们自己的特点。

2.6 练习

1. 为什么在第 1 章介绍的多数规则不符合阿罗社会福利函数？请讨论。证明弱帕累托原则也不符合阿罗社会福利函数。
2. 为什么博尔达规则，这种对于可选择项的位置进行指定排列的规则，不是阿罗不可能结果的反例？请讨论。
3. 考虑如下三个个体的偏好组合：

$$xP_1yP_1zP_1w;\ yP_2zP_2xP_2w;\ zP_3xP_3yP_3w$$

   根据简单多数规则，我们得到 $yPzPxPw$。但是，这里的组合中存在一些“错误”。请讨论。
4. 证明如果个人 J 在任意三个一组(x, y, z)中做出决定，这个个人也在五个一组(x, y, z, u, v)中做出决定。
5. 证明在阿罗自己证明的最后一部分中，为了得到这个矛盾的结论，只要在 V_1 和 V_2 的这些个人的条件得到满足即可。
6. 明确写出所谓在第二种阿罗证明中(第 2.3 节)所谓的群列 $1'$，并且论证在图 2.1 进行比较的状况中，虽然 a 已经失去了许多位置，但为什么 b 不能够成为社会的最高排列。
7. 在图 2.4 的条件下，对于可选择项 c 为什么不可能是社会的最高排列？这个可选择项在 $n-1$ 排序的顶部，并且正好在 m 的排序中弱于 a。请讨论。

8. 请构建一个正仿射变换 $\varphi(z)=\alpha+\beta z$，使得在图 2.6(a)中，$a_1$ 映射到 b_1，$\bar{u}_1$ 映射到 $\bar{u}_1$。是否和在图 2.6(b)的情况对于 $\psi(z)=\gamma+\delta z$ 是一样的，即 $\bar{u}_2$ 映射到 $\bar{u}_2$，a_2 映射到 b_2？
9. 证明：在图 2.5 中，如果区域 Ⅰ 和区域 Ⅱ，对于 $\bar{u}$ 有着相同的排列，那么所有在共同边界上的点对于 $\bar{u}$ 都具有相同的偏好。
10. 在图 2.7(a)和图 2.7(b)中，为什么弱帕累托原则不能够帮助我们确定在虚线上的点和点 $\bar{u}$ 之间的偏好关系？

推荐阅读

Blackorby, Ch., Donaldson, D., and Weymark J. A. (1984). 'Social Choice with Interpersonal Utility Comparisons: A Diagrammatic Introduction'. *International Economic Review*, 25: 327–356.

Reny, Ph. J. (2001). 'Arrow's Theorem and the Gibbard–Satterthwaite Theorem: A Unified Approach'. *Economics Letters*, 70: 99–105.

Sen, A. K. (1970). *Collective Choice and Social Welfare*, chapter 3. San Francisco, Cambridge: Holden-Day.

历史文献

Arrow, K. J. (1951, 1963). *Social Choice and Individual Values* (2nd edn.), Chapter 5. New York: John Wiley.

进一步阅读

Sen, A. K. (1995). 'Rationality and Social Choice'. *American Economic Review*, 85: 1–24.

3 限定性定义域下的多数决策

3.1 简单多数规则①

第2章中,我们已经了解了任何的社会福利函数只要满足非限定性定义域,弱帕累托条件和阿罗的独立性条件,并且要求所产生的社会关系是排序的,那么就必定是独裁的。正如第2章已经谈及的,阿罗考虑过,在某种意义上,这些条件是在理性(rationality)和公民主权的教义之间作为一个必要的条件。

这是否就是这个故事的尾声呢?在明确地回答"否"这个答案之前(坦白地说,如果这个答案是"是",这本书和其他一些已经出版的书,就没有必要再写出来了),确实如此,可能比较明智的做法是沿着阿罗所指出的方向,并且进行追问,那些在一个社会所应用于日常生活中的加总规则(aggregation rule)应当满足那些基本性质。

民主投票程序中一个基本的特点是匿名性,要求在进行社会决策时,所有的个人应当被一视同仁。更为具体的,让我们假设

① 即过半数原则。

投票过程只有两种答案，也就是“是”和“否”。现在，匿名性要求无论是 i 先生和 j 女士说“是”而 k 女士说“否”，或者是 j 女士和 k 女士说“是”而 i 先生说“否”，只有说“是”和“否”的数量会才被作为考虑的因素。对个人进行重新编号或更改他们的姓名标签都无关紧要，用学术上的语言来说，就是在投票人这个集合中的排列对于社会决策过程是没有任何影响的。因此，我们能够用公式表达如下：

条件 A（匿名性） 如果 $(R_1, \cdots, R_n)$ 和 $(R'_1, \cdots, R'_n)$ 是两个偏好组合，它们相互间的排列是一一对应的，那么对于任意的 $x, y \in X$，$xRy \leftrightarrow xR'y$，其中 R 和 R' 是这两个偏好组合所对应的社会关系。

注意，匿名性是比阿罗非独裁条件更强的要求。换句话，如果匿名性成立，那么在阿罗定义下的独裁者就不可能存在。

另一个常被要求具备的条件是，一个社会决策机制应该平等对待其他机制，或者换一种说法就是，如果其他机制是以个人偏好程度来排序的话，这一排序也应该出现在社会偏好程度中。用学术化的语言就是：

条件 N（中立性） 对于任意的 $x, y, z, w \in X$，如果对于所有的 i，当且仅当 zR'_iw，xR_iy 并且当且仅当 wR'_iz，yR_ix，那么当且仅当 $zR'w$ 有 xRy，并且当且仅当 $wR'z$，yRx，这里对于所有的 i，R_i 和 R'_i 属于个人偏好组合，而 R 和 R' 是对应的社会关系。

注意，这个条件强于阿罗的独立性公理（只有 x 等于可选择项 z 并且 y 等于 w，才能达到阿罗独立性要求的公式）。目前更接近于这个强中立性公理的是在先前章节中所讨论的阿罗不可能结论第三个证明的背景。记住，在第三个证明中，

个人效用函数和效用组合建立了分析的基础。

事实上，中立性，对于问题或可选择项的平等性，是通过许多决策规则来得以实现的，例如，通过简单多数规则或者在这一章中将要定义的绝对多数规则来实现。例如，违反中立性意味着社会决策在两个税收规划中将以不同的方式进行，也就是说，在决策是否使器官买卖市场合法化，或维持现状（例如，禁止此类的市场），或者决定是否再次引入死刑，这些决定将会完全不同。森（Sen，1970，p. 78）提出，在联合国大会中，普通的问题可以通过简单多数投票来决定，然而更为重要的问题则是，面对三分之二的多数，应当如何操作。在下一章中，我们将看到在特定环境下，对于特定的问题，存在放弃中立性的可能性。

社会偏好应当建立在个人偏好表达的基础之上。社会偏好也应当对于个人偏好的改变有所回应。这可以以不同的方式得以实现。所谓的恒定规则（constant rule）就是说，对于任何一对 x，y，通常社会关系声称无论个人的偏好如何，在 x 和 y 之间无差别，总之是对于个人的偏好排序没有任何反应（注意，这个恒定规则满足了刚才所定义的匿名性和中立性）。一个在帕累托原则基础上的加总规则主张，给定现状 $y \in X$，对于任意的 $x \in X$，对于一个社会而言，当且仅当所有的个体严格偏好 x 于 y 时，有 xPy。否则这个现状是对于 x 的社会偏好，可以说，对于社会成员的偏好组合的改变也相应改变，但是是以一种最小的方式进行的。很显然，一个五分之四多数规则要比三分之二多数规则受到个人变化时的影响大，但是不如绝对多数规则所受到的影响大。这里我们使用较少受到影响的意思是导致社会偏好的改变“远离”状态 y 的程

度。那么较多(较少)的影响意味着对于 x 所导致的变化,是受到较小(较大)严格偏好 x 甚于 y 的投票者的比例所支配。就目前而言,我们期待考虑如下反应性(responsiveness)的定义。

条件 *PR*(正反应性) 对于任何两组$(R_1, \cdots, R_n)$和$(R'_1, \cdots, R'_n)$,以及任意的 $x, y \in X$,如果个人偏好对于所有的 $i \in N$,当 xP_iy,有 xP'_iy,并且当 xI_iy,有 xR'_iy,而且存在一些 $K \in N$,使得当 xI_ky,有 xP'_ky,或当 yP_kx,有 xR'_ky,那么在$(R_1, \cdots, R_n)$下的 xRy 意味着在$(R'_1, \cdots, R'_n)$有 $xP'y$。

正反应性考虑,当一些人 k 对于 x 上的偏好显示出改变时,社会偏好关系所受到的影响。此时,在每一个人的偏好 x 和 y 之间都保持不变的情况下,或者一个相对于 x 严格偏好于 y 的转变为了至少对于两者是无差异的,或者一个无差异的偏好转变为了严格对于 x 的偏好。针对这种情况,正反应性要求社会偏好向 x 的方向移动。特别是,如果在改变之前,社会对于 x 和 y 是无差异的,那么现在是严格偏好于 x 甚于 y 的。

考虑如下两个被广泛应用于真实世界中的规则。用 $N(xP_iy)$代表具有偏好 xP_iy 投票人的数量,用 $N(xR_iy)$表示具有偏好 xR_iy 的人数,并且用$|N|$表示投票者的总数。

定义 3.1(简单多数规则) 对于所有的$(R_1, \cdots, R_n)$和任意的 $x, y \in X$:$xRy \leftrightarrow [N(xP_iy) \geqslant N(yP_ix)]$。

注意,等价的方程是对于所有的$(R_1, \cdots, R_n)$和任意的 $x, y \in X$:$xRy \leftrightarrow [N(xR_iy) \geqslant N(yR_ix)]$。

定义 3.2(绝对多数规则) 对于所有的$(R_1, \cdots, R_n)$和

任意的 $x, y \in X: xPy \leftrightarrow \left[N(xP_iy) > \frac{1}{2}\cdot|N|\right]$，$yPx \leftrightarrow \left[N(yP_ix) > \frac{1}{2}\cdot|N|\right]$，否则 xIy。

在如下的例子中，将会指出正反应性满足简单多数规则，却不满足绝对多数规则。考虑有七个投票人的小社会，这里有两个个人偏好 x 甚于 y，有两个个人偏好 y 甚于 x，剩下的人对于 x 和 y 的偏好无差异。那么简单多数规则和绝对多数规则两者所得到的都是社会无差异，例如 xIy。现在，假设迄今为止还是无差异的投票人中的一位宣称严格偏好 x 甚于 y，其他人对于 x 和 y 的偏好仍旧保持不变。正反应性要求 xPy，在一个简单多数规则的社会可以实现，但是在绝对多数规则的社会中就不能产生。因此，简单多数投票在社会偏好组合的改变上更为敏感。但是，这个论点也能够反过来。如果在这个例子中对于 y 的偏好占了上风，为了从 y 的偏好上转移，绝对多数投票就需要更强的条件对其进行支持。当生死攸关的时刻，这个可能是人们所欲求的。

下列的结果是 May 首先证明的。

定理 3.1(简单多数投票的特性(May, 1952)) 在非限定定义域的条件下，匿名性、中立性和正反应性对于一个社会加总规则是一个简单多数规则而言是一个充分必要条件。

之后，我们将期望给出梅(May)原创的大致证明。为了证明这个定理，我们介绍稍微应用于简单多数规则之中有所区别的一种较为简单的概念。对于每一个个人 i，当 xP_iy，yP_ix 和 xI_iy 时，我们将 d_i 分别取值为$+1$，-1 或 0。同样，对于社会，我们写做 $D = g(d_1, \cdots, d_n)$，当 xPy，yPx，xIy

时，取值分别为$+1$，-1或0。对于社会而言，g是社会加总规则，是个体d_i取值$+1$、-1或0时所列的映射（注意，g是单值）。非限定定义域的条件和先前的意义相同，然而还有一些是不同的。

条件U' 映射g的定义域包含所有逻辑上可能$+1$，-1和0的n项列表。

条件A' 如果在g的定义域中，$(d_1, \cdots, d_n)$和$(d'_1, \cdots, d'_n)$是$+1$，-1和0的n项列表，它们彼此间的排列是一一对应的，那么$g(d_1, \cdots, d_n) = g(d'_1, \cdots, d'_n)$。

条件N' 任何时候$(d_1, \cdots, d_n)$和$(-d_1, \cdots, -d_n)$都在g的定义域里，那么$g(d_1, \cdots, d_n) = -g(-d_1, \cdots, -d_n)$。

注意，例如，如果d_i取值为-1，那么表示yP_ix，$-d_i$取值为$+1$，那么表示xP_iy。因此，d_i和$-d_i$代表了选择x和y的排列。

条件PR 任何时候$(d_1, \cdots, d_n)$和$(d'_1, \cdots, d'_n)$对于所有的$i \neq k$，都满足条件$d'_i = d_i$，并且$d'_k > d_k$，那么$g(d_1, \cdots, d_n) \geqslant 0$意味着$g(d'_1, \cdots, d'_n) = +1$。

定理3.1证明：很容易可以看出简单多数规则满足上面的四个条件。在新的表示下，简单多数投票表示一个社会加总规则g是正、负和零，给定$D = +1, -1, 0$，将$+1$的数量表示为$N(1)$，-1的数量表示为$N(-1)$。让我们转向证明充分条件部分。

首先注意的是，因为g满足条件A'，$g(d_1, \cdots, d_n)$的值仅取决于列表中的$+1$，-1和0的数值，而不是在列表中$+1$，-1和0的位置。那么0的数量就是$|N| - N(1) - N(-1)$。因此，条件A'意味着$g(d_1, \cdots, d_n)$的值完全取决

于 $N(1)$和 $N(-1)$。

第二步,如果 $N(1)=N(-1)$,那么 $D=0$。假设 $D=g(d_1,\cdots,d_n)=+1$。现在,让我们验证列$(-d_1,\cdots,-d_n)$能够满足条件 U'。因为中立性公理 $g(-d_1,\cdots,-d_n)=-g(d_1,\cdots,d_n)=-1$。另一方面,从第一步和假设 $N(1)=N(-1)$,我们必定得到 $g(d_1,\cdots,d_n)=g(-d_1,\cdots,-d_n)$。因为 g 是一个函数,假设 $D=+1$,因此产生矛盾。同理可证,$D=-1$ 也是不可能的。因此,$N(1)=N(-1)$ 唯一的可能是 $D=0$。

第三步,假设 $N(1)>N(-1)$。我们尝试证明 $D=g(d_1,\cdots,d_n)=+1$。让我们假设 $N(1)=N(-1)+m$,这里 m 是正整数,且 $m\leqslant|N|-N(-1)$。首先,我们先假设 $m=1$,因此 $N(1)=N(-1)+1$。因为后者,至少存在一个 $d_k=+1$。我们现在来考虑另外一群,$(d'_1,\cdots,d'_n)$,其中 $d'_i=d_i$ 对于 $i\neq k$ 并且 $d'_k=0$,而 $d_k=1$。那么对于在 g 的定义域中的 $(d'_1,\cdots,d'_n)$,$N(1)=N(-1)$,因为满足条件 U',并且从第二步我们知道,$g(d'_1,\cdots,d'_n)=0$。现在,正反应性要求 $g(d_1,\cdots,d_n)=+1$。

最后一步应用数学归纳法。假设 $N(1)=N(-1)+m$ 意味着 $g(d_1,\cdots,d_n)=+1$。我们必须证明 $N(1)=N(-1)+(m+1)$ 意味着 $g(d_1,\cdots,d_n)=+1$。因此,假定 $N(1)=N(-1)+(m+1)$。另外,至少有一个 $d_i=+1$ 在$(d_1,\cdots,d_n)$中。我们考虑另外一组$(d'_1,\cdots,d'_n)$,其中对于 $i\neq k$ $d'_i=d_i$ 并且 $d'_k=0$。对于这组,我们有 $N(1)=N(-1)+m$,并且可以归纳出 $g(d'_1,\cdots,d'_n)=+1$。利用正反应性,我们得到 $g(d_1,\cdots,d_n)=+1$。

总结来说，在第三步骤，我们已经证明了如果 $N(1) > N(-1)$，那么 $D = g(d_1, \cdots, d_n) = +1$，从这里和中立性条件，我们能够推论出如果 $N(1) < N(-1)$，那么 $D = -1$。这三个步骤在一起定义了简单多数规则，并且证明了其是充分性的条件。

在梅的(May, 1952)论文中，他证明了所定义的简单多数规则的四个条件都具有逻辑上的独立性。他写道，为了证明这些条件的独立性，“尽管满足其他所有条件，只要违反其中任何一个条件，对于这个方程就已经充分说明其不会成立”(1952, p. 683)。这里不想详细地讨论独立性这个问题。我希望所涉及的是上面所定义的绝对多数规则(对于这个规则更为详细的讨论见 Fishburn, 1973, Chapter 6)，违背了正反应性，但是满足非限定定义域、匿名性和中立性。其他的例子也可以类似地进行比较说明。

简单多数规则是不是阿罗定义意义下的社会福利函数呢？显然不是。但是我们必须追问为什么简单多数投票不是阿罗不可能结论的反例。简单多数规则明显是非独裁的，从梅的定理中，我们知道这个规则满足非限定定义域和独立性条件(记住，后者要弱于中立性)，并且很容易就可以看出多数规则的方法满足弱帕累托原则(实际上，中立性和正反应性加在一起就意味着帕累托规则)。问题究竟在哪里呢？在于事实上，简单多数投票能够产生的是一个不具有传递性的社会关系。在阿罗定义下的福利函数的概念中，社会偏好的传递性是一个重要的特征。

考虑如下的个人偏好组合，这些组合是读者曾经已经看到过的(也就是在阿罗最早的不可能定理的证明中)。在这

里，其中一个人偏好 x 甚于 y，偏好 y 甚于 z，第二个人偏好 y 甚于 z，偏好 z 甚于 x，第三个人偏好 z 甚于 x，偏好 x 甚于 y。我们可以写成如下的形式：

$$xP_1yP_1z$$

$$yP_2zP_2x$$

$$zP_3xP_3y$$

这个偏好组合被称为“拉丁方”(Latin square)并且产生了著名的投票悖论或者成为孔多塞(Condorcet)悖论(孔多塞是18世纪下半叶，法国有影响力的数学家、统计学家和社会科学家)。对于如上的偏好组合应用简单多数规则将导致如下的社会关系：偏好 x 甚于 y，偏好 y 甚于 z，偏好 z 甚于 x。这个偏好明显违背了传递性。换而言之，简单多数规则的应用在“特定”偏好组合中，将产生不可传递性。如果我们仅仅考虑个人 1 和个人 2 的偏好，我们将仍旧得到一个不可传递的关系，也就是社会无差异的不可传递性。

3.2 单峰性偏好

我们刚刚已经谈及简单多数规则在某些偏好模式下会产生问题，而在另外一些模式下就没有问题。是否能够更为详细地谈及这些？是否有一种方法(或一些方法)来描述在一般情况下“另外一些模式”的偏好组合，并且给予一些合理的解释说明？我们在第 2 章的第一个例子就描述了一个“奇怪”的个人在其危急时刻持有一个不被人所接受的观点，即其偏好

不会被社会中的其他人员所共同享有。让我们一般化这个状况，并且假设在一个给定的社会中，存在一些人，他们拥有的不被人接受的观点是在全体一致偏好序的顶点上．社会中剩下的人持有的偏好恰恰与其相反。很显然，这个定义域约束了社会加总函数，但是，注意在这样一个偏好束中，多数决策的方式将不存在这个问题。

让我们来讨论一个更为有趣的例子。考虑一个想要尽可能住到离大学较近的学生或一个想要住在离中心火车站距离越近越好的频繁旅行的人。这两个人都会因为远离他们最优的位置而对所选择的位置的偏好降低。或者考虑三个个人，他们收入分别是高收入、中等收入和低收入，他们各自想要买一辆车。让我们假设有三种类型的车，低价的小型车、中等价格的中等型号的车，以及昂贵价格的大型车。低收入的人将“最大可能地”偏好小车甚于中型车，偏好中型车甚于大型车。高收入的人“最大可能的”偏好与低收入的人正好相反。中等收入的人将“最可能”偏好中型车，对于小型和大型车其偏好都表示出下降。

这三个人的偏好，就是布莱克（Black，1948）和阿罗（Arrow，1951，1963）所称的单峰性偏好。这是一个顶点．最高愿望的点，并且在这个顶点的两边个人的欲求都会下降．显示了这个顶点不会在目标范围的极端左边或者右边。这里不存在基数性的——这个框架纯粹就是序数性的。图 3.1 描绘出了这个例子。符号之间的线段没有任何含义。这些简单的图形帮助说明作为单峰的点的构造。注意，这些沿着水平轴（横轴）线在我们汽车的例子中看起来很自然。这就可能定义更为抽象的可选择项。请注意——当我们讨论到图 3.3 和

图 3.4 时，我们将过一会儿再详细解释——这样沿着这条线对于可选择项的重新排列可以抽象地改变这幅“图”。

显然，带有拉丁方结构的投票悖论不是一个单峰，就如图 3.2 所示。

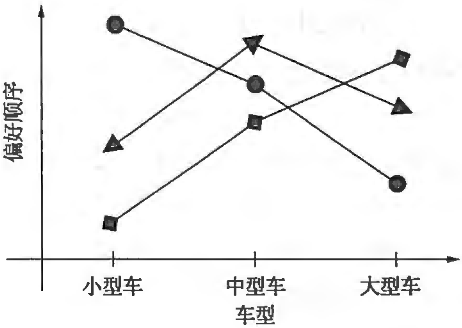


图 3.1

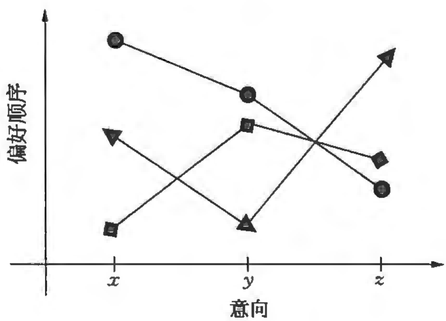


图 3.2

现在，让我们更为正式地来说明。在下面几页中，我们试图证明对于任何数量的可选择项，如果个体的数量是奇数并

且对于每三个替代性选择都满足单峰的性质，那么简单多数规则将转变为一个在阿罗定义下的社会福利函数。我们将展示阿罗(Arrow, 1951, 1963)和凯利(Kelly, 1988)的证明。

需要补充一下，我们刚刚提到的对于所谓有关投票人奇数性的要求，例如这些个人，对于给定的选择集，对于这个集合中的每一对项之间都不是无差异的。那些完全无差异("无关的")的人将不会在奇数性条件的考虑之中，下面将不会给予考虑。

为了更恰当地说明单峰性这个概念，我们必须介绍一个排序，即在可选择集中的严格排序不是一个偏好关系。打个比方说，这是沿着图 3.1 和图 3.2 的横轴中在一些"标签"上的排序。例如，在政治领定义域，i 可以从左派排到右派，或者对于颜色，从明亮排到昏暗。因此，如果 S 表示这样一个严格的排序，我们就得到了当 $x, y \in X$ 且 $x \neq y$，就有 xSy 或 ySX，对于任意来自 X 的 x, y, z，并且 x, y, z 都不相同，如果 xSy 并且 ySz，那么 xSz。

正如阿罗指出的，所定义的具有强排序，类似于在实数定义域中的"小于"的关系，我们能够定义关于 S"中间性"(betweenness)的概念。当我们使 $B(x, y, z)$ 意味着 y 在 x 和 z 两者之间，这意味着或者是 xSy 和 ySz，或者是 zSy 和 ySx。显然，对于 x, y, z 是 X 中的不同项，下面其中之一必定成立：$B(x, y, z)$，$B(x, z, y)$，$B(y, x, z)$。按照这个概念，现在我们能够定义布莱克(Black)的单峰性偏好的概念。

单峰性的条件 一个个人偏好组合($R_1, \cdots, R_n$)满足单峰性，如果存在一个强排序 S 对于所有的 i，xR_iy 和 $B(x, y, z)$ 意味着 yP_iz，这里 $B(x, y, z)$ 是源于 S 的中间

性关系。

很显然，这里定义的单峰偏好对于每一个个人排序施加了一个特别的性质。这儿可能性定理由布莱克和阿罗所发现。

定理 3.2(对于单峰性偏好的可能性定理) 假如有关投票人的数目是奇数，如果个人排序满足在每三个可选择项是单峰性偏好的性质，那么多数决策规则对于任何数量的可选择项都是一个社会福利函数。

单峰性的要求在个人偏好集中是一个充分性条件。这意味着无论何时，在给定奇数的条件下，个人偏好集满足这个单峰性条件，通过多数决策产生的社会关系是一个排序。这也意味着单峰性不是一个获得排序的必要条件（见 Sen and Pattanaik，1969 对于必要条件和充分条件的详细说明）。

证明：我们必须证明下面单峰偏好的假设，这个由多数决策方法产生的社会关系是一个排序，例如，满足完备性和传递性。对于任何的 x，$y \in X$，将 $N(xR_iy)$记为认为 x 至少和 y 一样好的人的数量，将 $N(xP_iy)$记为严格偏好 x 甚于 y 的投票人的数量。很显然，$N(xR_iy) \geqslant N(xP_iy)$。

完备性。对于任意 x，$y \in X$，显然，$N(xR_iy) \geqslant N(yR_ix)$ 或 $N(yR_ix) \geqslant N(xR_iy)$。在多数规则下，意味着对于任意的 x，y，或者 xRy，或者 yRx，这是二元关系中的完备性的定义。

传递性。我们需要证明 R 是传递性的。我们假设 zRy 和 yRx，必须证明 zRx，其中 x，y，z 是不同的。在多数规则下，zRy 和 yRx 对应的是 $N(zP_iy) \geqslant N(yP_iz)$ 和 $N(yP_ix)$

$\geqslant N(xP_iy)$。对于中间性，我们必须考虑三个情况：(1)$B(x, y, z)$，(2)$B(x, z, y)$，(3)$B(y, x, z)$。

情况一：$B(x, y, z)$。

因为单峰性，zR_iy 意味着 yP_ix。通过个人偏好传递性的关系，我们得到 zP_ix，所以有 zR_iy 意味着 zP_ix。因此，$N(zP_ix) \geqslant N(zR_iy) \geqslant N(zP_iy)$。从我们的假定中，我们可以得到 $N(zP_iy) \geqslant N(yP_iz)$。

从[$zR_iy \rightarrow zP_ix$]，我们能够推出(非 zP_ix)意味着(非 zR_iy)，即，yP_iz。所以，(非 zP_ix)，即 xR_iz 意味着 yP_iz。因此，$N(yP_iz) \geqslant N(xR_iz) \geqslant N(xP_iz)$。最终，从以上三步，我们可以得到 $N(zP_ix) \geqslant N(zP_iy) \geqslant N(xP_iz)$，因此如上所证，$zRx$ 是多数规则。

情况二：$B(x, z, y)$。

按照单峰性，xR_iz 意味着 zP_iy，因此，连同传递性，我们可以得到 xR_iz 意味着 xP_iy。因此，$N(xP_iy) \geqslant N(xR_iz)$。所以，按照我们的假设，$N(yP_ix) \geqslant N(xP_iy)$，$\frac{1}{2} \cdot |N| \geqslant N(xP_iy)$。结果得，$\frac{1}{2} \cdot |N| \geqslant N(xR_iz)$。因此，存在 $N(xR_iz) \geqslant N(xP_iz)$，显然，$\frac{1}{2} \cdot |N| \geqslant N(xP_iz)$。

$N(zP_ix) = |N| - N(xR_iz)$。所以，如我们先前知道的，$N(xR_iz) \leqslant \frac{1}{2} \cdot |N|$，$|N| - N(xR_iz) \geqslant |N| - \frac{1}{2} \cdot |N| = \frac{1}{2} \cdot |N|$。因此，$N(zP_ix) \geqslant \frac{1}{2} \cdot |N|$。结合最后的两步，我们能够得到 $N(zP_ix) \geqslant N(xP_iz)$，所以，再次得到 zRx 是多

数规则。

情况三:$B(y, x, z)$。

我们将会证明,这个情况下,在 zRy 和 yRx 的假定之下,以及在这个投票人数量是奇数的假设下,这种情况不会产生。就此我们将不再使用这个假设。

因为单峰性,yR_ix 意味着 xP_iz,因此,由于传递性,我们得到 yR_ix 意味着 yP_iz。所以,$N(yP_iz) \geqslant N(yR_ix)$。但是,从我们的假设中有 zRy,因此 $N(yP_iz) \leqslant \frac{1}{2} \cdot |N|$。所以 $N(yR_ix) \leqslant \frac{1}{2} \cdot |N|$。但是,在我们的假设 yRx 中,因为 $N(yR_ix) \geqslant \frac{1}{2} \cdot |N|$。结合上面的两个结论,我们得到 $N(yR_ix) = \frac{1}{2} \cdot |N|$。但是,这就意味着 $\frac{1}{2} \cdot |N|$ 必须是一个整数值。那么 $|N|$ 必须是一个偶数,与先前定理的假设相矛盾。

因此,在所有的情形中,只可能是 zRy 和 yRx,我们可以证明 zRx。这就证明了 R 的传递性和完备性。

在我们继续之前,还有三点需要说明。单峰性的镜像有时被称为单洞性(single-cavedness)或单波谷性(single-troughedness),将有助于精确地描述同样的结果。例如,一个单波谷说明了三个个人的偏好对于特定位置一定有强烈的厌恶。但是,他们的反感所涉及的位置不同。其中一个想要住到远离核电站的地方(a),第二个人喜欢远离大型的购物中心附近(b),对于第三个人,不喜欢在公路主干道附近(c)。单波谷性如图 3.3 所描绘的。

沿着横轴，第二个点所指出的排序，就是上面我们已经简单谈到的。

这个偏好组合：

$$xP_1yP_1z$$

$$yP_2zP_2x$$

$$yP_3xP_3z$$

对于 $B(z, x, y)$能够描绘如图 3.4。

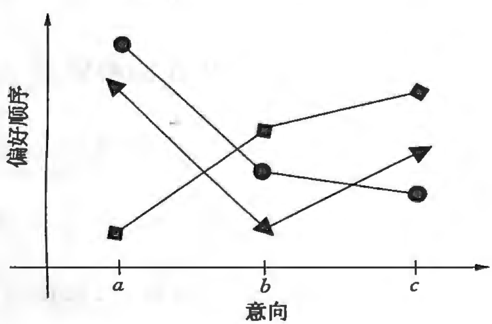


图 3.3

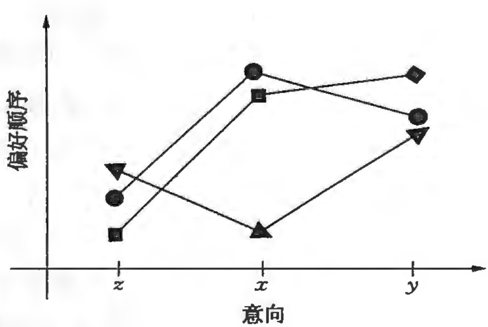


图 3.4

这里的这个结构类似投票的悖论例子中的结构。但是，沿着横线，可选择的重新排列能够产生出一个单峰性[也就是，对于 $B(x, y, z)$]，或单波谷性[也就是，对于 $B(y, z, x)$]。如此的重新排列将不会产生投票的悖论。图 3.2 的结构将仍旧类似所有可能的重新排列。

这个组合：

$$wP_1yP_1zP_1x$$

$$zP_2xP_2yP_2w$$

$$yP_3zP_3xP_3w$$

当我们沿着横轴线选择严格的排序 $xSy \wedge ySz \wedge zSw$ 时，看上去“更为复杂凌乱”，但是能够沿着这个横线对于不同的另外一个排序可以得到一个单峰结构。(是哪一个呢?)

这个组合：

$$yP_1zP_1xP_1w$$

$$xP_2yP_2zP_2w$$

$$wP_3yP_3zP_3x$$

对于四个可选择项 x，y，z 和 w，既不能够排列成一个单峰类型，也不能排成单波谷的方式。但是，对于这四个中的任意三个都能够描述为一个单峰性方式，所以应用布莱克—阿罗定理：多数决策的方法产生一个社会排序，因为对于可选择项中任意的三个都满足单峰性。

第三点谈及的是在投票理论中以布莱克(Black, 1948)的中间选民理论(median voter theorem)而为人所知。这个概念将会在第 5 章再次论述。这个观点非常简单。如果投

票人的偏好序能够用单维来描述的话，比如说，一些公共绿地的大小，按照简单多数规则的均衡结果是在中间投票者的偏好峰值上。在上面的图 3.1 中，三个人的投票结果是在“中间”。更为一般而言，如果存在 $n+1$ 个投票者，所有人都表示出单峰偏好，并且他们所有人都最偏好的公园的大小 s_i 是不同的，那么投票的均衡通过 s_i 的中间值所给定。中间投票者实际上具有的特征是 $\frac{n}{2}$ 的投票者喜欢小型的，还有 $\frac{n}{2}$ 的人喜欢大型的。可以说，中间的投票人平衡了这些不同的利益。

3.3　其他定义域条件：定性的和定量的

上面的讨论中，我们看到了单峰个人偏好和单波谷个人偏好，简单多数决策规则是一个阿罗意义下的社会福利函数。这个结论是否可以进一步一般化？这个答案由森（Sen，1966）在他的价值—约束偏好（value-restricted preferences）的概念中给出。

价值约束的条件　在三个一组的(x, y, z)中有一些可选择项，例如 x，所有相关个体都认为，它要么不是最差的，要么不是最好的，要么不是中间的。例如，对于所有相关投票人，

对于所有的 i：xP_iy 或 xP_iz，或

对于所有的 i：yP_ix 或 zP_ix，或

对于所有的 i：$[xP_iy$ 和 $xP_iz]$或$[yP_ix$ 和 $zP_ix]$

从而得出以下定理：

定理 3.3(对于价值限定性偏好的可能性定理) 假定相关投票人是奇数，如果个人排序集对于每三个可选择项是价值约束偏好，那么多数规则是一个社会福利函数。

奇数性条件可能被认为是一个“奇怪”的要求。当我们去掉这个条件的时候，将后产生什么样的后果呢？可以用一个偶数个的相关个体来证明，成对产生的多数投票保证了社会偏好的关系是拟传递性的(quasi-transitive)，也就是，偏好是严格传递性的。在这个例子中，一般存在至少一个最好的项，按照多数规则是在两两相比中优于其他项的。在关于投票的文献中，这个项成为孔多塞赢家(Condorcet Winner)，至少它是和其他项一样好的候选项。这个概念我们将在第 5 章和第 6 章中继续谈及。对于多数的选择，可能的充分条件是确保孔多塞赢家的存在。

有人可能心存疑问——现在这个是题外话——这种对于所有可选择项完整详细的排序可能有时显得冗长多余。有人甚至“不折不扣”允许偏好循环性。例如，想象一下在第 3.1 节所描述的孔多塞悖论中，所有的三个个体将完全一致地严格偏好对于 w 甚于 v，并且都各自在任意两项可选择项中一致偏好 x，y 和 z。那么，我们将会得到一个“底部循环性”，但是很明显，最好项是(w)。一个“顶部循环性”就必然被阻止产生。

价值约束对于孔多塞或多数性赢家的存在是一个充分性条件。它不是一个必要条件。这里在多数规则下有其他各种充分性条件。我们将选择其中一种依纳达(Inada，1969)的所谓二分偏好(dichotomous preferences)。

二分偏好的条件　对于所有的 $i \in \{1, \cdots, n\}$，R_i 是传递性并且对于在(x, y, z)中不同的 a，b，有 aI_ib。

注意，在这些人之间的每对可选择项中，所要求无差异性对于每一个个人不必要是相同的。

依纳达证明对于任何数量的所有对每三个可选择项中有两分偏好的个体，多数决策规则在阿罗意义下是社会福利函数。在依纳达的结论中，奇数性的要求不是必须的。

到目前为止，我们所讨论的是限定定义域下的一般特性，某些特定的个体偏好是根本不能够发生的(如在刚刚讨论的依纳达条件上)，或者排除了其他偏好关系的存在。另一方面，一旦偏好组合满足单峰性，在给定任何个数投票人的多数规则下，就存在孔多塞赢家。很显然，这里不存在对于某些特定偏好的个体数量的限定。

让我们将价值限定性和两分偏好记为定性的(qualitative)定义域条件。现在，我们想要介绍一个定量的条件在数量上的约束，并且指出在这个条件和依纳达的两分偏好之间的逻辑关系。

为了实现这些，我们将追溯到在多数决策规则下产生的孔多塞悖论，也就是：

$$xP_1yP_1z$$

$$yP_2zP_2x$$

$$zP_3xP_3y$$

对于可选择项的三个一组的(x, y, z)的任意排序，萨波斯尼卡(Saposnik，1975)指出这个偏好结构是个人排序的“顺时针循环性”。那么个体排序的“逆时针循环性”是：

$$zP_4yP_4x$$

$$xP_5zP_5y$$

$$yP_6xP_6z$$

注意，例如，xP_1yP_1z 和 zP_4yP_4x，都是彼此“相反”的。简单多数投票下，单独的两个严格排序将产生总体的社会无差异，即 $xIyIz$。

根据萨波斯尼卡，当且仅当个人排序的相同数量构成顺时针的循环性和逆时针的循环性时，投票者的偏好组合的“循环性平衡”(cyclical balance)就是给定的，如 $n_1+n_2+n_3=n_4+n_5+n_6$，这里 n_i，$i\in\{1,\cdots,6\}$，表示个人的数量有第 i 的严格排序。

萨波斯尼卡的结论是：

定理 3.4(循环性平衡的可能性结果) 如果个人的偏好关系是循环性平衡的，那么在多数决策规则下的社会偏好关系是传递性的。

循环性平衡偏好的定义域可能显得更为小，但是萨波斯尼卡发现，在所设计的投票分布上的排序子集中，其至少有一个是无差异子集的，并不影响社会传递性的问题。例如，考虑如下的组合：对于 xP_1yP_1z，$n_1=2$，对于 yP_6xP_6z，$n_6=2$，一个个人有 yI_izP_ix，另外两个个人是 zP_ixI_iy。那么，显然，循环性平衡给定时，萨波斯尼卡的充分条件和社会排序就可以满足得到：$yPxPz$。现在，将一个投票人的 n_6 压缩到 $n_6=1$。循环性平衡就不再被满足。社会关系就是：xIy，xIz 和 yPz。这个社会关系还不“完全”满足传递性，例如这里不能够得出无差异关系的传递性。

这点里面所包含的“奥秘”是什么？盖特纳和海内克(Gaertner and Heinecke，1977)证明了当且仅当循环性平衡被满足时，萨波斯尼卡的循环性平衡状态不只有独一的性质，至少有一个无差异的个人排序对于每三个一组的可选择项中，增加或减少任意一组，都不影响 R 的传递性。为什么会是如此呢？注意上面的例子，$n_6=1$，我们不再能得到 R 的完整传递性，但是如果我们减少，例如两分偏好关系 yI_izP_ix，我们就会再次得到传递性。

为了回答刚刚提出的问题，我们将回到我们较早所讨论的，在多数规则下，从顺时针周期 xP_1yP_1z 和逆时针周期 zP_4yP_4x，对于 $n_1=n_4$ 得到 $xIyIz$。我们记这两组排序是彼此相反的。进而，在不同的周期中的每对非相反的严格排序能够被转换为两分偏好关系。例如，在 $n_2=n_6$ 的一对 yP_2zP_2x 和 yP_6xP_6z 能够转变为两分排列 $yPxIz$，并且为了在可选择的每对选项之间确保多数性，$yPxIz$ 将必须是$(2n_6)$的倍数。

现在，一旦循环性平衡被满足，所有严格偏好序能够被直接删掉(或者转变为完全的社会无差异)，因为它们彼此相逆，或者能够作为上面的例子，最终被转化为两分排列。因此，有严格个人偏好关系的子集的偏好组合，这将满足萨波斯尼卡的循环性平衡，并且加上任意数量的两分偏好，我们能够确保上面描述的转换依旧成立，很显然，我们实现了一个偏好集，其仅仅包含两分偏好。而且，对于这些两分偏好，我们从伊纳达定理得知，简单多数规则应用产生一个完整传递性的社会关系。因此，我们已经说明了萨波斯尼卡所认为的，在循环性平衡的状况下，个人排序是两分的数量并不影响社会传递性。

最后，我们来看简单多数规则。最近马斯金(Maskin，

1995)提出了简单多数投票的特点，其观点与梅(May)开创性的论文在角度上有所不同。关注的是偏好的最广泛领域，多数规则正是被定义在这一范围内的，而且他为这一投票规则提供了一种辩护，是关于一项他称之为“稳健性”(robnstness)的条件。

对于个人偏好的严格定义域能否使得一个多数规则的投票结构变为阿罗的社会福利函数？对于个人的弱排序，我们可以看到，这里不仅仅存在唯一的答案。当我们要求所有的个人排序是严格的时候，并且投票人的数量是奇数的时候，这个状况就变得更为简单。那么，森(Sen，1966)的价值约束条件对于多数决策成为一个阿罗社会福利函数是一个充分必要条件。马斯金证明如下。

使得 g 是任意的社会加总函数，并且其是匿名性、中立性和正反应性的(并且因此也满足帕累托条件)。给定奇数性和严格个人偏好的这两个条件，如果 g 在特定的定义域上是传递性的，那么简单多数规则在这个定义域上也是传递性的。而且，除非 g 自身是一个简单多数规则，否则在多数规则上的个人排序的定义域是传递性的，但是 g 不是传递性的。在所有的实现了这些性质的加总规则中，简单多数规则是唯一一个在最为广泛的定义域下具有传递性的。在多数规则的意义上是稳健的。

3.4 简短总结

阿罗不可能定理的重要性是其所具有的概括性。因为，

对于诸如此类可能性，关键是知道其可能的及所要求的条件。在公共投票中，多数规则是一个显著而且经常被使用的规则。许多人将同意或至少也是在一定程度上认同，其反映出了民主的价值。多数规则平等地对待个人和可选择的事物，并且其对于其背后的偏好组合的改变具有反应性。当然，少数人可能认为这个规则在某些特定情况下是不公平的。

不幸的是，简单多数投票在特定的偏好组合中将产生一些问题。在这一点上，这一所谓的“孔多塞悖论”是至今最广为人知的例证。偏好循环对于决策制定者而言是一个“灾难”。单峰性是一个定性的性质，能够对于每个个体排序给予特别的“规范”，并且其也能够应用于社会的偏好组合。单峰性不仅仅避免了“循环性困境”，它也能够给予自身一个清晰明了的解释。就好像是一个人能够适应各样的环境一样。对于这个要求的一般性，就是森的价值约束，这个仍旧非常具有直观性。不幸的是，这个约束也不复杂的性质，很难轻易就给予解释。因此我们留到以后来论述。单峰性的性质将会在其他章节中再次出现，这样也会产生更为积极的效果。考察在偏好的定性条件和一些偏好组合在定量上的条件之间的逻辑关系，也是一件有趣的事情。

3.5 练习

1. 证明即使在两个投票人和三个可选择项的例子中，简单多数规则还是不满足阿罗社会福利函数。
2. 证明在三个可选择项和四个投票人的例子中，其中所有

人都具有严格的个人排序，在这个简单多数规则下，不可能产生偏好循环。对于三个可选择项和五个投票人是否也成立？

3. 在定理 3.1 的证明的第二步骤中，如果 $N(1)=N(-1)$，那么 $g(d_1, \cdots, d_n)=g(-d_1, \cdots, -d_n)$。解释为什么是这样。

4. 对于三个不同的可选择项 x, y, z，有如下情形：xR_1y 和 $B(x, y, z)$，意味着 xP_iz。证明其违背了单峰性。

5. 在定理 3.2 情况一 $B(x, y, z)$ 的证明中，我们得到了一个点，有 zR_iy 意味着 zP_ix。那么我们可以说："因此，$N(zP_ix) \geqslant N(zR_iy) \geqslant N(zP_iy)$"，解释为什么我们能够得到此推论。

6. 证明如下组合能够被排列在一个单峰形式中：

$$wP_1yP_1zP_1x$$
$$zP_2xP_2yP_2w$$
$$yP_2zP_2xP_2w$$

7. 证明对于如下四个可选择项的组合中，所有三个一组的组合能够被排列为一个单峰方式，但是四个一组的不能够排列为单峰方式：

$$yP_1zP_1xP_1w$$
$$xP_2yP_2zP_2w$$
$$wP_2yP_2zP_2x$$

8. 对于三个一组的可选择项 (x, y, z)，并且其只具有严格的个人偏好，要求这些不是最差的可选择项其中之一得到一

个单峰结构，并且不是最优的可选择项其中之一得到一个单谷结构。请证明。并且证明：不在中间的可选择项之一能够被排列为既不是单峰形式也不是单谷形式。

9. 如下组合是否满足价值约束的条件？

$$xP_1yP_1z$$
$$yP_2zI_2x$$
$$zI_3xP_3y$$

如果“是”，请说明为什么在简单多数规则下，是一个传递性社会关系。如果“不是”，解释为什么在多数规则下，是一个社会排序。

10. 证明如下组合能够被转换为按照 Saposnik 方法的一个群列“循环性平衡”，并且解释为什么在这个简单多数规则下，所有三个可选择项存在社会无差异：

$$2:xPyIz$$
$$2:yPzIx$$
$$2:zPxIy$$

例如，这里的 $2:xPyIz$ 意味着两个投票人具有共同的偏好 $xPyIz$。

11. 魏马克(Weymark)设 $X=\{x, y, z\}$，并且 $n\geqslant 2$。每个个体 $i\in N$ 在组合$(R_1, \cdots, R_n)$中具有以下六种偏好的其中一种：

$$xP_iyP_iz \qquad (1)$$
$$yP_izP_ix \qquad (2)$$
$$zP_ixP_iy \qquad (3)$$

$$zP_iyP_ix \qquad (4)$$

$$xP_izP_iy \qquad (5)$$

$$yP_ixP_iz \qquad (6)$$

设 n_k 是具有第 k 个偏好的个体数量，$k=1, 2, \cdots, 6$。假设 $n_1+n_2+n_3=n_4+n_5+n_6$

使用成对的多数规则来决定社会排列。假设对于给定的组合，社会偏好的结果 R 具有 xRy 和 yRz。证明必定有存在 xRz。

推荐阅读

Kelly, J. S. (1988). *Social Choice Theory. An Introduction*, Chapters 1–3. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

May, K. O. (1952). 'A Set of Independent Necessary and Sufficient Conditions for Simple Majority Decision'. *Econometrica*, 20: 680–684.

Sen, A. K. (1970). *Collective Choice and Social Welfare*, Chapter 10. San Francisco, Cambridge: Holden-Day.

Sen, A. K. and P. K. Pattanaik (1969). 'Necessary and Sufficient Conditions for Rational Choice under Majority Decision'. *Journal of Economic Theory*, 1: 178–202.

历史文献

Arrow, K. J. (1951, 1963). *Social Choice and Individual Values* (2nd edn), Chapters 5 and 7. New York: John Wiley.

Black, D. (1948). 'On the Rationale of Group Decision Making'. *The Journal of Political Economy*, 56: 23–34.

May, K. O. (1952). See above.

进一步阅读

Gaertner, W. (2001). *Domain Conditions in Social Choice Theory*, Chapters 3 and 5. Cambridge: Cambridge University Press.

4 个人权利

4.1 森的帕累托自由的不可能性

第2章已经教我们应用在阿罗社会福利函数上一些适当的条件集将产生个人的独裁。当这个个人偏好可选择集 X 中任意的 x 都甚于任意的 y 的时候，社会必然偏好 x 甚于 y，并且对于一切来自 X 中每对可选择项和社会福利函数的定义域中的所有组合项都成立。阿罗称这样一个人为独裁者，并且绝大多数人都将会同意具有如此强权的人对于一个民主社会是不能够被接受的。读者应该会记得这个独裁权力涉及社会可选择的方方面面。我们不想让一个人来决定我们的国家是否要去参战，我们不想让这个人全凭他自己的意志来做决定，不论这个国家是否执行的是一种让少数人受益、但让很多公民受难的政策，我们也不想让单单一个人来决定我们的国家是否要进行一场文化革命。

但是，有一些好的论点支持说，公民应该被允许执行“本地决策”，意思是，公民可以在一些狭义领域中（即公民的私人事务中）采取独裁专政式的做法。这点能够在穆

勒(J. S. Mill)的《论自由》(*On Liberty*)中找到,那里作者提出在每个人周围有个范围,是任何人都不能侵犯的。我们将不希望政府来决定我们所实践的宗教,也不期待一个好管闲事的人来决定我们是否读《花花公子》这类的书籍。民主社会的一个明显的特点是它的成员能够自由地在私人领域履行特定的权利。换而言之,自我决定不仅仅是合情合理的,而且也是一个自由社会的最重要的特征。

森(Sen, 1970a, b)首先在社会选择的背景下模型化了个人权利的执行,并且得出了以"帕累托自由的不可能性"闻名的结果。让我们假设每一个个人 $i \in N$ 有一个"受到保护或公认的私人领域"D_i,其包含了至少一对个人选择是这个个人在社会选择过程中可以在两方面进行决定的,例如 $(x, y) \in D_i$,当且仅当在 $x \neq y$ 时,$(y, x) \in D_i$。在这个例子中,D_i 被称为对称的。并且对于社会,决策性意味着任何 $(x, y) \in D_i$ 及 xP_iy 之时,有 xPy,以及任何 $(y, x) \in D_i$ 和 yP_ix 之时,有 yPx。显然,在每一对可选择项中应该是有差异的。注意,对于个人决策性的引入,第 3.1 节所定义的中立性将不再是给定的。

注意,对于决策性的这个概念有些不同于第 2 章,但是意义上却是完全相同的。那么在一个权利体系中,其是对于个人的状况有序偶(ordered pair)的分配,即一个 n 元的 $D = (D_1, D_2, \cdots, D_n) \in \Omega(n)$,这里 $\Omega(n)$表示 n 重的 Ω 笛卡尔乘积,$X \times X$ 的所有非空子集的集合。一个简短的例子可能帮助我们理解这些。让我们来假设 $X = \{a, b, c, d\}$,并且这里仅仅有两个个人。那么对于两人社会的权利体系 $D = (D_1, D_2)$ 将有 $D_1 = ((a, b), (b, a))$ 和 $D_2 = ((c, d),$

(d, c))。所以个人 1 可能将在(a, b)对上有两种决定方式，同样，个人 2 在(c, d)对上也同样有两种决定方式。在这个例子中，没有人有权利能够在(b, c)对和(a, d)对中进行选择。

在森(Sen, 1970a)最初论述的“自由悖论”中，他使用了社会选择函数的概念。这是一个集体选择规则或社会加总机制，其范围也受到了社会偏好关系所形成的这个选择函数的约束。选择函数的概念第 1 章已经介绍过。读者将会记得，选择函数的充分必要条件是被有限集 X 所定义的，这是一个二元关系 R，在 X 集合中具有反身性、完备性和非循环性。

森要求这个集体选择规则要满足如下三个特性：

条件 U(非约束定义域) 集体选择规则的定义域包含在 $X(\varepsilon'=\varepsilon)$ 的个人排序的每一个逻辑可能集上。

条件 P(弱帕累托原则) 对于任何在 X 中的 x，y，如果社会的每个成员严格偏好 x 甚于 y，那么 xPy。

注意，条件 U 和 P 的定义和第 2 章中的定义相同。

条件 L(自由主义) 对于每个个人 i，有至少一对个人可选择的 $(x, y)\in X$，如此可以使得个人在社会决策过程中能够在两方面进行选择。因此，对于社会而言，$(x, y)\in D_i$ 和 xP_iy 意味着 xPy，并且 $(y, x)\in D_i$ 和 yP_ix 意味着 yPx。

读者将会注意到，森从来没有宣称条件 L 充分描述了自由主义这个概念的多个层面的特性。森(Sen, 1970a)写道，这个条件“代表了包含许多人都会认同的那种个人自由的价值”(p. 153)。

为了加强他的不可能性结果，森进一步减少自由主义的条件。他要求给定至少一对可选择项——并非对于社会全体

成员但至少两个个人，在这样的可选择项下进行决策。森称这个条件是“最小限度自由主义”(minimal liberalism)(条件 L^*)。那么这个结果就是：

定理 4.1(森的帕累托自由的不可能性(1970)) 不存在一个社会决策函数满足条件 U、条件 P 和条件 L^*。

证明： 这个证明非常简单。我们将假设个人 i 是在 (x, y) 中进行决策，而个人 j 是在 (z, w) 中进行决策。如果 $(x, y) \in D_i$ 且 $(z, w) \in D_j$，我们将假设这两对没有共同的项(其他情形也可以很容易这样处理)。我们来假设，对于 xP_iy 和 zP_jw，以及所有 $k \in \{1, 2\}$，有：wP_kx 和 yP_kz。从条件 L^*，我们得到 xPy 和 zPw。从条件 P，我们可以得到 wPx 和 yPz，因此我们得到了 xPy，yPz，zPw，wPx。这个结论很显然违背了社会偏好关系中非循环性的性质，因此不存在非约束的定义域下的社会决策函数同时满足条件 P 和 L^*。

森的不可能定理的证明在这数十年里都声名远扬。相比上面所证明的，他的例子包含了仅仅三个可选项，其中在决策性的结构中有些是相互重叠的。这里三个可选择项围绕着劳伦斯(D. H. Lawrence)写的《查泰莱夫人的情人》进行决策。选项 a 说的是 A 先生这个过分守礼的人来读这本书。选择项 b 指出了 B 先生这个好色之徒读这本书，选项 c 是说明没有人来读这本书。A 先生偏好排序是最偏好没有人读这本书，接下来是他读这本书，最后才是 B 先生这类人读这本书。因此，有 cP_AaP_Ab。B 先生的偏好是 aP_BbP_Bc。这个社会中不存在其他的个人。

现在，森假设 $(c, a) \in D_A$，$(b, c) \in D_B$。森写道，一个自由的论点能够在这个例子中被实现，在 A 先生读这本书和

不读这本书之间可以做出选择，A 先生的偏好将被转变为社会偏好。同样在 B 先生读这本小说和没有人读这本小说之间选择，B 先生的偏好将被转变为社会偏好。因此，我们因为帕累托原则，得到 cPa 和 bPc 以及 aPb。这个偏好说明社会关系是循环的，因此不存在社会决策函数。

注意，在一个方向上的决策性就足以产生一个不可能结果。但是，从这个概念上来看，在两个方面的决策更接近的观点是个人有一定程度的自治性(autonomy)。

4.2 吉伯德的可让渡权利理论

森的不可能结论对于社会选择理论的众多研究者的想象力给予了极大冲击。如何将不可能结果转化为一个可能性定理？显然通过许多方式能够实现，其中包括建议引入个人偏好的定义域的限制，约束帕累托原则或者减弱自由主义条件。当然，这三个方式都将会成功地消除森的这个消极性结果——但是，都需要承担某种代价。事实上，我们进一步简要地考虑减弱自由主义这个观点。我们不再详细说明帕累托规则的约束，因为森的《查泰莱夫人的情人》的故事已经是很好的例子来反对帕累托原则具有“自治性”了。

基于下面的原因，我们将关注选择函数和非空选择集的存在性，我们将稍微重新定义一下一个个人做出选择的含义。之前我们谈到，任意$(x, y)\in D_i$ 和 xP_iy 之时，就有社会 xPy。现在，我们定义个人 i 是在(x, y)对上的一个决策，例如$(x, y)\in D_i$ 且 xP_iy，如果当 x 是可选择的并且 i 严格偏好

x 甚于 y，那么 y 将不是一个社会选择。凯利(Kelly, 1988)论证这个条件下的排他性权力。换而言之，任意$(x, y)\in D_i$ 和 xP_iy 之时，y 将不是选择集 $C(S)$ 中的项，社会选择集表示为 S，这里 $S\in K$ 表示社会状态的集，K 表示在社会可选项 X 集中的所有有限的非空子集的族。在条件 U、条件 P 和条件 L^*(个别的 L)下，森原来的结论将成立，社会选择状态的集合能够是一个空集。换句话说，对于所有的组合$(R_1, \cdots, R_n)$，不存在一个社会决策函数。

下面，我们将想要讨论吉伯德(Gibbard, 1974)的可让渡权利(alienable rights)。在这点上，自由主义者宣称个人不能直接被约束，例如，个人所拥有的偏好排序依赖于一些特征，但是这里将证明在一个定义明确的条件下，一个人可能发现放弃某些指定的权利是最有优势的。因此，在《查泰莱夫人的情人》这本书的例子中，因为假定全体一致地偏好 a 甚于 b 的话，守礼的 A 先生可能愿意放弃他对于 c 的权利更甚于放弃对于 a 的权利。B 先生对于 b 的权利更甚于 c，将使其无论如何不可能去选择 c。通过放弃他的权利，B 先生将能够保证 a 是一个社会性的选择，而不是 b 这个对于他最坏的结果。

让我们通过给出吉伯德自己的安吉丽娜—埃德温的例子来进一步讨论吉伯德的议题。吉伯德开始指出对于一个特定的提议能够在个人权利的执行和帕累托原则上达成一致，这是“一个强烈的自由契约的自由主义传统，并且在这个传统中，一个人的权利是他以他所认为合适的方式讨价还价得到的”(1974, p. 397)。

存在三个人，安吉丽娜、埃德温和“法官”。安吉丽娜将要想嫁给埃德温但是也醉心于法官让她事事都心想事成。埃德

温想要保持一种单身生活，却认为与其看到安吉丽娜嫁给法官，不如自己娶了安吉丽娜。这个三项可选择项中，埃德温和安吉丽娜结婚是(x)；安吉丽娜和法官结婚而埃德温保持单身是(y)；他们三个人都保持单身是(z)。安吉丽娜具有的偏好是 xP_AyP_Az。埃德温的排序是 zP_ExP_Ey。

吉伯德论证到，安吉丽娜有权利去嫁给法官来取代保持单身。因此在(y, z)中，安吉丽娜有自由的权利主张。埃德温有权利保持单身更甚于娶安吉丽娜。因此在(z, x)上他有权利主张。最终，埃德温和安吉丽娜都有一致性地偏好 x 甚于 y。因此，弱帕累托原则和这两个自由的权利主张结合就产生了一个偏好循环，即 yPz, zPx 和 xPy。

为了避免森的不可能结果，这个循环必须在某处被打破，但是在哪里呢？当然，吉伯德主张埃德温有权利保持单身，但是埃德温将要重新仔细考虑对于这项权利的应用。“他能够讨价还价使得安吉丽娜不嫁给法官。”(p. 398)尽管在(z, x)中埃德温偏好 z 甚于 x 并且有机会通过履行他的权利来避免选择 x，安吉丽娜有权在(y, z)中偏好 y 甚于 z。但是，这样就意味着当埃德温履行他的权利时，这一天他就会看见安吉丽娜和法官举行婚礼。然而这对于埃德温而言将是非常糟糕的事情(我们很遗憾用这样的措辞)，相比他得到状态 x。因此，埃德温自己放弃他在(z, x)上的权利来得到帕累托偏好 xPy，对于他而言非常有利。

这个故事背后的观点是吉伯德的一般性结论的来源，我们接下来将仔细来讨论。有权利系统 $D = (D_1, D_2, \cdots, D_n)$，并且可行的可选择项是有限集 $S = \{x, y, \cdots\}$。我们定义对于每一个个人 i 其受保护的各对 D_i 的集是子集

$W_i(R|S)$——让我们称其为个人 i 的"弃权集"——在如下的条件下：

当且仅当在 S 中存在一个序列$\{y^1 y^2, \cdots, y^\lambda\}$,其中：

1. $y^1 \neq y$
2. $y^\lambda = x$
3. $yR_i y^1$
4. $\forall t \in \{1, 2, \cdots, \lambda-1\}$,至少如下一项成立时：
   $\forall j \in \{1, 2, \cdots, n\}: y^t P_j y^{t+1}$
   $\exists k \in \{1, 2, \cdots, n\}, k \neq i: (y^t, y^{t+1}) \in D_k$ 且 $y^t P_k y^{t+1}$

那么：$(x, y) \in W_i(R|S)$

注意，给定可行的选择集，决定放弃或者不放弃一个人的权利强烈地依赖于其他人的偏好。在 S 的可选择序列观点的辅助下，吉伯德建立了如下的自由权利的主张：

条件 GL（吉伯德的自由主义可让渡权利的主张） 对于每一个偏好组合$(R_1, \cdots, R_n)$，每一个 $S \in K$，每一个 $i \in N$，并且每一对$(x, y) \in X$，如果$(x, y) \in D_i$，$xP_i y$，$(x, y) \notin W_i(R|S)$，并且 x 是在 S 集中，那么 y 就不是选择集 $C(S)$ 中的项。

那么将会得到如下的可能性结论：

定理 4.2（吉伯德的权利放弃解） 存在一个集体选择规则满足条件 U、条件 P 和条件 GL。

我们现在开始这个结论的证明。从上面两个论证中，基本的观点已经变得较为清晰。放弃集的主要作用在于打破任何一个循环。吉伯德的解决方法非常机械化，并且这个过程需要持有和加工大量的信息，即那些决定是否放弃一些权利或者不必要去考虑全体一致的严格偏好对的序列和其他人对

于他们决策所采取的决策对。这个序列可以非常冗长。但是无疑，吉伯德方案是比较有效的。

4.3 条件偏好和非条件偏好

在本章开始的时候，我们主张在一个自由社会中，每个个人 i 有一个受保护或被认可的私人领域 D_i，在个人的决策中至少存在一对偏好选择是这样的。通过森和吉伯德两人的论证，精确地设定了这个个人的领域的性质。在吉伯德(Gibbard, 1974)的论文中，他非常正式地详细说明了社会成员的私人领域。他的观点是这个社会状态能够分解为不同的部分来代表被认可的个人领域。更为精确地说，如果 X_i 表示个人 i 的可选择 x_i 的集，状态空间 X 通过完备的笛卡尔乘积$X_1 \times \cdots \times X_n$ 所给定，如果社会被视为由 n 个人组成。公共可选择的集合 X_0 表示个人私人领域的外部范围，但是出于简化的原因，在这个序列中，我们将删除这个组。那么，一个特定的社会状况 x 能够被写成 $x=(x_1, \cdots, x_i, \cdots, x_n)$，这里对于所有的 i, $x_i \in X_i$。吉伯德假设对于所有的 $i \in \{1, \cdots, n\}$有 $|X_i| \geqslant 2$。个人 i 的被认可的私人领域能够用 $D_i=\{(x, y) \mid x_k=y_k$ 对于$k \neq i$，和 $x_i \neq y_i\}$ 所表示。D_i 中的项被称为 i 变量，仅表明了 i 的个人分量上的不同。

吉伯德建立了如下自由主义的主张，相比森最初的自由主义条件要强很多。

条件 GL' 对于每一个个人 i 和所有不同的社会选择 x 和 y，如果 x 和 y 仅仅在由 i 认可的私人领域方面有所不同，

那么 i 在(x, y)上是有明确决策的，也就是如果 xP_iy 且 x 在 S 中，那么 y 不属于 S 的选择$[y \notin C(S)]$，并且如果 yP_ix 且 y 在 S 中，那么 $x \notin C(S)$。

吉伯德要求，个人 i 在私人领域中对于每一对 i 变量做出决策。森要求对于至少一对可选择集做出决策。对于他自己的自由主义主张，吉伯德证明如下。

定理 4.3(吉伯德的条件偏好) *存在非集体选择规则满足条件 U 和条件 GL'。*

证明：我们假设有两个私人特征 b 和 w 是被两个人 1 和 2 独自选择的。我们考虑四种状况，$x = (b\,b)$，$y = (w\,b)$，$z = (bw)$，$v = (ww)$，这里每项中第一个元素是个人 1 的，第二个是个人 2 的。那么 $S = \{x, y, z, v\}$，并且个人 1 和个人2 的私人领域是 $D_1 = \{(x, y), (z, v)\}$ 和 $D_2 = \{(x, z), (y, v)\}$。这两个人的偏好假设为：

1：	ww	2：	bw
	bb		wb
	bw		ww
	wb		bb

按照条件 GL'，个人 1 从选择集 $C(S)$中排除了可选择项 y 和 z。个人 2 从选择集中排除了可选择项 x 和 v，因此 $C(S) = \varnothing$。

更进一步考虑这个两个人的偏好揭示了两人具有所谓的条件偏好(conditional preference)。给定个人 2 选择 w，个人 1 偏好 w 项甚于 b。给定个人 2 选择 b，个人 1 偏好 b 甚于 w。个人 1 能够被称为尊奉者(conformist)，那么个人 2 就称为不

尊奉者。想象个人 1 和个人 2 是两个年轻女士，她们被邀请参加一个晚宴。让我们假设这两个人都拥有一件黑色长裙和一件白色长裙。个人 1 喜欢她们都穿同样颜色的裙子，或者是白的或者黑的。个人 2 喜欢她们穿不同的裙子。假设这两位女士分别去做决定。这就不能够协调。（存在协调吗?）

对于条件偏好而言，可能性定理可能太严格以至于不能实现。吉伯德验证了如下所谓的非条件偏好。

定义 4.1（非条件偏好） 如果对于所有的$(x, y)\in D_i$只要xP_iy，对于所有的 z 有$(x_i, z)P_i(y_i, z)$，这里(x_i, z)是$(z_1, \cdots, z_{i-1}, x_iz_{i+1}, \cdots, z_n)$的简写，$(y_i, z)$是$(z_1, \cdots, z_{i-1}, y_i, z_{i+1}, \cdots, z_n)$的简写，那么个体 i 对于其被认可的私人领域 D_i 具有非条件偏好。

这里，向量 z 由所涉及的社会中其他个人的个人特征所组成。已经证明了任何个人 i 对于 z 有偏好 x_i 甚于 y_i 的偏好，这个严格偏好对于其他个人的任何特征群都成立。一个偏好组合满足非条件性的性质将在下一个定理中得到证明。

在这一章前面的某一部分，我们提到了将会讨论一个弱化的自由主义主张。这里是吉伯德的版本。

条件 GL'' 对于每个个人 i 和所有不同的社会选择 x 与 y，如果$(x, y)\in D_i$ 和 xP_iy，并且个体 i 的偏好是非条件性的，那么$[x\in S\rightarrow y\notin C(S)]$。

读者应该注意到，在这些偏好中没有定义域的条件。这是对于个人权利的一种限制。个人权利的执行依赖于在个人偏好中某些特定条件的满足。吉伯德提出只要个人被允许做出的决策的数量和这个社会中个人的数量一样时，非一致性问题就会产生。但是，结合条件 GL''和弱帕累托规则就产生

了另一个不可能结果。

定理 4.4(吉伯德的非条件偏好) *存在非集体选择规则满足条件 U、条件 P 和条件 GL''。*

证明：我们假设有四种社会状况：$x=(bb)$，$y=(wb)$，$z=(bw)$ 和 $v=(ww)$。并且，私人领域和先前的一样是 $D_1=\{(x,y),(z,v)\}$，$D_2=\{(x,z),(y,v)\}$。根据条件 U，我们能够对于个人 1 和个人 2 得到如下偏好：

1：	2：
ww	bb
bw	bw
wb	wb
bb	ww

两个个人的排序满足非条件性的性质。因此，由于条件 GL''，个人 2 排除了可选择项 z 和 v，个人 1 排除了 x 和 z，并且帕累托条件(按照选择适当的重新定义)禁止了 y 的选择。因此，$C(S)=\varnothing$。

4.4 再谈条件偏好和非条件偏好：便士匹配和囚徒困境

我们再思考一下定理 4.3 和定理 4.4，可以说是从一个不同的角度来看这个问题(更详细的参见 Gaertner，1993)。与定理 4.3 证明相联系，我们提出了一个例子，两位年轻的女士，彼此独立决定她们的个人衣着，也就是 b 或者 w。显然这些独立的选择存在四种社会状态 x，y，z，v。给定这两位女

士使用在定理 4.3 的证明中的条件性偏好，我们能够绘制出这个状况，也就是图 4.1 中的矩阵。

1/2	w	b
w	4，2	1，3
b	2，4	3，1

图 4.1

在这个矩阵四个格子中的项表示这两位女士的序数性偏好(这里不是基数性的)。每格中第一个数字代表的是女士 1 的，第二个数字表示女士 2 的。读者将会检查在每格中的数字对应于定理 4.3 中所假定的排序。图 4.1 中的矩阵代表了非合作博弈理论中最为著名的一个模型。这个图描绘了"便士匹配"的例子，并且人所共知的是在这种状态下，不存在纯策略的纳什均衡。

因为这是一本社会选择的书，而不是非合作博弈论，为了说明博弈论这点概念可能需要在这里花些时间进行解释。我们可以定义一个博弈形式为：

(a) 一个 n 个参与人的集合 N；

(b) 对于每个参与人 $i \in N$(纯)策略集合 S_i 有 $s_i \in S_i$，并且 $s=(s_1, \cdots, s_n)$ 是 $s \in \prod_{j=1}^{n} S_j$ 时的策略向量；

(c) 集合 X 是可行的结果；

(d) h 是结果函数，是将 $\prod_j S_j$ 映射到 X 上的函数。(准确地说，$\prod_j S_j$ 每一项都被映射到一个结果上。)

在给定图 4.1 的状况下，这里存在四个向量，即(w, w)，

(w, b)，(b, w)和(b, b)，还有四个结果向量，对应于这四个策略向量。如果对于每一个参与人 i 其策略 $s_i \in S_i$，$h(\hat{s})R_i h(\hat{s}_1, \cdots, \hat{s}_{i-1}, \hat{s}_i, \hat{s}_{i+1}, \cdots, \hat{s}_n)$成立，那么我们将定义这个策略向量 $\hat{s} = (\hat{s}_1, \cdots, \hat{s}_n)$ 为(非合作)纳什均衡。

一个纳什均衡表示的是在一个策略向量中每一个参与人给出的对于其他参与人最好的策略反应，以至于这个状态是一个同时都达到最优的反应状态。显然，在“便士匹配”博弈中，矩阵中的每一格中对于参与人 1 或参与人 2 都能够通过改变到其他的策略上来使其获得更好的结果。这就意味着，这里在纯策略上不存在纳什均衡。但是，这里有一个混合策略均衡，其是基于附属于纯策略的正概率的观点之上的。

显然，遵守者和不遵守者的目标宗旨是无法匹配的——对于这两个“参与者”是不存在均衡策略的。在我们社会选择的背景下这意味着什么呢？(在纯策略中)不存在均衡点显然表明了在吉伯德结果中，这个选择集是空集。但是在现实生活中，这两位女士的博弈必将会有一个结果，将是什么呢？

我们现在来检验定理 4.4 和在证明中所使用的偏好结构。在这个状况下，我们得到了图 4.2 的矩阵。

1/2	w	b
w	4，1	2，2
b	3，3	1，4

图 4.2

在这个例子中，两个人都表现出了非条件性的偏好，以及一个占优策略的纳什均衡的存在。个人 1 偏好她的衣服 w

甚于 b，与个人 2 选择 w 或 b 没有任何关系。而个人 2 偏好 b 甚于 w，也与个人 1 的选择毫不相关。显然，这两个人都有一个占优策略，产生一个均衡点[就是结果向量（2，2）的 wb]，这个均衡对于策略合作 bw 其结果为（3，3）是帕累托次优的。这是一个囚徒困境博弈中“经典”的结构。纳什均衡的无效率转化到吉伯德意义下的社会选择背景就是条件 GL'' 和帕累托条件的冲突，这个结果其选择集也是空集。这种情况在现实生活中也会发生。你是否同意呢？

4.5 权利的博弈形式

在下面的章节中，我们期望讨论森的个人权利的概念和吉伯德较强的个人权利的概念是否能够符合我们直觉观念中那种个人所拥有并且行使的权利。记得根据森的定义，每个个人（或者至少两个个人）是在一对不同的社会状态下做决定，只要这些状态于他们的私人方面有所不同就可以。对于个人 i 在一对（x，y）上做决定，就意味着如果 xP_iy，那么社会偏好是 xPy，或者用选择理论的术语表示，如果 xP_iy，那么 y 将被从社会选择集中排除出去，例如 $y\notin C(S)$。从最长远的考虑中，个人是否真正有权力排除社会状况？除了我们将在这节结束时看到的一些非常特殊的情况，这个排他性的权力不能符合我们直觉上的概念，即对于个人存在有这样的权利。让我们来详细说明这一点。

在森和吉伯德的构建方法中，个人权利被视为社会选择中的约束。社会选择的这些约束联系着一些社会状态下的个

人偏好。Gaertner，Pattanaik 和 Suzumura（简记为 GPS）根据博弈形式，提出了一个权利的可选择公式。在他们自 1992 年的做法中，个人权利的形成过程包括三个方面，即指定每个参与者的可行策略或行动，以及每个参与者选择任何一种可行策略的完全自由，和不选择一种不被许可的策略之责任。（更多的细节参见，Fleurbaey and Gaertner，1996）。在两位女士的例子中，选择穿黑色还是白色是两个都被许可的策略。这里没有不被允许的策略。在 GPS 的主张下，特定的权利的执行决定了社会状况的特定的特征。

这个观点早期的先驱者是诺齐克（Nozick，1974），他提出"个体权利是共同可能的（co-possible）；每个人可以施行选择他的权利。这种权利的执行确定了这个世界的一些特征。如果任何的选择都有待去执行时，伴随着这些固定的特征的约束，一个选择能够通过基于社会排序的社会选择机制得以实现！"（p. 166）。显然，诺齐克和森的观点不同，不认为个人权利在社会选择中是和作为约束的个人偏好相联系的。在诺齐克的概念中，个人在一些可选择的行动中仅仅确定了社会状况的一些特征，而不是在社会状况下的个人偏好，其能强加在社会选择上一些约束。

我们考虑下面这个例子。读者将会记得定理 4.3 证明中的那个遵守者和非遵守者。每一位女士都有两件长裙，一件是白的，一件是黑的。这两位女士都完全对另外一个人的偏好无知，当这两位女士做出她们自己的选择（或黑或白）时，她将绝对不会受到另外一个人将要选择什么的影响，我们再次假设在所有塑造社会状况的其他的方面都已经被决定好了。出于简化的原因，我们完全忽视这些方面。和前面一样，遵守

者(个人 1)和非遵守者(个人 2)的偏好排序是：

1：	*ww*	2：	*bw*
	bb		*wb*
	bw		*ww*
	wb		*bb*

根据森的自由主义条件和个人被认可的私人领域的观念，如下的(a)和(b)中至少有一项应该被满足，并且(c)和(d)中也至少有一项应该被满足：

(a) $(ww, bw) \in D_1$，$(bw, ww) \in D_1$；

(b) $(bb, wb) \in D_1$，$(wb, bb) \in D_1$；

(c) $(bw, bb) \in D_2$，$(bb, bw) \in D_2$；

(d) $(wb, ww) \in D_2$，$(ww, wb) \in D_2$。

给定这些个人的范围，并且也给定这两位女士可能的决策，森和吉伯德的个人权利的建构就会产生一些困难。

困难 1 假设(a)的情况成立，这两位女士自由选择她们的穿着，而不用考虑其他人的偏好和她实际上的选择。GPS 论证到，给定对于这些条件的忽视，每位女士可以应用"最大最小化(maximin)原则"(在这一情形下，选择的颜色是避免一个最坏的结果的)，因此，个人 1 将选择 *b*，个人 2 将选择 *w*。显然，这个结论和森的自由主义条件并且与个人 1 在(*ww*, *bw*)上的决策前后矛盾，因为森的条件将宣称 *bw* 作为非社会性的偏好。在建立的选择函数中，*bw* 将从选择项中被排除出去。给定 *bw* 是两位女士对于她们衣着选择综合起来的策略，对于选择她们的衣着"很少有人愿意说这是违背了个人的权利"。(1992, p. 165)GPS 继续论述

道:"事实上,每个人都自由地选择……完全凭直觉也可以知道,没有任何外部的约束看起来能夺取我们所考虑的权利的概念。"(p. 165)

在(b),(c),(d)中,我们也能看到刚刚推出的这个不一致性。我们仅仅需要改变个人偏好排序,然后按照同样的方法去使用最大最小化行为的假设。因为在森的权利的建构要求上,至少两个人来决定至少一对选择集,虽然这里必然违背了森这类的权利,按照我们直观的感觉,却没有任何个人的权利遭受到侵犯。最大最小化行为在所考虑的这个状态下非常合理,但是,对于其他选择规则[例如,风险偏好个人的最大最大化(maximax)行为],如果我们适当修改了个人的排序,也同样将会产生相同的不一致性。

困难 2　当我们允许两组选择由一个人来进行决定时,将会发生什么?森要求至少在一组上进行决策,因此,他没有排除在两组上的决策。吉伯德的条件 GL' 要求在 i 变量的每组上进行决策。权力的类型导致了前后矛盾、不一致性,甚至也和我们的直觉相冲突。

在个人 1 中,假设它在两组(ww, bw)和(bb, wb)之间做决定。给定她的偏好如上所述,个人 1 将能够排除策略组合 bw 以及 wb。但是这样就比较奇怪。在目前的状况下,这两位女士分别是选择或者穿白裙或者穿黑裙,但是却不知道其他人将会怎么做,在我们直观的概念中,个人 1 既能选择白色也能选择黑色。选择 w,个人 1 能够保证策略组合 bb 和 bw 将被排除。选择 b,她能够保证策略组合 ww 和 wb 将被排除。但是个人 1 没有权力去保证 bw 和 wb 将被排除。她实际上会用哪一个呢?然而,给定森的自由主义的建构(当然稍

微做些扩展，可以适用于两组状态中），给定吉伯德的条件 GL'，这正是个人 1 在(a)和(b)下的权力。

更为具体地说，让我们再次考虑遵守者和不遵守者的例子。吉伯德的以偏好为基础的权利结构要求不是直观性的。在绝大多数的权利体系中，没有法律主张按照颜色(或习惯)匹配其他人的衣服，也没有权利要求其不同。对于排除 bw 和 wb，个人 1 将实际上就具有了这样的权力。她将能够排除不遵守者。类似的理由将应用到个人 2，如果我们允许个人 2 在这两组上来决定的话。在后者中，给定个人 2 的偏好，个人 2 将有权力排除遵守者。所有这些都完全是不符合直觉的。

困难 3 当我们允许这两个人在这两组中进行决定，将会发生什么？如果我们允许其中一个人而不允许另外一个人这样，显然不是那么合情合理。在(a)～(d)都满足的情况下，选择集将会在上述偏好中是空集，正如我们从吉伯德定理 4.3 中所获知的。另一方面，当然，这毕竟是一个社会结果。但是这就相当于说这两个人中的一人的决定必须不可避免地被违背。另外，这里在我们的直觉和森的权利行使的主张之间有着冲突。我们不知道最终将会达成什么样的结果。但是可以肯定，这会让两位女士中的一位必然很失望。但是，对于给定的这两位女士的偏好，这是完全能够被理解的。实际上，正如上面所指出的博弈论的分析证明，这里在遵守者和不遵守者之间的冲突上，在纯策略上面没有均衡。但是，有混合策略均衡(这里两位女士都以非零概率各自选择每个人的这两个行动中的一种)，在给定的冲突中，这似乎看上去更有道理。

让我们再次重申在森—吉伯德方法和 GPS 方法之间的主要不同是，在前者中，在社会选择上的约束是与各对社会状况之上的个人偏好相联系的，而后者，个人仅仅选择属于他们被认可的私人范围的社会状况。社会状况的选择恰好是与这个状况相联系。让我们假设仅有两个策略组合能够被选择，也就是 ww 和 bw。这就意味着个人 1 在 w 和 b 之间能够选择，而个人 2 根本不能选择。对于个人 2，只有白裙子是可以选择的。我们进一步假设这个信息是为个人 1 所获知的。那么，如果个人 1 偏好 ww 甚于 bw，w 的选择将自动意味着 bw 已经是被排除的。因此，在这个例子里，在个人 1 的偏好和社会选择的约束中就直接联系起来。个人 1 具有排他性的权力。这一论点也能够应用于第二个女士的身上，也就是说，她已经选择了一个颜色，女士 1 也得知了这个选择。

这里也有另外一群在个体偏好和完全的社会状况的排除之间的一种直接联系。这个例子中两位女士有一个占优策略。如果个人 1，通常选择 w 而不考虑个人 2 做什么，后者则通常不考虑个人 1 选择什么而自己选择 b，如果这一个消息是一个共同知识(common knowledge)，四个策略组合中的三个策略将要被直接排除掉。对于每一个人，这里是一个"好似这般"的选择状况。每位女士选择她自己的策略好似其他女士已经固定了一样。个人 2 知道因为女士 1 根本不会选择 b，策略组合 bw 和 bb 将不会再发生。女士 1 知道个人 2 将不会选择 w，因此策略组合 ww 和 bw 也将不会发生。这样的推论在 GPS 的公式中是完全合理的。

GPS 强调，虽然博弈形式的建立是和我们对个人权利的

直觉相对应的，但这一建立过程并不会解决一种冲突，这一冲突是存在于行使这些权利和帕累托效率之间的，而这一问题好像会“在我们能想到的每一种个人权利的可能性概念之下”持续下去。(1992, p. 161)。特别是在私人领域中，给定一些均衡的概念，个人偏好的定义域状况将能够实现帕累托效率和个人权利的可兼容性，但是这个定义域约束当然将需要有所辨别，在个人决策高于个人领域和帕累托原则这两者之间存在一种冲突(见 Gaertner, 1993; Gaertner and Krüger, 1981)，就此 Deb 等(Deb et al., 1997)已经泛泛的分析过了，即提出博弈中的不同均衡概念。也就是，这些里面首要的一个命题是对于占优策略均衡得到的结果不是帕累托有效的充分必要条件(见上面第 4.4 节)。

4.6 简短总结

不是所有的社会问题能够通过使用多数规则或一些其变体形式来得以解决的。在 n 个成员的社会中，我决定是去敬拜基督徒的上帝，还是去敬拜佛陀完全取决于我自己，而且社区中每个人都可以这样做。在这些决定中，有一定程度的自主性，至少只要这些决定没有对其他人产生某种消极的外部性就可以。

本地决策(local decisiveness)的问题能否在集体选择的阿罗式设定下得到解决？森回答了这个问题，并且许多学者都认同其观点。在他自由主义的状况下，森给他的观点披上了某种程度的决策自主性的外衣，添加上了对于帕累托效率

的条件和个人偏好的非限定定义域，并且提出了难以置信的不可能结果。这个消极性结果的发现激发了许多学者，包括森自己，寻求摆脱这个困难的方法。在过去的三十年里，从约束个人偏好来限制帕累托原则到修正自由主义或自治性条件，他们关于这个问题贡献了成百上千的文献。

对于解决这些问题，绝大多数建议都是很有意义的，但这些是否符合我们的直觉观念，即个人在特定的私人事务上具有个人身份（ad personam）的权利并且能够执行它们？在森所建立的公式中，个体权利被视为在社会选择中的一种约束。盖特纳和其他人根据博弈的形式提出了另外一种权利的建构。在这种方法里，个人权利通过指定的每个行动者被许可的策略所建立，其中每位行动者完全自由地去选择任何被许可的策略，并且有责任不去选择那些不被许可的策略。这个公式形式更进一步表明了我们在现实生活中所遵守的一些规则。但是，这并不意味着，这个博弈形式的分析自身将会解决在个人权利执行和必要的帕累托效率条件之间冲突的问题。

4.7 练习

1. 对于有限集合的可选择项，在阿罗意义下的社会福利函数是一个社会决策函数，但是反过来并不成立。为什么？
2. 使用森的“查泰莱夫人的情人”的例子，重新设计两个个人的偏好没有偏好循环的发生。将你的例子中的偏好组合与森的进行比较。通常的论点认为，在森的例子中产

生循环性源于两个个人都是爱管闲事干涉别人的人。请解释。

3. 思考在第 4.3 节中谈论的问题，对于个人 $i\in\{1,\cdots,n\}$，对可选择项 $x_i\in X_i$，有 i 种不同的方式选择。我们进一步假设只有两个人，并且只有两个特征，即 w 和 b（白和黑）。两个人的偏好如下：

$$
(1)\ \begin{array}{l} ww \\ bw;\ wb \\ bb \end{array} \qquad (2)\ \begin{array}{l} bb \\ bw;\ wb \\ ww \end{array}
$$

对于个人的无差异而言，两个可选择项在同一条直线上。现在，我们应用吉伯德（Gibbard）自由主义的主张，条件 GL，并且也符合吉伯德要求，在个人被认可的私人领域中，任意两个可选择项都是不同的，这个个人在成对的可选择项中进行选择。例如，个人 1 将在（ww，bw）上做出决策。应用吉伯德的权利—放弃的框架，证明哪些权利将被放弃，并且确定最后的选择集。如果个人 1 和个人 2 都不放弃自己的权利，将会有什么样的结果？是否将会得到一个空集选择集？请讨论。

4. 在练习 4.3 的正式形式中，考虑如下的两个个人的偏好：

$$
(1)\ \begin{array}{l} ww \\ wb \\ bb \\ bw \end{array} \qquad (2)\ \begin{array}{l} bb \\ wb \\ bw \\ ww \end{array}
$$

表面上，两个人都表现出无条件性的偏好，因此我们能够应用吉伯德的 GL'' 条件。但是，却和在定理 4.4 的论述有

些矛盾，我们不能够得到一个不可等性，即一个空集的可选择集合。为什么？

5. 仿照 4.4 节中的图 4.1 和图 4.2，画出练习 4.4 中矩阵形式的偏好组合。证明这个偏好组合得到了一个占优的纳什均衡策略是帕累托效率的。
6. 考虑第 4.5 节中的情况(b)，个人 1 在(bb, wb)上进行决策。假设这两个个人都能够应用最大最小化规则作为他们自己的特征在 w 和 b 上进行选择。构建一个偏好组合，使得因为个人 1 的选择而将 wb 排除，而如果两个人都应用最大最小化规则时，其结果将会是 wb。
7. 假设个人 1 在(ww, bw)上有两种方式做决定。进一步假设两个人都能够应用最大最小化规则。构建一个偏好组合，使得因为个人 1 的决策而将 bw 排除，而当如果两个人都按照最大最小化规则时，bw 将会是社会状况。
8. 你能够想到一个来自“真实生活”的例子，因为被指定的决策，个人能够从可选择的状态集中排除完全的社会状态。请讨论。
9. 为什么在个人权利的应用和帕累托效率的条件之间的冲突中，博弈形式分析不能够解决这个困境？请讨论。

推荐阅读

Gaertner, W., Pattanaik, P. K., and Suzumura, K. (1992). 'Individual Rights Revisited'. *Economica*, 59: 161–177.

Gibbard, A. (1974). 'A Pareto-Consistent Libertarian Claim'. *Journal of Economic Theory*, 7: 388–410.

Sen, A. K. (1970). *Collective Choice and Social Welfare*, Chapter 6. San Francisco, Cambridge: Holden-Day.

历史文献

Nozick, R. (1974). *Anarchy, State and Utopia*, Chapter 7. New York: Basic Books.

Sen, A. K. (1970a). 'The Impossibility of a Paretian Liberal'. *The Journal of Political Economy*, 78: 152–157.

进一步阅读

Deb, R., Pattanaik, P. K., and Razzolini, L. (1997). 'Game Forms, Rights, and the Efficiency of Social Outcomes'. *Journal of Economic Theory*, 72: 74–95.

Peleg, B. (1998). 'Effectivity Functions, Game Forms, Games, and Rights'. *Social Choice and Welfare*, 15: 67–80.

5 可操纵性

5.1 潜在的问题

直到这一章,我们一直假设个人被要求说明他们的偏好,诚实无伪地予以报告。这是一个似乎不错的假设,但是在通常情况下,它是否能够成立呢,例如在现实情况下?读者可能有一种直觉是任何能够具有可操纵性的体系都是一个不符合这个要求甚至不能够接受这个要求的框架。“可操纵性”这个词明显具有一种负面的含义。一个投票体系不能够被操纵似乎是明确和显而易见的。承认这样一种投票策略就相当于说有人花费了精力和资源在操纵选举的行为。因为在人民中操纵的技术不能够广泛平等地使用,由于这些人在这个活动中具有特殊的才能,一些代理人可能获得某种独一的优势。一些代理人(例如,主席们)可能在其位上能够改变议程表,然而其他人却不能这样,并且这些可能会明显地影响到最终的结果。从社会选择的角度,人们可能发现这是不应该也不应被提倡的。

杜梅特和法夸尔森(Dummett and Farquharson, 1961, p. 34)宣称在一个相对简

单明了的方式中，“我们不能够假设每一个投票人真实的策略将唯一被他的偏好范围所决定”。这需要假设每个投票人是“真实地”投票，然而在任何的投票程序中却好像都不是这样，对于任何投票者去投“战略性”如“不诚实的”之类的投票，这样做根本不会具有优势。当然，为了操纵成功，一个人必须对于其他人的偏好排序了如指掌。一个人可以反驳说因为关于个人偏好的知识对于每个人只有他自己知道的偏好信息，其他人几乎都不能了解到这些。策略上的歪曲现象尽管理论上很有趣，但是却缺乏与现实状况的相关联性。然而，这里有些重要的例子，可以基本上了解其他人的偏好。考虑在委员会中进行决策，这里投票一般发生在较长时间的辩论之后，这就能够充分了解到其他委员会成员的偏好是什么。

对于一个代理人而言，什么意味着对于选择成功地进行了操纵？这存在可选择项 S 的集合和一个社会选择函数 C，给定社会的偏好组合对于任何 $S'\subseteq S$ 产生唯一的非空选择或者结果(或者是一个简化，使得“生活”更为简单一些)。考虑两个偏好组合 u 和 $\hat{u}$ 是 i 变量，例如它们仅仅在第 i 个位置上不同(读者将会记得，我们在前面的章节中介绍过这个概念)：

$$u = (R_1, \cdots, R_{i-1}R_i, R_{i+1}, \cdots, R_n)$$
$$\hat{u} = (R_1, \cdots, R_{i-1}\ \hat{R}_i, R_{i+1}, \cdots, R_n)$$

因此，根据我们的假设，所选择是一个单元素集合，不需要再引入其他附加的概念，能够记为，$C(S, \hat{u})P_iC(S, u)$，其含义是给定可行集合 S 代理人 i 严格偏好在组合 $\hat{u}$ 下的结果甚于在 u 组合下的结果。现在，我们能够说明，如果这里的 i

变量组合$\hat{u}$使得 $C(S, \hat{u})P_iC(S, u)$,那么一个选择函数或者选择规则 C 是一个被在给定集合 S,组合 u 上的代理人 i 所操纵的,这里 P_i 是代理人 i 属于组合 u 上真实的偏好排序R_i 的严格部分。一个选择规则,如果对于非偏好的组合和对于不存在给定的可选择集合可以使一些个人相对他们的真实偏好而言,能够通过歪曲他们的偏好来提高他或她的社会结果,就称为是防策略影响的。

杜梅特(Dummett)和法夸尔森(Farquharson)进一步猜想,是否有防策略影响的投票规则呢?答案是肯定的,但是它们却不是非常引人关注。例如,考虑一个选择规则,当 S 包含不止一个选择时,无论社会成员的偏好是什么,都一直选择 $x \in S$。或者考虑一个规则,是对于任意的可选择项 $S \supset \{x, y\}$的集合,绝大多数人都集中在选择 x 和 y 之间,在 S 中所有人都对于其他的选择漠不关心。这两个规则都是防策略影响的,但是它们却违背了我们对于社会选择函数应当反映投票人潜在偏好的直觉。例如,后面一项规则,违背了社会选择文献中所谓"投票人主权"(voter sovereign)的要求。一个选择机制不能够先验或者通过强制在社会进行选择的过程来排除某些可选择项。另外一方面,吉伯德(Gibbard, 1974)的可让渡权利的理论最容易受到操纵性的影响。正如我们在第 4.2 节所看到的,吉伯德所提出的一个机制使得人们在某些特定的条件下让渡他们的某些权利。这些条件通过其他代理人的偏好而产生。这点能够被证明(Gaertner, 1986),即在这些其他代理人的利益中,给定他们真实的偏好,去表明这些偏好,使得这些条件可以产生。

杜梅特和法夸尔森宣称上面暗示了一个预先的假定,就

是偏好组合的非限定性的定义域。如果这个条件成立，并且如果此社会加总函数的范围中由三个结果组成，我们就将面临一般性的不可能结果，我们将在下一节中进行讨论。在第5.3节中，我们将会追问是否在这些可选择项结构下的相关联的状况意味着对于偏好的定义域有着"天然性"的约束，因此有防策略影响的加总函数的存在。当然，在这样的状况下，社会选择规则将会变得可行，也能够被接受，例如它们能够不违背一些非常基本的性质（正如前面两个例子中所提到的）。

偏好组合是非限定性的定义域并且事实上"几乎所有的社会选择规则都很有可能被操纵"（Kelly，1993），这位作者提出一个问题，是否有一种方法能够度量在特定加总规则下的可操纵性的程度。凯利指出如果存在更多的偏好组合在f_1中被操纵，那么加总规则f_1相比另外一种规则f_2更容易被操纵。凯利证明了这个博尔达（Borda）排列一排序规则，我们将在第6章对此进行讨论。尽管有更高的被操纵的可能性，但是不必然是非常糟糕的，毕竟还要比较其他的加总规则。这个结论甚至包含着许多积极性，当一个人认识到可能较不容易被操纵的一些规则只有去改变那些潜在投票者的偏好才能实现。

可操纵性不是仅仅目前才发现的一个现象，显然在四十年前就开始有越来越深入的理论对此进行分析，并且以吉伯德一萨特思韦特（Gibbard-Satterthwaite，1973，1975）定理达到顶峰，我们下一节将讨论这个定理。法夸尔森（Farquharson，1961）在他讨论投票的书中通过讨论《青年普林尼的信》（公元90年）中所发现投票的状况来作为开端。在致贵族

提图斯的信中，他描绘了罗马执政官的命运，不确定后者是自杀或者是否死于自由民的手中，进而，是否他们因为怨恨或是顺服而杀死执政官。在罗马的元老院，对于如何对待这个自由民有三种观点：他应该判死刑，或是驱逐，或是无罪释放。那些想要完全无罪释放这个人的人占了绝大多数，因此其他想要给予死刑的将担心完全无罪释放将会成为最终的赢家。因此那些元老们放弃了他们想要判决死刑的想法，而投票给流放。

一般而言，错误报告一个人所拥有的偏好的动机，不仅仅取决于其他人的偏好，也取决于投票所使用的方法和投票比较所使用的排列顺序。用孔多塞悖论中拉丁方结构代表三个投票人的偏好，使用简单多数规则，且假设是在第一轮中来比较 x 和 y。在第二轮中，在 x 和 y 两者中的赢家将会与 z 相比较。如果个人 1 偏好 x 甚于 y，偏好 y 甚于 z，对于其他两个人的偏好是 $yPzPx$ 和 $zPxPy$，个人 1 将用 $yPxPz$ 来代替他的真实偏好排序。她将得到 y 作为社会的结果。这个结果对于她而言胜过 z 这个她诚实地报告自己的真实偏好的结果。而且，这个策略投票的排序在长期中必定被众所周知。

代理人的偏好被真实地揭示出来不仅仅在投票状况下起了非常重要的作用，而且也在其他个人相互行动的策略中起到了重要作用。我们将简单地讨论公共和私人物品配置的问题。纯粹的公共品具有非排他性和非竞争性的性质。例如，灯塔、国防和新鲜的空气。当我在市中心享受新鲜空气时，你也可以同样享受，并且其程度是一样的。谁对于这些东西负担了成本？一个答案是那些享受到这些公共品的人都应该为此而付钱。我们能够按照他们心甘情愿的支付来向他们收

税。例如,我们能够询问代理人来揭示出他们在私人品和公共品之间的边际替代率。但是这里存在一个问题,是否个人表示他们心甘情愿和私人品一样来支付这些公共品———笔按照他们心甘情愿所支付的钱?当我拥有可靠信息时,在我所生活的城市中其他人都相当迫切地想要改善这个市中心的空气质量,我就会知道环境测量的实现将会毫无疑问。

克拉克(Clarke, 1971),格罗夫斯(Groves, 1973)和其他人提出了非常巧妙的需求揭示机制,这个机制的特点就是使真实的偏好反映成为一个占优的策略。但是,为了得到这样一个积极的结论,需要拟线性偏好的限定性定义域(读者将会记起微观经济学和公共财政的课程)。这个观点首先被提出在当提供某种公共品时,以及使用在个人所收到的选票交易中。事实上,对于每一位代理人的选票交易(side payments)是平等的来加总投标或者对其他人所宣称的进行评价。不幸的是,这个方法虽然能够诱致个人揭示他们的真实偏好,但是成本却很高。进一步改进将会使得成本下降,不幸的是,却不能够达到零。在这个提议中,代理人根本不能收到正效果的选票交易。如果代理人个人投标改变了社会决策,他就要被课税。在这个方法中,或者产生诱导作用的公共品被提供了出来,或者就不提供这个公共品。换而言之,一个个人被要求支付因为他而导致其他代理人的福利受到影响的这个损害或外部性。这个设计优势被称为关键性机制(pivotal mechanism)。

在一个信息广泛分散并且是一个"激励相容"(incentive compatible)过程的分析中,赫维奇(Hurwicz, 1972)证明了瓦尔拉机制(the Walrasian mechanism)对于私人物品的分配

是会受到策略操纵的。首先，他关心实际的揭示和非合作纳什均衡的联系，但是这对于我们而言不会太困扰。考虑如下一个两代理人和两商品的简单的纯交换状况。每个人是 $i \in \{1, 2\}$，具有同样真实的柯布—道格拉斯(Cobb-Douglas)效用函数 $u^i = u_1^i \cdot x_2^i$ 。假设个人 1 在其初始禀赋上有一单位的第二种商品，而在开始时，个人 2 有一单位的第一种商品。读者可能从本科生的微观经济学教程中已经学过了这个状况，一个瓦尔拉竞争分配是埃奇沃思盒的，这个埃奇沃思盒是给定状况下的一个正方形。

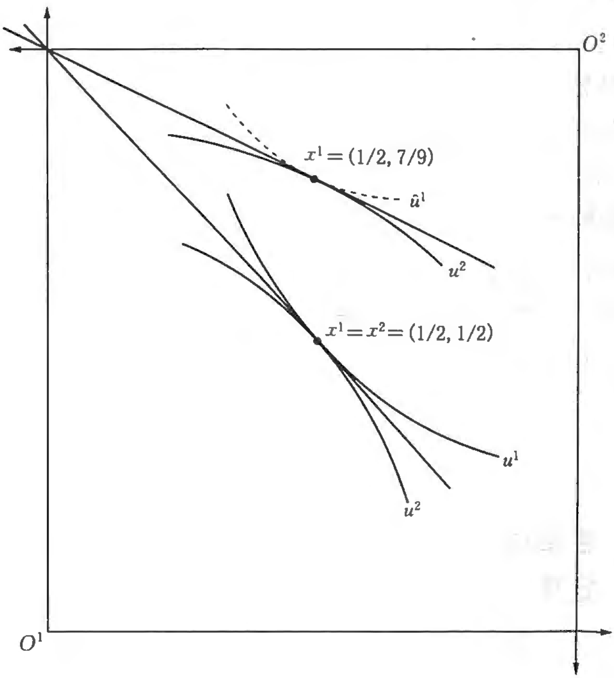


图 5.1

这两个人接受这两种商品各自获得一半。这个均衡的价格比 P_1/P_2 等于 1。赫维奇证明了对于第一个代理人去宣布一个虚构的效用函数来代替真实的那个对其是有好处的。如果个人 1 宣称 $\hat{u}^1 = x_2^1 - (1 + x_1^1)^{-1}$ 取代真实的函数，简单的计算可以证明个人 1 获得的均衡配置是(1/2, 7/9)，个人 2 获得(1/2, 2/9)，竞争性价格比率是 $P_1/P_2 = 4/9$。按照他真实的偏好，相比他在诚实地表示他的偏好时个人 1 现在得到了更高的效用水平(见图 5.1)。换句话说，这个瓦尔拉机制不是激励相容或防策略影响的机制。这是一个坏消息，因为正如我们之前所说的，交易者的个人偏好是一个私人的信息。赫维奇认为因为非隐私—保留机制能够实现瓦尔拉结构，一个代理应该被建立在“对于那些特定的参与者和报价行为……其任务将是获得关于个人特征的信息”(1972, p. 333)。

回溯之前的讨论，赫维奇发现了可能被视为一个重要研究项目执行理论和机制设计的开端，这些的目标就是设计出在不同经济环境下防策略影响的机制。对此有兴趣的读者可以进一步参考杰克逊相关研究(Jackson, 2001)。

5.2 吉伯德—萨特思韦特(Gibbard-Satterthwaite)定理

在这一节中，我们将讲论由吉伯德(Gibbard, 1973)和萨特思韦特(Satterthwaite, 1975)提出和证明的防策略影响和非独裁性分配机制通常不存在这样一个基本的结论。同时，

读者能够知道这个定理的各种证明。吉伯德(Gibbard, 1973)。原创性的证明建立了在非限定性的定义域下,防策略影响的社会选择函数和阿罗意义下的社会福利函数之间紧密的联系。这个主要的观点就是从每一个防策略影响的社会选择函数 h 中,通过已经被证明具有传递性的可选择项之间的二元关系,人们能够建立社会福利函数。这个函数将能够满足帕累托条件和在 h 范围上不相关的可选择项的独立性。因此,如果这个范围包括了超过两个可选择项,正如我们从阿罗定理所知道的,社会福利函数将会是独裁性的,并且同样对于从福利函数所推出的社会选择函数也成立。

我们将展示瑞尼(Reny, 2001)的证明,他受到了来自吉纳科普洛斯(Geanakoplos, 1996),马勒和萨特思韦特(Muller and Satterthwaite, 1977)观点的启发。瑞尼的证明紧紧联系着我们在第 2 章所提出的他对于阿罗不可能定理的证明,因此读者将有机会了解这两个证明之间有什么异同。在开始我们的详细证明之前,让我们首先介绍一些符号和定义。

可选择项的优先集合将被记为 S。Σ 表示在 S 上所有严格线性排序的集。存在 n 个个人。函数 $h:\Sigma^n \rightarrow S$ 为社会选择函数。Σ^n 的每一项成为第 i 元在个人 i 严格排序的线性排列的组合,我们记为 P_i。如果 S 中的每一项都将被选为某些组合,那么这个函数 h 是满射。

一个社会选择函数 $h:\Sigma^n \rightarrow S$ 是:

- 帕累托有效性,如果可选择项 a 对于每个人 i 的排序 P_i 始终都在首位,那么,$h(P_1, \cdots, P_n) = a$。

- 单调性。如果始终$h(P_1, \cdots, P_n)=a$，并且对于个人i和每一个可选择项b，如果P_i的排序是a先于b，在排序P_i'上也是a先于b，那么就有$h(P_1', \cdots, P_n')=a$。
- 独裁性。如果当且仅当a是在i排序P_i的首位上，则存在个人i使得$h(P_1, \cdots, P_n)=a$。

读者可能将会认识到，帕累托有效性和独裁的概念——尽管这里谈的比较少——符合了阿罗定理的条件，当然这里是按照选择函数，再次用方程式来表示。单调性条件表示了非常弱的反应性形式。它的作用将会在证明中更加清楚。

现在，我们来论述如下不同的吉伯德—萨特思韦特(Gibbard-Satterthwaite)定理。

定理5.1 h是在严格线性偏好的非限定性定义域下的社会选择函数。如果h至少包含了三个可选择项，并且$h:\Sigma^n \rightarrow S$是满射和防策略影响的，那么h是独裁的。

证明:这个证明分为两部分。我们开始(a)部分。

结论(a)。如果至少有三个可选择项，并且如果社会选择函数$h:\Sigma^n \rightarrow S$是帕累托有效性和单调的，那么h是独裁的。

第一步，我们考虑任意两个不同的可选择项a，$b \in S$和严格排列的组合中，对于每一个人$i \in \{1, \cdots, n\}$ a的排列是最高的，b的排序是最低的。帕累托有效表明了对于这个组合的社会选择是a。我们将通过提高b的位置，来改变个人1的排序。由于单调性，社会选择仍旧等于a，只要在个人1的排序中b低于a的话。但是，当b最终超过a时，那么b将在个人1的排序中成为首位，单调性意味着社会选择或者转变

为 b,或者仍旧维持在 a。如果后者成立,在个人 2 中提高 b 的排序直到 b 达到首位,同样的做法对于第三个人,第四个人,…,这些人的个体排序直到对于某个个人 m,当在 m 的排序中,b 被排到 a 的前面时,社会选择从 a 转变为了 b。我们知道这里必定存在个人 m,因为可选项 b 排序最终将是所有人排序的首位,并且按照先前所定义的帕累托效率,社会选择将肯定是选择 b。图 5.2 和图 5.3 展示了在 b 成为个人 m 的 P_m 首位排序之前和之后的状况。

P_1	…	P_{m-1}	P_m	P_{m+1}	…	P_n	社会选择
b	…	b	a	a	…	a	a
a		a	b	·		·	
·		·	·	·		·	
·		·	·	·		·	
·		·	·	b		b	

图 5.2

P_1	…	P_{m-1}	P_m	P_{m+1}	…	P_n	社会选择
b	…	b	b	a	…	a	b
a		a	a	·		·	
·		·	·	·		·	
·		·	·	·		·	
·		·	·	b		b	

图 5.3

在步骤二,我们引入对于图 5.2 和图 5.3 的一种改变。对于 $i > m$ 时,我们将可选择项 a 移到个人 i 排序的最低端

位置,其中 $i < m$,将 a 移动到个人排序的次低端(the second lowest)。这个变化由图 5.4 和图 5.5 来描述。

P_1	$\cdots$	P_{m-1}	P_m	P_{m+1}	$\cdots$	P_n	社会选择
b	$\cdots$	b	a	•	$\cdots$	•	a
•		•	b	•		•	
•		•	•	•		•	
•		•	•	a		a	
a		a	•	b		b	

图 5.4

P_1	$\cdots$	P_{m-1}	P_m	P_{m+1}	$\cdots$	P_n	社会选择
b	$\cdots$	b	b	•	$\cdots$	•	b
•		•	a	•		•	
•		•	•	•		•	
•		•	•	a		a	
a		a	•	b		b	

图 5.5

这样的改变将会产生什么样的影响呢? 答案是,在所有的社会结构上是没有影响的。为什么会如此? 首先,注意在图 5.5 中的社会选择必须是 b,因为在图 5.3 中的社会选择是 b。这是因为单调性并且事实上在从图 5.3 到图 5.5 改变的过程中,没有人在 b 的排序上相对于其他可选择项改变。下面注意,在图 5.4 和图 5.5 的组合中,除了个人 m 的排序外都是一样的。因为在图 5.5 中的结果是 b,由于单调性,在

图 5.4 中的结果也只能是 a 或者 b。但是如果图 5.4 的结果是 b，那么因为单调性，同样的结果将会在图 5.2 中得到。但是，这将导致矛盾，因为在图 5.2 中的社会选择是 a。因此，图 5.4 的结果是 a。

在步骤三中，我们注意第三个可选择项 $c \in S$，c 与 a 和 b 都不同。在图 5.6 中，我们现在构建一个组合，这个组合 a 的排列对于其他任何个人的可选项排序是与图 5.4 一样不变的。对于图 5.4，正如前面所论证的，其结果是 a。因此，按照单调性，图 5.6 的结果也应该是 a。

P_1	$\cdots$	P_{m-1}	P_m	P_{m+1}	$\cdots$	P_n	社会选择
•	$\cdots$	•	a	•	$\cdots$	•	a
•		•	c	•		•	
c		c	b	c		c	
b		b	•	a		a	
a		a	•	b		b	

图 5.6

在步骤四中，我们按照如下的方式修正这个偏好组合，并且只是一种改变：对于个人 $i > m$，我们将 a 和 b 可选择的排序颠倒。这个结果在图 5.6 上是 a。在图 5.7 上这个结果也是 a，但是我们还要必须证明这个结果不是 b，或 c，或者任意其他可选择项 d。假设这里结果是 c。那么因为单调性，在图 5.6中的结果也就是 c，但是我们知道后者的结果事实上是 a。能否是 b 呢？如果在图 5.7 中的结果是 b，尽管在所有个人排序中，可选择项 c 是排列在 b 之前的，因为单调，即使 c 排到了所有个人排序的首位，那么这个结果也继续成立。但

是，因此这将和帕累托有效相互矛盾。能否在 a，b 和 c 中选择呢？假设在图 5.7 上，选择是 d，不同于 a。从图 5.7 到图 5.6，d 在任何的排序中不会低于 a 或者 b 或者 c，因此由于单调性，在图 5.6 中，d 将会被选择，产生了矛盾。因此，在图 5.7 中，社会选择是 a。

P_1	$\cdots$	P_{m-1}	P_m	P_{m+1}	$\cdots$	P_n	社会选择
•	$\cdots$	•	a	•	$\cdots$	•	a
•		•	c	•		•	
c		c	b	c		c	
b		b	•	b		b	
a		a	•	a		a	

图 5.7

在最后的第五步骤中，我们从图 5.7 的状况开始，并且建立一个任意的排序组合，其中 a 在个人 m 的排序中处于首位。注意，所有这些组合具有的特征是 a 的排列在任何个人排序中相对于其他任意可选择项不能化约。因为这个，单调性导致了这样的结果，社会选择必须选择 a，任何时候 a 是个人 m 的排序的首位。因此，个人 m 显示出了对于可选择项 a 的独裁性。因为 a 是被任意选择的，这就证明了对于任意一个可选择项 $a \in S$，a 存在一个独裁者。对于不同的可选择项是否存在不同的独裁者？显然不是。因为我们的社会选择映射对于每一个可选择集合产生了唯一的结果。换句话说，对于所有的可选择项存在唯一一个独裁者。

结论(b)。如果 $h: \Sigma^n \to S$ 是防策略影响和满射，那么 h

是一个帕累托有效和单调的。

在我们进行这部分证明时，我们先解释两件事情。在目前的状况下，社会选择函数 h 是满射意味着什么？简单来说，这意味着对于每一个单独的集 $S'\subseteq S$，存在一组 $(P_1, \cdots, P_n)$，使得 $h(P_1, \cdots, P_n) = S'$ 成立，这个性质应用在先前的投票者主权，$S'\subseteq S$ 将不会被 h 选择，这样的状况根本不允许存在。

我们已经定义了对于选择函数而言，防策略的影响意味着什么。在现在的状况下，使用我们目前的社会选择函数的符号 $h:\Sigma^n \rightarrow S$，如果对于每一个个人 i_i，每组 $(P_1, \cdots, P_n) \in \Sigma^n$ 和每个 $P'_i \in \Sigma$，$h(P'_i, P_{i-1}) \neq h(P_1, \cdots, P_n)$ 意味着根据 P_i，这个个人 i 的真正严格偏好，$h(P_1, \cdots, P_n)$ 的排序在 $h(P'_i, P_{i-1})$ 之后，这里的 $P_{-i} = (P_1, \cdots, P_{i-1}, P_{i+1}, \cdots, P_n)$，那么 $h:\Sigma^n \rightarrow S$ 就是防策略影响的函数。显然，如果 $h(P_1, \cdots, P_n)$ 排列在 $h(P'_i, P_{i-1})$ 之后，在给定的偏好 P_i 上，对于成功的操控就留有了余地。当然，就 P' 而言，防策略影响的性质要求 $h(P'_i, P_{i-1})$ 排列在 $h(P_1, \cdots, P_n)$ 之前。

现在，我们转到证明的(b)部分。我们假设 $h(P_1, \cdots, P_n) = a$，并且对于每一个可选择项 b，当 P_i 确立时，排序 P' 将 a 排在 b 之前。我们现在证明 $h(P'_i, P_{-i}) = a$。让我们假设一个相反的结论 $h(P'_i, P_{-i}) = b \neq a$。那么防策略影响就意味着根据 P_i，$a = h(P_1, \cdots, P_n)$ 排列在 $h(P'_i, P_{-i}) = a$ 之前(因为如果不是，那么这个例子就易于被操纵)。但是因为在移到 P'_i 时，a 的这个排列顺序不会下降，因此得到了根据 P'_i，结果是 $a = h(P_1, \cdots, P_n)$ 必须排列在 $b = h(P'_i, P_{-i})$

之前。但是，这与防策略影响的性质相互矛盾（对于个人 i 从 P_i' 转移到 P_i 是有利的并且此时也达到了 a）。因此，$h(P_i', P_{-i}) = a = h(P_1, \cdots, P_n)$。

下一步假设 $h(P_1, \cdots, P_n) = a$，并且对于每个个人 i 和每一个可选择项 b，在任何 P_i 中，在排序 P_i'中都将 a 排列在 b 之前。现在，我们通过改变每个人 i 的排序从 P_i 转到 P_i'来使得（P_1，…，P_n）转变到（P_1，…，P_n'），我们必定得到 $h(P_1', \cdots, P_n') = h(P_1, \cdots, P_n)$，因为在先前的步骤中，已经证明了对于任何这样的改变，社会结果必定保持不变。因此，h 是单调的。

选择 $a \in S$。因为 h 的映射是满射，就存在 $(P_1, \cdots, P_n) \in \Sigma^n$，使得 $h(P_1, \cdots, P_n) = a$。因为单调性，当 a 排序提高到每个个人排序的首位时，社会选择仍旧等于 a。并且，由于其单调性，社会选择必须保持 a 而与每个人如何低于 a 的可选择项无关。但是，这意味着任何时候 a 是每个个人排序的首位，社会结果也是选择 a。因为 a 是任意选择的，这就证明了 h 是帕累托有效的。

让我们现在总结一下。结论(b)说明了如果 h 是一个防策略影响的并且是满射的，那么 h 满足帕累托有效和单调性。结论(a)表示了具有后面两个性质，h 具有独裁性。因此，结论(a)和结论(b)共同证明了定理 5.1. 也表明了吉伯德—萨特思韦特不可能结果的多样性。在下面的章节，我们将讨论偏好定义域下有什么样的约束，以及防策略虚报影响的理性社会选择规则存在。

5.3 防策略影响和限定的定义域

这里我们回到第 3 章,我们所看到的其他的问题,也就是如果相关的投票人是奇数的,以及所有投票人对于每三个可选择项都是单峰偏好的,简单多数规则对于任何数量的可选择项就是一个社会福利函数(定理 3.2)。我们将会考察,如果相关的投票人奇数条件不满足,存在一个孔多塞(多数)赢家,在成对选择中,一个候选者至少是和其他候选者一样好的。当然,如果奇数性是满足的,那么孔多塞赢家将会是唯一的。

现在,我们来假设通过多数规则产生了唯一一个孔多塞赢家。那么这个投票规则就会是防策略影响的规则,为什么是这样?如果 x 是唯一的孔多塞赢家,x 对于所有其他的可选择项是严格的多数。那么就不可能存在一个或多个投票人共同偏好 y 甚于 x 而使得结果变为 y。对于一个人的,这个是显而易见的。如果 y 变为孔多塞赢家,如果一些投票人的条件改变了结果成为 y,那么一些投 x 的投票人,就将会转变去投 y。但是这将违反其他投票人的利益。因此,他们就将不可能会联合去改变结果到 y,从而使得联合起来的每一个人效用更好。这个杜梅特和法夸尔森在 1961 年已经很清晰地阐明了;也就是他们讨论了关于投票状况的"稳定性"。

我们讨论了在单峰定义域下,如果投票人的数量是奇数,则简单多数投票导致了一个社会排序。这个(唯一的)

孔多塞赢家在这个排序中是最被偏好的可选择项。穆林(Moulin, 1988, p. 264)证明了唯一的孔多塞赢家是处于个人排序中位数的峰上。这之前已经被很容易地证明了,读者可能想要回到第 3.2 节结尾的地方,那里我们介绍了中间投票人的概念。

用 a_i 表示代理人 i 单峰偏好的峰值,并且顺着给定的可选择的排序,按照逐渐增加的峰值值将 n 个个人来排列(例如,按照距离来考虑定位的问题)。那么我们得到 $a_1 \leqslant a_2 \leqslant \cdots \leqslant a_n$。因为 n 是奇数,数值 $m = \frac{1}{2}(n+1)$ 是一个整数并且 a_m 是峰值中的中位数。显然,峰值不小于 a_m 的投票人是绝对多数的形式(例如, $n=9$, $m=5$, 而且在个人的峰值是 a_5, a_6, …, a_9 是绝对多数形式),并且对于那些峰值不大于 a_m 的也同样成立。穆林称这些分别为"右派"(the rightists)和"左派"(the leftists)。代理人 m 同时属于两个群体。当结果 a_m 面临着结果(峰值)a,例如 $a_m \leqslant a$, 左派多数(例如即 a_1, a_2, … ,a_5)因为他们的单峰偏好,从而支持 a_m 而反对 a。同样的观点也成立,就是当 a_m 是反对较小的结果时。这就表明中位数峰值代表了唯一的孔多塞赢家。当这里存在是偶数的投票人时,我们将不再得到一个唯一或严格的孔多塞赢家。但是,不存在其他的结果能够通过严格多数来对于孔多塞赢家施加影响。

让我们举例说明刚刚讨论过的具体的例子。我们假设这里存在如下单峰严格偏好的组合,如图 5.8 所绘制的。(偏好是从左向右读——我们已经省略了严格偏好 P 的符号)。

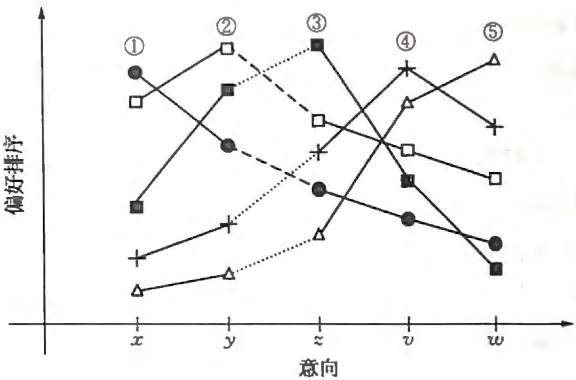


图 5.8

$1:xyzvw$

$2:yxzvw$

$3:zyxvw$

$4:vwzyx$

$5:wvzyx$

根据简单多数规则，社会排序是 $zyxvw$。唯一的孔多塞赢家是可选择项 z。

让我们假设存在某一串谋使得 y 可以作为孔多塞赢家。当然，这个联合将包含个人 1 和个人 2，也需要第三位代理人。如果个人 4 和个人 5"严格"投票偏好 y 甚于 z，这个串谋就会一定使得 y 成为孔多塞赢家，但是个人 4 和个人 5 按照他们真实的偏好，他们情况反而会更糟糕。为什么他们两个人其中任何一个要加入这个串谋呢？

结果 z，这个唯一的孔多塞赢家，为中位峰值。例如，在和结果 y 相比较，严格的多数个人 3～5"保卫"z 而反对 y（偏

好的单峰结构表明了为什么"保卫"并不是不太恰当的)。一个类似的论证对于在 z 和 v 之间的投票,即个人 1～3 将投票反对 v。没有可选择项能够使得多数人反对选择 z。

对于单峰偏好的定义域,存在不同的其他规则,这些规则防策略影响或不受操纵。考虑左派规则(Moulin, 1988),这里每一个人报告的峰值,并且对于给定的可选择项的排列而言,选择出最小的峰值。在图 5.9,这里可选择项被按照大小从左向右排序,是否个人 1 或个人 2 或 3 或个人 4 报告的都会低于他们真实的峰值呢?

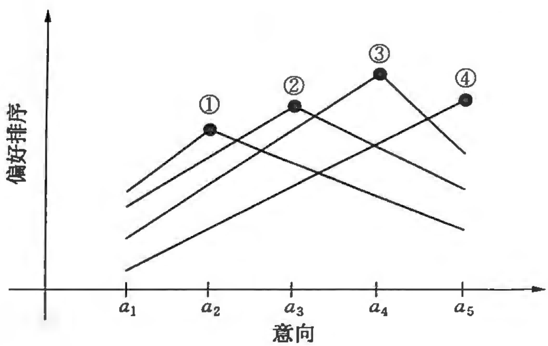


图 5.9

单峰偏好证明这样的话将会违背他们自己的利益。假设有峰值是 a_1 对于所有人都有益处,那么宣称具有峰值 a_2 对于个人 2～4 都没有好处。右派的规则也将具有同样的性质。

另外一个防策略影响的社会选择规则是巴伯拉(Barberà, 2001)所发现的。假设在 $[a, b] = \{a, a+1, \cdots, b\}$ 间距上的有限个数的可选择项。进而,在这个区间中个人在可选择项上具有单峰偏好。这里存在两个个人。在区间

$[a, b]$中，有一个可选择项 p 是固定的。个人被要求投他们最为偏好的可选择项。结果是 p 的中位数和两个最为偏好的选择。因为这里有奇数个值，也就是代理人 1 和代理人 2 的最优选择和固定值 p，因此这里的中位数是独一的。其中固定值 p 被称为“虚值”(Phantom)。

穆林(Moulin, 1980)描绘了在单峰偏好的框架下，所有防策略影响的投票规则的一系列特点。这个规则集能够被视为一组一般化的孔多塞赢家。我们在上面所看到的孔多塞赢家的背景，所考虑的个人峰值(他们最优的可选择项)。因此，在穆林的方法中，每个代理人的信息被简化为宣布个人自己排序的峰值。这组一般化的孔多塞赢家有如下性质。给定 n 个投票人，$n-1$ 结果指定了 $n-1$ 虚值的峰值是被任意固定的。那么每一个真正的投票人被要求对于他自己的可选择峰值投票。对于这 n 个投票人，再添加了 $n-1$ 的虚值的峰值。这个结果从 $2n-1$ 的投票中得出孔多塞赢家。注意，因为 $2n-1$ 是一个奇数，所以可以得到唯一一个结果。这种方法称为广义化的中位数投票人组合。在这个真正的投票人中，是防策略影响的。穆林证明了这个在选择帕累托最优的可选择项中也具有匿名性和有效性。

定理 5.2(广义孔多塞赢家)　对于所有的单峰偏好组合，广义的中位数投票人组合是匿名的、有效的和防策略影响的。

因为这个结果的证明相对较为长，这里将不会给出这个证明。一个自然而然的问题是 $n-1$ 的虚值是什么含义和其作用是什么。首先注意 n 个真实的代理人全体一致投票通常都能够使得这些虚值的投票权力无效。

让我们设想存在 n 个代表的立法机构，其谨慎地记录 $n-1$ 个投票人来对于这个立法机构所关注的各种问题进行投票。任何时候进行新的一轮的决策，对于每一个议程中的问题，先前的机构对于这个问题投出 $n-1$ 个票，加上目前这个 n 个投票。一个极端的例子就是，先前的投票集中在排序的可选择项区间中的一点（一个峰值上）。那么来自新机构的一个代理人和这些先前一致同意的结盟，并且去否决当前立法机构的其他所有人。如果前面的立法机构是一致同意左派（右派），一个左翼（右翼）的人能够成功地保持回到原先的状况。“自然” $n-1$ 的虚值投票将遍布于整个选择区间。用这种方式，他们就成为了仲裁人。

在这点上，假设代理人真实的偏好和他们所伪称的偏好都属于单峰排序的定义域。泽克豪泽（Zeckhauser，1973）推测真正的个人单峰偏好或真实的个人偏好将有效地排除其他对于扭曲他偏好的激励，无论是在被经常使用的简单多数决策下，还是加总规则之下。不幸的是，这个推测是错误的（见 Blin and Satterthwaite，1976）；Pattanaik，1976。为了确保防策略影响，真正的偏好是单峰的不是一个充分条件，并且伪装的偏好的投票活动也是不受约束的，投票活动是单峰，真正的偏好不受限制也是一个不充分的条件。换而言之，这是一个杜梅特、法夸尔森和穆林以及其他人所做的假定，这些组合都满足单峰性。让我们更详细地来解释这些。

再次考虑我们先前在可选择集 $\{x, y, z, v, w\}$ 上的单峰性偏好的例子。假设个人 1 宣称用排序 $xyvzw$ 取代 $xyzvw$。在简单多数规则下面，代理人 1 这个不真实的排序将原来的组合转变为一个非单峰组合，并且伴随另外一些排序

产生了包含了 x，y，z 和 v 的一个“顶点循环”。如果只有个人1是完全悲观或者极端风险规避的，认为一个随机机制应用在循环中的项将会“自动地”产生对于她而言最坏的结果，因此将会使得这个代理人放弃扭曲自己的偏好。否则，她就有机会获得 x 或 y，这比她在真实偏好下的结果要好。布林(Blin)和萨特思韦特提出，涉及的泽克豪泽所推测这个例子类似于前面谈及的已经被“某些方法”所解决了的投票循环一样。布林和萨特思韦特应用我们将在下一章讨论的博尔达(Borda)计数来解决这个问题。帕塔奈克(Pattanaik)所提出的对于这个推测相反的例子具有一定的难度。在他的例子中，加总函数产生了社会无差异的可选择项，并且他建议无论何时发生这个情况，代理人都应按照最大最小化规则，这是我们之前已经在第 4.5 节讨论过的，这种极端的风险规避行为规则。

帕塔奈克给出了证明。他证明，如果社会偏好关系，产生于二元加总规则，在其严格部分是具有传递性的，并且在真实的状况下，能够产生唯一的结果，那么防策略影响或者加总函数的稳定性就是确定的。没有投票人将能够通过扭曲自己的偏好来串谋而改变唯一的结果。但是这个结论不能解决这个问题，即在真实和策略投票下的社会结果不再是唯一的所产生的问题。

达特(Dutta，1977)以及森格普塔和达特(Sengupta and Dutta，1979)问到当所报告的偏好不被约束时，什么样的真实的偏好的约束使得稳定性得到保证。他们给出的答案是基于这样的一个假设，所有的个人偏好是严格的。每一个真正的严格偏好集，在任何时候的排序都满足在可选择集下“约束

性的帕累托最优”,社会加总函数的稳定性就得以实现。这个条件确实非常严格。它要求在每一个可行目标的集合中,帕累托最优的可选择项的数量最多是两个。这意味着在个人真实的偏好之间要求具有极度的相似性。在单独的社会结果的例子中也要如此(见 Gaertner, 2001, chapter 4. 4)。

我们暂时来谈论一下之前已经在第 3 章时我们所提出的关于不同的定义域约束下的问题。这里,我们将回到操纵性的问题上。之前,我们所看到在单峰偏好下,以及存在奇数个投票人时,唯一的孔多塞赢家是在个人排序的中位峰值上。多数偏好关系与中位数投票人的排序相一致,并且孔多塞赢家就是这个投票人最优或理想的中位数点。在经济学理论和政治科学中(见 Roberts, 1977); Gans and Smart, 1996),另外一些已经提出的对于个人偏好的约束,也更为接近政治范畴而不是单峰偏好性质的一些条件。这个约束被称为单交性(single-crossing)。其结合了在可选择项上的排序和对于个人的排序这两者。

我们现在使用来自政治学的例子来描述这个性质。这里政策可选择项的集合为 A,其中的项有序排列,具有完备性和传递性,对于任何来自 A 的 a 和 b,从左到右排列,“$a<b$”意味着在政治领域的可选择项空间中选项 a 是选项 b 的左派。

现在,假设这些投票人的排序都具有完备性和传递性。在政治谱系中,从“左派”到“右派”,我们将记为“$i<j$”,表示在这个政治谱系中,个人 i 对于个人 j 是左派。在这些投票人中的排序意味着相比那些在这个政治谱系中右派的那些投票人,一个左派的投票人倾向于左翼的政治,相反亦然。

罗伯斯(Roberts)讨论到，对于可选择的税率上，投票人中那些处于高收入阶层的人将偏好较低的收入税而讨厌较高的收入税，然而，低收入的群体则可能具有相反的偏好。显然，这些收入群体可以沿着实线排列为一排。更为正式地，我们再次使用政治学中相似的类比，对于任意两个投票人 i 和 j，有 $i<j$ 并且对于任何两个来自集合 A 的可选择的项 a 和 b，有 $a<b$。如果 $u_i(b)>u_i(a)$ 意味着 $u_j(b)>u_j(a)$，并且 $u_j(a)>u_j(b)$ 意味着 $u_j(a)>u_j(b)$，这里 $u_i(i)$ 和 $u_j(i)$ 是投票人 i 和 j 的效用评估，那么这个组合就成为单交性的。

现在，已经证明了对于奇数个的投票人，而且所有的偏好关系都具有完备性和传递性，如果单交性的性质得到满足的话，中位数投票人的理想点是一个对于集合 A 的孔多塞赢家。因为，正如我们先前说到的，单交性的性质将把可选择项中的一个排序和在投票人中的排序结合起来，而单峰性仅仅要求在可选择集合的项上这样一个排序，这两个条件在逻辑上是相互独立的。但是，这两个条件的性质，都产生了一个结果就是在中位数投票人的理想点上是一个孔多塞赢家。

为了指出单交性和单峰性之间的不同，考虑下面这个例子。存在 3 个个人 1、个人 2 和个人 3，三人的收入逐个增加，因此这个排序就是 $1<2<3$。这里有三个选项，例如收入税的税率 a、b 和 c，有 $a>b>c$，假设这三个个人有如下的偏好排列：

1：a，b，c

2：a，c，b

3：c，b，a

对于任意的实数轴上的可选择项的排序，很显然，单峰性是被违背的。但是，这个组合在$\{a, b, c\}$上是单交性的。个人2“已经”偏好c甚于b，更不必说最高收入的个人3偏好c甚于b了。个人2偏好a甚于c，而最低收入者中偏好a甚于c，这个孔多塞赢家是可选项a，多数排序是acb。

这个问题已经被萨波里提和托姆(Saporiti and Tohmé, 2004)证明了，现在我们回到防策略影响的问题上，就像穆林所提出的，在单交性的定义域上的偏好，广义中位数的投票人结构，通常不是一个防策略影响的结果。我们从定理5.2知道，防策略影响，是对于所有的单峰性偏好组合，存在虚值投票人的分布是非约束性的。萨波里提和托姆证明了对于单交性的偏好，如果虚值投票人(固定的选票)的峰值所取得值在实数线的两端上时，穆林的结论才能成立。他们对此给出了理由。如果任何虚值投票人可能的分布都可以被采纳，对于任意分布的社会选择的可选择项就不一定是实际投票人的最为偏好的选项。“但是，没有这些信息，单交性就不能排除投票被操纵性的可能”(p. 13)。

是否能够有机会使得我们在防策略影响的社会选择规则从一维扩展到更高的维度？这个答案是“是”，但是这个分析就变得更为错综复杂，自然也就超出了这本入门书的范围。然而，我们还是想要指出几点。

单峰性偏好的概念是迄今为止在实数上对于偏好的约束。对于很多问题，它都能够适用，诸如在我的公寓和大学之间的距离上的选择，或者在左翼和右翼政党之间的选择等等。但是，政党显然是被其政治规划所代表，并且还有一些重要的事情，诸如涉及复杂问题的规划，如国内政策、外交政策、经济

等其他维度上的问题。

巴伯拉和其同事，以及其他人(Barberà et al.，1991，1993)已经按照下面的方法建立了多维社会选择模型。将 K 记为有限数量的维。每一维的 k 来自指标集合[K]，表示一个选择问题的相关特性。每一维都用可容纳区间 $B_k=[a_k, b_k]$ 表示。那么可选择集合能够用笛卡尔乘积 $B=\prod_{k=1}^{k}B_k$ 来决定。巴伯拉认为 B 的集合就像一个 K 维盒子(K-dimensional boxes)。对于每一维，可选择项是线性排序的。假设投票者具有唯一的顶点或理想点，在一维中就类似于单峰性，如果 z 是在 x 和理想点之间，z 就偏好于 x。省略一些细节，现在我们能够谈论更为广义的单峰性。化简到一维时，我们就又回到了标准的单峰性上面。

从 K 维盒中选择一种方式来应用到 K 一般性的中位数投票人组合中，每人对应于一个特点或一维。当每个个人被问及他的理想点时，这个点的第 k 项就和其他人的第 k 个项相互结合。所有这些信息基于指定的广义的中位数投票人包含了第 k 个项的组合之上，被用来作出选择。同样的方法，其他项或维度的值也如此计算，并且使得 K 元的值成为社会结果。对于这样一个 K 维的广义中位数投票人的组合，(证明得出，在给定了加总规则下，被定义在 K 维盒中的广义的单峰偏好，这个偏好是防策略影响的(Barberà et al.，1993)。

无可否认，在这章中，这一页内容相比其他页过于抽象了。因此，为了“抓住”上面所讨论的这些不同的微妙的主题，再一次的阅读可能是必须的。读者可能更为喜欢下一步再做

这些,并且不应该对这点过于担心。但是,这章主要的信息是吉伯德—萨特思韦特(Gibbard-Satterthwaite)结果的广泛性,此外,还有作为结构条件所产生积极结果的单峰偏好的重要性。

5.4 简短总结

社会选择理论因为不可能定理已经获得了某些“名声”。在这个领域中,确实存在这些消极性的结论,并且目前读者也已经熟悉了这些不同的形式。宣称阿罗定理,森的帕累托自由的不可能性,以及我们在这章所讨论的吉伯德—萨特思韦特(Gibbard and Satterthwaite)的结论是最为有影响力的几个不可能性结果,可能不太会引起争议。正如反复说到的,如果这里存在至少三个可选择项,那么在个人偏好非约束的定义域下,一个社会选择函数要么是独裁的,要么就是容易被操纵的。吉伯德自己对于这个结果的证明和阿罗定理的证明很接近。

为什么人们应该担忧受到策略影响呢?一个可能的理由是,如果人们有机会操纵投票(为了其自身的利益变得更好),并且他们能够如愿以偿。按照这个脉络,我们能够将社会加总和公共投票视为一个非合作“博弈”,是代理人的“策略”行为。也可能是因为我们上面提到的策略性投票的假定,社会选择为了获得成功,人们会耗费大量的人力物力来进行操控。一旦有些人试图使不真实的投票成为事实,其他人也将会视其为一个博弈,就将保留他们自己的偏好,

也试图进行伪装。这样的状况是一种完全的自然状态，并且这种情况在竞争市场中就可以很清楚地发现，但是是否有人想要辩解，这类的“环境”也应该遍及委员会、立法机构和其他的议会中？

无论如何，读者已经看到了防策略影响能够建立在约束性的定义域下，并且其单峰性的性质可以导致积极的结论。

5.5 练习

1. 在第 5.1 节结尾中，我们描绘了一个两个代理人的纯交换经济，每个代理人的效用函数为 $u^i = x_1^i \cdot x_2^i$，$i \in [1, 2]$。请计算对于给定两个人的初始禀赋的均衡分配和均衡价格向量。当个人 1 伪装为具有效用函数为 $\hat{u}^1 = x_2^1 - (1 + x_1^1)^{-1}$ 时，结论是否一样。显然，对于这个人具有可操控性。请讨论。
2. 给出一些社会选择规则是非独裁性，并且任何时候都不具有可操纵性。它们有什么缺点？请讨论。
3. 假设存在两个可选择项 x 和 y，奇数个投票人，他们都具有严格的偏好。证明基于简单多数规则上的社会选择函数是一个防策略影响的。
4. 证明在定理 5.1 中的结论(b)，如果按照 i 的完全严格偏好 P_i，对于所有的 i，所有组合 $(P_1, \cdots, P_n) \in \Sigma^n$，并且按照 i 是完全严格偏好 P_i 于每个 $P_i' \in \Sigma$，$h(P_i', P_{-i}) \neq h(P_1, \cdots, P_n)$ 意味着 $h(P_1, \cdots, P_n)$ 被排列在 $h(P_i',$

P_{-i}）之前，详细解释，社会选择函数 $h: \Sigma^n \to S$ 是防策略影响的。

5. 假设存在三个个人，在可选择集合的区间[0，1]上，有严格的单峰偏好(即，每个个人的偏好显示出独一的峰值)。设这个社会函数使得三个峰值中的中值是选择的项。证明这个选择函数是防策略影响的。

6. 考虑第 1.4 节非正式介绍的博尔达的排列—排序规则和在第 6.2 节的定义。这里如下的两个组合哪一个将有动机去做可操纵性？

(a) 1：$x\ y\ z\ w$

2：$y\ z\ w\ x$

3：$y\ w\ z\ x$

(b) 1：$y\ z\ x\ w$

2：$z\ y\ x\ w$

3：$w\ z\ y\ x$

对于这里可以成功进行可操纵性的这个组合(这些组合)，详细说明这个人以及她将要替代这个真正的偏好组合的排列。

7. 这个练习来自凯利(Kelly，1987)书中的第 187 题。
在如下的表中，一个规则详细说明给出了对于具有严格偏好的两个个人，初期的字母式排序的帕累托最优选择。请检验这个规则是非独裁性的。请找出这个加总规则中四个组合是可操纵性的。

1/2	x y z	x z y	y x z	y z x	z x y	z y x
xyz	x	x	x	x	x	x
xzy	x	x	x	x	x	x
yxz	x	x	y	y	x	y
yzx	x	x	y	y	y	y
zxy	x	x	x	y	z	z
zyx	x	x	y	y	z	z

8. 考虑如下三个个人的组合：

(1) $a\ b\ c\ d\ e$

(2) $b\ c\ d\ e\ a$

(3) $c\ d\ e\ a\ b$

假设这个简单多数规则是一个加总机制。进一步假设如果这个多数循环包括 n 个可选择项，那么组成循环中的特定一个可选择项被选出的概率是 $\frac{1}{n}$。假设个人 1 不是极端的乐观主义者。那么她是否可能进行成功的操作？如果“是”，她将会会如何宣称？

9. 给定如下的偏好组合：

(1) $c\ d\ e\ a\ b$

(2) $b\ a\ c\ d\ e$

(3) $b\ c\ d\ e\ a$

证明在简单多数规则中存在的社会排序。什么原因可以得到这个结论？是否满足单峰性的性质或者其他的性质？请给出详细的说明。

10. 给出另外一个经济学的例子说明单交性性质的合理性。对于文中的这个组合，是不满足于单峰性的。是否还有其他在第 3 章讨论的性质得到满足？

推荐阅读

Kelly, J. S. (1988). *Social Choice Theory. An Introduction*, Chapter 10. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

Reny, Ph. J. (2001). 'Arrow's Theorem and the Gibbard–Satterthwaite Theorem: A Unified Approach'. *Economics Letters*, 70: 99–105.

历史文献

Dummett, M. and Farquharson, R. (1961). 'Stability in Voting'. *Econometrica*, 29: 33–43.

Farquharson, R. (1969). *Theory of Voting*. New Haven: Yale University Press.

进一步阅读

Barberà, S. (2001). 'An Introduction to Strategy-Proof Social Choice Functions'. *Social Choice and Welfare*, 18: 619–653.

Gaertner, W. (2001). *Domain Conditions in Social Choice Theory*, chapter 4. Cambridge: Cambridge University Press.

Gibbard, A. (1973). 'Manipulation of Voting Schemes: A General Result'. *Econometrica*, 41: 587–602.

Pattanaik, P. K. (1978). *Strategy and Group Choice*, Chapters 4–7. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

6 摆脱不可能性：社会选择规则

6.1 帕累托扩展规则和否决权

在社会选择理论中，不可能定理是无处不在的。现在，读者已经学到了好几个这样的不可能定理，其中包括著名的阿罗的不可能定理，森的不可能定理和吉伯德-萨特思韦特的不可能定理。我们认为现在该是学习一些可能性结论的时候了。当然，这也是需要付出代价的：至少阿罗提出的一个条件必须被弱化，并且读者必须自己在每个具体的例子中自己寻求答案，这样可能性结果才物有所值。

在第 4 章，我们广泛地使用了社会决策函数的概念。现在正好来回忆一下，一个社会决策函数是一个社会加总规则，其值域被限制在对于包含所有可能社会状态的集合 X 的每个有限的 S 上，社会偏好关系 R 形成的选择函数 $C(S, R)$。

让我们来考虑森（Sen, 1969）提出的如下社会关系：

$xRy \leftrightarrow \neg$[对于所有 $i \in N: yR_ix$，并且存在至少一个 $j \in N: yP_jx$]

森证明了如下结论，初步一看似乎还非常让人吃惊。

定理 6.1 对于有限集合 X，存在一个社会决策函数满足阿罗条件 U、条件 P、条件 I 和条件 D。

读者可能首先想到的是："哈，总算有阿罗消极性结果的反例了。"但是，正如我们下面将看到的，事实并非如此。让我们来学习森的证明(Sen, 1970b, pp. 52～53)。

证明(举例法)。考虑如上通过社会决策函数所给定的社会偏好关系 R。很容易发现，R 具有反身性和完备性。显然，社会决策函数满足性质 P、性质 I 和性质 D。例如，如果对于所有的 $i \in N$，xP_iy，那么根据森上面的定义有 xRy。进而，就不可能是 yRx。但是，$xRy \wedge \neg yRx$ 是等价于 xPy(见第 1.3 节)。因此，条件 P 得到满足。这里显然不存在阿罗意义下的独裁者。考虑如下状况并且将其推广为一般化结论：对于个人 1、个人 2 和个人 3 而言，有 xP_1y，xP_2y 和 yP_3x。根据 R 的定义，我们得到 $xRy \wedge yRx$ 等价于 xIy。没有人表示出他严格的偏好。最后，R 的构造满足于如果在 x 和 y 之间决策，那么所谓不相关的可选择项就根本不被考虑。

现在我们来证明 R 是拟传递(quasi-transitive)但是却不完全满足传递性的情况。假设 $xPy \wedge yPz$。根据 R 的定义，对于[所有 i:xR_iy 和对于至少一个 j:xP_iy] 和 [对于所有 i:yR_iz]。因此每个 R_i 被假设具有完备性和传递性，我们得到[对于所有 i:xR_iz 和对于至少一个 j:xP_iz]。但是，这意味着 $xRz \wedge \neg zRx$，就等价于 xPz。这就证明了拟传递性也得到满足。

森在他的证明中进一步展示了，如果 R 在有限集合 X 上是反身的、完备的和拟传递的，对于社会决策函数的存在而言

不存在定义域的限定。也就是，条件 U 也被满足，这就完全证明了这个定理。

对于最后一步，读者可能想要回到简介中的定理 1.1，在那里使用了非循环性的性质来证明选择函数的存在性。注意，非循环性是比拟传递性还要弱的条件。

我们现在仍旧想要说明建立在满足刚刚证明过的拟传递但是却不完全传递的社会偏好关系。考虑两个个人，在 x, y, z 项上具有偏好排序 $yP_1z \wedge zP_1x$ 和 $zP_2x \wedge xP_2y$。根据 R，我们可以得到 xIy, yIz 和 zPx。这就表明无差异关系不具有传递性(一个事实是，这也和阿罗的社会福利函数的概念不兼容)。在这个所谓的投票悖论的状况下(第 3.1 节)，上面的社会决策函数将会得到 $xRy \wedge yRx$, $yRz \wedge zRy$ 和 $xRz \wedge zRx$，因此三个可选择项 x, y 和 z 是完全社会无差异的。

基于这一章开始时所定义的社会偏好关系，森(Sen, 1969, 1970b)提出了所谓帕累托扩展规则(Pareto-extension rule)来作为社会选择规则。也就是：

$$\forall x, y \in X: xRy \leftrightarrow \neg(y\bar{P}x)$$

这里，$y\bar{P}x$ 意味着[(对于所有 i: yR_ix) $\wedge$ (对于至少一个 j: yP_jx)]。例如，对于三个个人和两个可选择项 x 和 y，如果 yR_1x, yR_2x 和 yP_3x，那么 xRy 将不成立。如果 xP_1y, xR_2y 和 yP_3x，那么 xRy 和 yRx 将成立。

显然，我们这里将得到一个可能性结论。帕累托扩展规则是一个社会加总规则，其对于所有可能的组合都存在这样一个加总规则。但是是否这是一个令人满意的结论呢？很明显，这个社会选择规则解决了所有通过相同排序的可选择项

的偏好群之间所产生的冲突。当然，也是立足于这点（因此成为扩展规则）。正如我们先前所描述的，这个规则是完备和拟传递的。森（Sen, 1970b, pp. 76～77）说明了帕累托扩展规则的特征。他证明了（但是我们将会省略这个证明）对于社会加总规则，在条件 U 和条件 I，以及匿名性 A（第 3.1 节）和严格帕累托原则 SP 下，通常会产生一个拟传递和完备的社会偏好关系，对于这个加总规则是一个帕累托扩展规则是充分必要条件。严格帕累托原则 SP 说的是，对于所有的 $x, y \in X$，所有的 $i \in N$，如果 xR_iy，那么有 xRy。而且如果，对于一些 $j \in N$ 有 xP_jy，那么有 xPy。

上面的最后一个例子说明了帕累托扩展规则不满足在第 3.1 节所定义和使用的正反应性（positive responsiveness, PR）条件。因为如果用 xP'_2y 替代 xR_2y，社会结果将仍旧是 xIy。此外，一个单个个人的严格反对足以产生社会无差异的。或者，反过来说一个单个个人在任意一对 (x, y) 上的严格偏好将会在 x 和 y 之间得到社会无差异，并且如果所有社会的成员都同意这个个人，就将存在严格社会偏好。这就意味着这个单个的个人得到了否决权。他的严格偏好实现了社会无差异，即使所有社会中的其他的个人都有相反的严格偏好。凯利（Kelly, 1988, p. 66）描绘了这个现象，这个作为“包含性权利”（inclusionary power）应用于社会每个单个的成员中。随后将会更为详细地介绍这点，我们按照马斯-克莱尔和索恩沙因（Mas-Colell and Sonnenschein, 1972）的方法来介绍。之后，仅仅考虑拟传递性的社会决策函数。我们也会学习到他们定义的所有可能的结论。

定义 6.1 如果对于所有的 $x, y \in X$，xP_iy，意味着

xRy，那么个人 i 被称为一个弱独裁者。

条件 *WD*(无弱独裁性) 不存在一个弱独裁者。

注意，这里的条件强于阿罗的非独裁性的要求。马斯-克莱尔和索恩沙因证明了如下的结论。

定理 6.2 不存在一个拟传递性社会决策函数满足条件 P 和条件 I，以及 WD。

这个证明使用了两个引理。

引理 6.1 如果存在一个拟传递性社会决策函数满足条件 P 和条件 I，并且存在某些个人 j 基本上能决定某些 x 胜于某些 y，那么个人 j 就是一个独裁者。

引理的证明。我们能够充分地利用在第 2 章中的引理 2.1。在社会福利函数的概念中，阿罗已经证明了这个结论，但是在他的证明中，仅仅使用了 R 的拟传递性的性质，而不是完备的传递性(请检查引理 2.1 中的证明)。因此，这个结论留到拟传递性的社会决策函数下来处理。

下面的定义对于那些学习过前面阿罗原初的证明的读者而言不完全是新的。

定义 6.2 设 $a, b \in X$，并且假设有些个人在集合 $V \subset N$ 基本上决策是 a 而不是 b。如果对于一些 $x, y \in X$，有些个人集合 $W \subset N$ 基本上决策是 x 而不是 y，如果在 W 上个人的数量至少和在 V 上的数量一样多的时候，那么 V 被称为最小的基本决策集(smallest almost decisive set)。

引理 6.2 设存在拟传递性社会决策函数满足条件 P、条件 I 和条件 D。假设 V 是对于 a 和 b 的一个最小的基本决策集合。那么：

(a) V 至少包含了两个人，并且

(b) 在 V 上的每个人都是一个弱独裁者。

引理的证明：(a)部分直接从引理 6.1 和条件 D 得到。如果 V 仅仅包含了一个个人，引理 6.1 将得到一个独裁者的存在，并且这将会和引理 6.2 的假设产生矛盾。

证明(b)部分，首先将证明如果 $i \in V$，那么：

$$xP_iy \rightarrow xRy\text{，对于在 } X \text{ 上的一些 } x \text{ 和 } y \text{ 而言} \tag{1}$$

假设如果不成立，那么对于 a 和任意 $z \in X$，存在这样一种形式的个人偏好排序的集合：

$\{i\}$	$N\backslash\{i\}$
a	一些在 z 和 a 之间的个人排序 $(n-1)$ 元组
z	(对于每个人不必然是同样的)

(2)

满足 zPa。我们将发现，这将会导致矛盾。设 $W \subset V$，并且 $V=\{i\} \cup W$：

$\{i\}$	W	$N\backslash V$
a	如同式(2)中在 z 和 a 之间同样的排序	b
b		如同式(2)中在 z 和 a 之间同样的排序
z	b	

(3)

因为根据前面的假设，V 是对于 a 和 b 的基本决策，我们得到了 aPb，并且从式(2)中得到 zPa。因为拟传递性和独立性条件，我们得到了 zPb。但是，这就意味着 W 是基本决策。但是，这就和前面的假设 V 是最小的基本决策集合产生了矛盾。因此，这就证明式(1)成立。

下面，必须证明如果 $i \in V$，那么对于所有在 X 上的 s，t：

$$sP_it \rightarrow sRt \tag{4}$$

充分证明了：

$$[xP_iy \rightarrow xRy] \rightarrow [\text{对于所有 } s \in X: sP_iy \rightarrow sRy] \tag{5}$$

$$[xP_iy \rightarrow xRy] \rightarrow [\text{对于所有 } t \in X: xP_it \rightarrow xRt] \tag{6}$$

重复使用式(5)和式(6)将得到式(4)。

让我们考虑式(5)这个例子。假设式(5)不成立。那么，个人偏好排序集合满足 xP_iy 意味着 xRy；而且对于一些 $s \in X$，有 sP_iy，但是不能得到 sRy：

$\{i\}$	$N\backslash\{i\}$	
s	在 y 和 s，x 之间有些可	
x	能的 $(n-1)$ 元组的不同	(7)
y	排序	

对于这个偏好群，我们通过假设有 xRy 和 yPs，并且因为弱帕累托原则 P，有 sPx。拟传递性得到了 yPx，但是这和 xRy 产生了矛盾。因此，我们将会证明对于 $s \in X$，sP_iy 意味着 sRy。

对于式(6)中 $t \in X$ 的证明也相类似。反复使用对于所有 $s \in X$ 和所有 $t \in X$ 的证明这种类型，能够证明得到引理 6.2。

定理 6.2 的证明：我们已经注意到了条件 WD 要强于条件 D。因此，WD 意味着有 D。所以，如果一个拟传递性社会决策函数存在，且满足 P，I 和 WD(因此也满足 D)，引理 6.2 告诉我们，必定存在一个弱独裁者。但是，这和这个定理中条件 WD 相矛盾。

比较定理 6.1 和定理 6.2 非常有趣。在定理 6.1 中，我们通过保持其他条件不变，放松弱阿罗所提出的理性的条件(拟传递性来取代完全的传递性)得到了一个可能性结果。我们通过加强阿罗的这个条件可以重新得到不可能性结果，在这个例子中，非独裁性的条件将会避免弱独裁者的存在。

我们已经注意到了帕累托扩展规则违背了正反应的条件。因此，再次使用定理 6.1 作为一个参照点，我们通过要求另外的条件，拟传递性社会决策函数为正反应的，将会获得另外一个不可能性结果。马斯-克莱尔和索恩沙因(Mas-Colell and Sonnenschein, 1972, p. 188)指出，如果至少存在三个个人，这个结果才能够成立。

定理 6.3 *当至少存在三个个人时，不存在一个拟传递性社会决策函数满足条件 P、条件 I、条件 D 和条件 PR。*

对于两个人，多数决策方法是一个拟传递性社会函数，其满足定理 6.3 中的所有条件。

6.2 计分函数和博尔达规则

在这节中，我们将会讨论扬(Young, 1974, 1975)和其他人称为计分函数的问题，其中这个函数也包含了著名的博尔达排列—排序(rank-order method)方法。想象存在一个投票人的委员会，他们考虑一个有限的可选择集合 $S=\{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$ 来进行选择。每个投票人被假设为根据他在严格线性排序上的偏好来排列 S 上的项(这样做能够简单化——弱排序将会使得分析变得更为复杂)。我们再次使用社会选择规则

或社会决策函数的概念，正如读者记得的，这是一个映射，从所有偏好组合的集合映射到 S 的非空子集群上。换句话说，该函数是一种规则，这个规则分配给有限人数的投票委员会中每一个成员特定的线性偏好，而 S 的一个非空子集被作为胜出的可选择项的集合。我们想要社会选择规则满足匿名性和中立性的性质（见第 3.1 节），也就是在投票人间的姓名—标签的排列将不会影响到社会决策，如果可选择项的姓名—标签在个人排序的水平上改变了排序，那么社会偏好也将会发生同样程度的改变。当然，读者应该记得，简单多数规则也满足这两个性质。

我们现在介绍一个条件，这个条件将投票人所做出选择的子集和他们整体所做出的选择联系了起来。这就意味着，我们允许投票人的数量能够变化，设想，C' 是一组投票人 $V' \subset N$ 的选择集，C''是另外一组投票人 $V'' \subset N$ 的选择集，这里 $V' \cap V'' = \varnothing$。这里必定有如果 $C' \cap C'' = \varnothing$，那么较大一组 $V' \cup V''$ 将在 $C' \cap C''$ 中被完全选择出来。更为确切地说：

条件 *CONS*(一致性) 设 h 是一个社会选择规则。如果任意 w'，w''对于分开的不相交投票人集合 V'和 V''是偏好组合，那么 $h(w') \cap h(w'') \neq \varnothing$ 意味着 $h(w') \cap h(w'') = h(w' + w'')$，这里 $w' + w''$ 是在 $V' \cup V''$ 上的组合，其中在 V' 上是 w'，在 V''上是 w''。

对于投票人的集合，不能把这个一致性条件与第 3.1 节中讨论的理性条件中所要求的一致性条件相混淆。下面的例子将会帮助我们说明这一点。设 V'和 V''每个都包含三个投票人，也就是 $V' = \{1, 2, 3\}$，$V'' = \{4, 5, 6\}$。我们假设下面

的严格排序子集 w' 和 w''，可以写成如下的方式：

V'			和	V''	
1	2	3	4	5	6
a_1	a_2	a_4	a_3	a_1	a_4
a_2	a_3	a_1	a_1	a_4	a_3
a_3	a_1	a_2	a_2	a_3	a_1
a_4	a_4	a_3	a_4	a_2	a_2

设选择集为 $h(w')=\{a_1, a_2\}$，和 $h(w'')=\{a_1, a_3\}$。那么一致性就要求 $h(w'+w'')=\{a_1\}$。

在 m 可选择项上的一个社会选择规则被称为计分函数，如果在一个严格排序一个 s_i（s_i 是一个实数）的计分的组合被作为每个投票人的第 i 个最为偏好的可选择项，并且这个选择集合包含了最高的总分数的可选择项。其中的一个结论是扬（Young, 1975）所得出的，下面省去证明，陈述如下：

定理 6.4 一个社会选择函数是匿名、中立和一致的，当且仅当如果这个函数是一个计分函数。

在这一类计分函数的例子中，有一个是所谓的相对多数规则（plurality rule），这里是每个投票人对于他最为偏好的可选择项进行投票，并且这个选择集合包含了具有最高总数的投票的可选择项。用计数的术语来表示，人们能够说在这个相对多数函数（plurality function），1 的计分被指定为每个投票人最为偏好的可选择项，0 的计分是所有对于其他的选择项。

另外一个例子是博尔达排列—排序规则，这里对于 m 个可选择项，$m-1$ 的一个计分被指定为每个投票人最为偏好

的可选择项，$m-2$ 的计分是第二个最为偏好的选择，一般而言，$m-i$ 的计分是第 i 个最为偏好的可选择项。对于博尔达规则来说，这个选择集包含最高的总得分的可选择项。注意，在这点上，博尔达方法是基于相等的距离权重（distanced weighting）的结构上，这就意味着在相邻或接近的两个位置之间的权重或得分的差别对于每个个人的严格排序而言在任何地方都是相同。这个特点不能应用到相对多数规则（plurality rule）或"反相对多数规则"（anti-plurality rule）上（Saari, 1995, p. 102），例如，这里的投票人被要求对于所有的候选人投票，在这个例子中，候选人是三个可选择项，例如，计分向量是 $(s_1, s_2, s_3)=(1, 1, 0)$。萨里（Saari, p. 102）注意到这个事实，在这三个可选择项的例子中，根据博尔达的计分向量正是对于相对多数和反相对多数规则的计分向量的总和。博尔达规则可能是最为著名的计分规则，因此让我们更为正式地对其进行定义。

我们将对于给定的偏好组合表示为 w 和一个固定的可选择项集合 S，博尔达规则或博尔达选择函数为 $h^B(w, S)$。对于个人 j 的可选择项 a_i 排序中博尔达排序或博尔达计分将用 $r_j^B(a_i)$ 表示。给定 w 和 S，根据博尔达规则，选择项的集合是：

$$h^B(w, S)=\left\{a_i \in S \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} r_j^B(a_i) \geqslant \sum_{j=1}^{n} r_j^B(a_k),\text{对于所有 } a_k \in S\right\}$$

对于一个 n 个个人的社会，按照博尔达方法，$\sum_{j=1}^{n} r_j^B(a_i)$ 是对于可选择项 $a_i \in S$ 的总的排序总和。使用一致性条件来检验我们的这个例子，选择集 $h(w')$ 和 $h(w'')$ 由它们的博尔达计分所决定。

博尔达排列—排序方法的公理集合的特征是什么？一些学者回答了这个问题（如 Gadenfors，1973）。我们采取扬（Young，1974）的方法。如果当社会仅仅只包含有一个人时，“社会最为偏好的”和“个人最为偏好的”就具有同样的意义，这个个人最为偏好的也就被定义为社会选择函数具有信念（faithful）。更具技术性而言，$h(w) = \{a_i\}$，即当 w 代表一个单独的个人的排序，其最为偏好的可选择项是 a_i。如果社会选择规则 h 是具有信念（faithful）和一致性的，那么 h 满足弱帕累托原则。这就意味着，对于在每个个人 a_i 是偏好于其他可选择项的任何组合 w，有 $h(w) = \{a_i\}$。

相约性（cancellation property（CP））　一个社会规则 h 被称为满足相约性，只要存在一个组合 w 满足对于 S 里的所有成对的可选择项（a_i，a_j）中，偏好 a_i 甚于 a_j 的投票人的数量等于偏好 a_j 甚于 a_i 的投票人的数量，那么就有 $h(w, S) = S$。

任何满足相约性的组合将被称为均衡的（balanced）。如下的例子显示了博尔达规则满足条件 CP，但是不满足相对多数规则：

1	2	3	4
a_1	a_1	a_3	a_3
a_2	a_2	a_2	a_2
a_3	a_3	a_1	a_1

在博尔达规则下，直接可以得到 $h(w, \{a_1, a_2, a_3\}) = \{a_1, a_2, a_3\}$，但是在相对多数规则下有 $h(w, \{a_1, a_2, a_3\}) = \{a_1, a_3\}$。注意，这个多数规则也满足条件 CP。

因为证明非常冗长复杂，我们将只说明扬（Young，

1974)所描绘的博尔达规则。

定理 6.5 对于任何固定数量的可选择项 m，存在一个且仅有一个社会选择函数是中立、一致、具有信念(faithful)以及具有相约性(cancellation property)的。这就是博尔达排列一排序规则。

扬已经证明了任何具有一致性和相约性的选择规则具有匿名性。上面我们已经特别说明了对于博尔达规则的计分方法。事实上，这个最原始的版本是博尔达自己提出的，并且，一个无限量的不同计分向量和原初版本具有同样的性质(见 Saari，1995，pp. 104～105)。设 s_1^m 对于 m 个可选择项是一个计分向量，也就是 $s_1^m=(s_1^1, s_1^2, \cdots, s_1^m)$。定义 $s_2^m=a\cdot s_1^m+(1, 1, \cdots, 1)$，其中数量为 $a>0$ 和 b，这里(1，1，…，1)也是一个 m 向量。对于任何组合 w，对于 $h(w;\ s_1^m)$的博尔达赢家，也就是 $h(w;\ s_2^m)$的赢家。萨里注意到这个事实，反相对多数(antiplurality)计分(1，1，…，1，0)等价于在上面的公式中，(0，0，…，0，－1)和选择 $a=1$ 和 $b=-1$。后者的向量表示了一个事实，反相对多数规则将“所有的谴责”放到了底端一排序的可选择项上。而且，一个计分向量 $s^3=(s^1, s^2, s^3)$，对于这个例子中三个可选择项所对应的博尔达方法，当且仅当 $s^1-s^2=s^2-s^3$，也就是，当且仅当在连续的计分之间的差异是固定的(在前面，我们称之为一个等距离的结构)。

下面，我们所试图讨论的内容也不会令读者过于惊讶，但是却非常重要：不同的投票程序一般将会导致不同的结果。这对于每个参与到投票程序中的人而言将至关重要。当某些投票委员会的成员特别强调提出一个特定的投票方法，有人可能会产生疑问并且分外谨慎。某些投票程序所提供的将会

简单伪装成某种特定的投票策略。另一方面，也可以说，根据不同的程序所得到的结果将不完全是任意的或者反复无常的。能否更为精确说明这些呢？我们开始再一步进行描述。考虑对于四个可选择项下，有五个具有严格偏好的投票人：

1	2	3	4	5
a_1	a_3	a_4	a_2	a_2
a_2	a_1	a_1	a_4	a_3
a_3	a_2	a_2	a_1	a_1
a_4	a_4	a_3	a_3	a_4

可选择项 a_1 是孔多塞赢家。可选择项 a_2 是博尔达赢家，并且也是相对多数赢家。从这个例子中一个重要的发现是孔多塞赢家(如果存在)并且博尔达赢家能够是不同的可选择项。还能进一步说明什么呢？萨里(Saari, 1995, p. 157)证明了孔多塞赢家按照博尔达方法将从来不能使底端—排序(bottom-ranked)，并且孔多塞输家(一个候选人在成对的比较中失败与对于其他所有的可选择项)按照博尔达计数从来不能在顶点—排序(top-ranked)。萨里也证明了一个孔多塞赢家通常获得超过博尔达排列—排序点所指定的第三个排序之前，而孔多塞输家通常低于博尔达排列—排序点所指定的第三个排序之前。那么，很显然，按照博尔达方法，孔多塞赢家通常是高于孔多塞输家的排序。这个结论将让那些担心上面提到的“反复无常”的事情发生的读者可以舒了一口气。孔多塞赢家是基于对偶的多数投票，博尔达规则记数位置被解释为加总的对偶投票的版本(Sarri, 1995, p. 156)，并且相对多数规则限制了其注意在顶部的项。后者的程序忽视了一个

极端的高阶信息，也就是所包含的个人排序。

为了发现博尔达方法能够被视为一个加总的对偶投票的版本，考虑如下的简单例子。存在五个投票人，他们偏好 a_1 甚于 a_2，偏好 a_2 甚于 a_3（并且 a_1 甚于 a_3），并且另外三个投票人，他们偏好 a_2 甚于 a_3，偏好 a_3 甚于 a_1（a_2 甚于 a_1）。显然，a_1 是在对偶投票中的孔多塞赢家。博尔达计分对于 a_1 是 10；对 a_2 的计分是 11，使得 a_2 是博尔达赢家。这点上，5 是 a_1 和 a_2 进行成对比较时结果为 a_1 的投票数量，并且 5 也是 a_1 和 a_3 进行成对比较时结果为 a_1 的投票数量。正如我们所知，这个总数是 10，并且是 a_1 的博尔达计分。可选择项 a_2 和 a_3 相比较时，得到了 8 个投票，和 a_1 相比得到了 3 个投票，总得票数为 11，这是 a_2 的博尔达计分。

当博尔达计分不再是等距离的时候将会产生什么问题呢？答案是："多少有些影响"。让我们来考虑另外一个例子，下面的四个投票人具有严格的排序：

1	2	3	4
a_1	a_1	a_3	a_4
a_2	a_2	a_2	a_2
a_3	a_3	a_4	a_3
a_4	a_4	a_1	a_1

现在我们开始使用典型的博尔达计分，也就是(3, 2, 1, 0)。博尔达赢家是可选择项 a_2。现在我们使用计分向量(1, 1/2, 1/4, 0)。这个例子中，赢家是具有相等计分的 a_1 和 a_2。最后，选择计分向量(1, 1/4, 1/5, 0)。在这种情况下，具有独一无二的博尔达赢家是 a_1。上面所有的计分向量满足条件

$s^i \geqslant s^{i+1}$，$i \in \{1, \cdots, n-1\}$，并且 $s^1 > s^n$，这里在计分体系中是非常自然的要求(natural requirements)。否则，这些通常在博尔达排序下被选出来的计数多少都具有随意性。萨里(Saari, 1995, p. 106)证明特定的计数向量，"正如捏造一个令人信服的理由来说明为什么……选择是'正确的一个'"。正如我们刚刚看到的，一般而言，因为不同的计数向量导致了不同的结果，至少在一定程度上，特定选择和特定计数的被视为受到了操控。盖特纳(Gaertner, 1983)研究了在不同社会可选择项下其代理人的状况，提出对于在个人排序的组合上博尔达计数非线性的转换方法。为了反映公平的情况，原初的博尔达排序其严格凹转换被指出对于在较高位置上不同的排序的影响要小于在较低位置上不同的排序。注意，这一群项不再能够满足相约性。

最后，我们来讨论在操纵性问题上最后涉及的与博尔达排列—排序方法之间的关系。最为惊叹的是博尔达自己所宣称的，他的规则仅仅是为诚实正直的人所设计的。在第 5.1 节中，我们提及了凯利(Kelly, 1993)的研究，他证明了对于博尔达方法而言，尽管容易被操纵，但是当和其他的那些投票者偏好排序易于改变的加总规则进行比较的时候，毕竟还是更好一些。这点非常重要。如果操纵性层次上是一个问题，博尔达规则和其他计数规则将不能够和其他几乎不被操纵的投票规则进行比较，因为在投票人的偏好变动上，这些规则具有更高的不敏感性。不敏感性使得这些加总规则非常不具有吸引性。萨里(Saari, 1995, p. 12)写道，"操纵性行为非常重要，但是在选择系统中必定不是单一的决定要素"。

在这一节中的最后一点涉及博尔达方法的两个版本。也

就是，广义和狭义的博尔达规则，广义的版本通常在超集(superset)S 上使用排列或计分指定这些可选择项，也就是，对于在 m 集合上的可选择项第 j 的排序计分为 $m-j$。这就意味着当选择是在任意子集 $S' \subset S$，基于博尔达计分上的对于 S' 上的选择集，也是对于 S 上的选择集。对于在 $S' \subset S$ 上的选择，狭义的博尔达规则是使用基于在 S' 上的项的排序的博尔达计数。这个计数对于第 j 个排序的可选择项仍旧是 $m-j$，但是现在 m 表示在 S' 上的可选择项的数量。

是否这样会导致某种差别？确实如此，正如我们将要随后证明的一样。我们将要用一些例子来论证。考虑 $S=\{x, y, z, v\}$，并且对于三个个人有如下的组合 w：

1	2	3
x	y	z
y	z	v
z	v	x
v	x	y

根据广义博尔达规则，这个选择集合是 $h^{BB}(w, S)=\{z\}$。对于 $S'=\{x, y, v\}$，这个结果是 $h^{BB}(w, S')=\{y\}$。

让我们来修正上面的组合，如下面的组合 w'：

1	2	3
x	y	v
z	v	x
y	x	z
v	z	y

按照广义博尔达规则，现在选择集合是 $h^{BB}(w', S)=\{x\}$。

对于$S'=\{x, y, v\}$，这个结果是$h^{BB}(w', S')=\{x\}$。结果还算过得去。

但是，注意，两个组合w和w'在集合S'上是完全一样的，也就是：

1	2	3
x	y	v
y	v	x
v	x	y

显然，我们获得了$h^{BB}(w, S')\neq h^{BB}(w', S')$，这里，在$S'$上有$w=w'$。这就意味着阿罗的独立性条件被违背，对于排列—排序规则或计数函数需要适当地重新定义。显而易见，广义的博尔达方法毫无疑问具有收缩一致性（注意，博尔达规则实际上在所有的可选择项上产生了一个排序）。因此，在超集上对于每个可能的集合来使用计分，在超集上最高的计分只要其在这个子集之中，将一直在这个子集中被选择出来。这个特征不能应用于狭义的博尔达规则，对于三个个人的$S=\{x, y, z\}$和组合w''下面的例子所要展示的：

1	2	3
x	y	z
y	z	x
z	x	y

当然，这是一个投票悖论。根据狭义的博尔达方法，这个结果是$h^{NB}(w'', S)=\{x, y, z\}$。当放弃$z$时，在$S'=\{x, y\}$上是$h^{NB}(w'', S')=\{x\}$，这就违背了收缩一致性（也

就是第 1.3 节性质 α)。一些扩展的一致性形式也不能得以满足。考虑上面的组合 w,在 $\{y, z, v\} = S''$ 上构建一个选择集合。得到 $h^{NB}(w, S'') = \{y, z\}$。对于 $S \supset S''$ 选择集合是 $h^{NB}(w, S) = \{z\}$,因此性质 β 不能得以满足。

狭义的博尔达规则都能满足独立性条件。如果在 $S' \subset S$ 上每个投票人的排序在组合 w 和 w' 上是同样的排序,那么,对于每一个可选择项而言,狭义的博尔达计分将也是相同的,这就意味着在 S' 上的可选择集合也是相同的。

希望我们在上一节中将所提出的各种各样的投票状况一起论述,而不至于使得读者过于混淆。我们还需要再次提到我们在先前各个章节中所强调的:不同的投票程序通常将会产生不同的结果。这是不是个困境呢?在某种层面上,确实如此。因此,正如在其他公理化分析中,人们可以发现"内幕"和讨论争辩不同投票方法所具有的性质。这将最为可能的是不能在这些参与讨论者中达成一致的意见,但是当然这会导致这些正反两方面都能够得以清晰地考虑。我们相信,其中的一些意见已经获得了一致。

6.3 其他社会选择规则

在这本入门书的不同的例子中,我们在投票悖论上有些"磕磕绊绊"。如何能够解决这类投票问题呢?在这个例子中,基于简单多数规则的二元关系循环性,不存在一个非空选择集合。在先前的章节的一个例子中,具有同等距离权重结构的博尔达规则指派同样的排列一总和(rank-total)给所有

的可选择项。注意，在三个可选择项和三个个人这样的例子中，对于其他权重结构将会也完全相同(或者四个可选择项与四个个人，等等。这些所有都展示了完全对称的拉丁方结构)。因此，根据博尔达规则，所有的可选择项都是社会性等价的(socially equivalent)。这是基于对偶性的多数投票方法，这里也产生了社会无差异性，但也存在其他的例子。这就是传递性闭合方法(transitive closure method)。

对于任何可选择项的有限集合 S，以及任意给定了偏好组合 w，按照传递性闭合方法，选择集合 $h^{TC}(w, S)$被定义为 $h^{TC}(w, S) = \{x \in S \mid$ 对于每一个 $y \in S$，在 S 上存在可选择项 $y_1, y_2, \cdots, y_m$，满足 $N(xR_iy_1) \geqslant N(xR_ix)$, $N(y_1R_iy_2) \geqslant N(y_2R_iy_1, \cdots, N(y_mR_iy)) \geqslant N(yR_iy_m)\}$，正如前面一样，这里 $N(xR_iy_1)$代表宣称 x 至少和 y_1 一样好的人的数量。在这个典型的投票组合悖论中，在直接比较中，对于多数人，x 击败了 y，也就是 y 击败 z，而 z 击败 x。因此，对于所有包含的可选择项应用传递性闭合方法，在投票悖论的例子中我们得到 $h^{TC}(w, S) = \{x, y, z\}$。

这个方法是否令人满意呢？同博尔达方法一样，其避免了选择函数的非存在性。无论何时，涉及作为等价的多数循环时，需要付出对于所有项进行说明的这个代价。因此，这个方法确实相比博尔达方法而言更为普遍一些，从下面这个五个参与人和 $S = \{x, y, z\}$ 的简单例子中，我们可以发现：

1	2	3	4	5
x	x	y	y	z
y	y	z	z	x
z	z	x	x	y

这个传递性闭合方法得到了 $h^{TC}(w, S) = S$；而博尔达规则则产生的是 $h^{B}(w, S) = \{y\}$。

这个传递性闭合方法具有不止一个较为令人欣喜的特点——在它的选择集合中，包含了一个帕累托被占优的可选择项。考虑我们之前所使用过的具有 $S = \{x, y, z, v\}$ 的组合 w:

1	2	3
x	y	z
y	z	v
z	v	x
v	x	y

这个结果是 $h^{TC}(w, S) = S$。这个集合包含了可选择项 v，这个所有人都认为不如 z 的选项。

现在我们将要做出和博尔达规则中同样的事情，也就是引入广义和狭义的传递性闭合方法的变量。但是我们对此有些保留，而要求读者们发挥一些自己的想象力。类似我们先前所见到的博尔达的例子，闭合方法的广义的版本将在独立性上产生问题；狭义的版本在收缩一致性产生问题。后面一点能够直接从前面的例子中推断出来。这里我们将会发现 $h^{TC}(w, \{x, y, z, v\}) = \{x, y, z, v\}$，但是在$(z, v)$上，狭义变量将“尊重”弱帕累托原则，也就是 $h^{NTC}(w, \{z, v\}) = \{z\}$。先前所选择出来的可选择项 v 现在仍旧是可行的，但是将不再被选择出来。

现在让我们来查考其他一些选择规则。科普兰(Copeland)方法是基于对偶比较的一种方法，其特点是应用了一种简单多数规则。对于每一个在选择集合 S 上的可选择项 x，计数 $s(x)$被计算为在成对比较中 x 胜过或打平的其他可选择项的

数量。根据科普兰程序，这个选择集合包含了在 S 上那些使得 $s(x)$ 是最大化的 x 的项。对于上面的组合 w，根据科普兰程序，这个选择集合将会是 $h^{\infty}(w, \{x, y, z, v\}) = \{y, z\}$。如果计算每个 $S' \subseteq S$ 的科普兰计数，那么从子集到这个超集，将会产生对于扩展的一致性的违背。凯利(Kelly，1988，pp. 54～55)证明了科普兰方法违背了投票人集合的一致性的条件，这个我们先前在扬的博尔达方法特点里讨论过的特征。另外一方面，科普兰的规则通常选出了一个孔多塞赢家，如果其存在的话，并且不会选择出一个帕累托被占优的可选择项。

道奇森(Dodgson，1876)的化名路易斯。卡洛尔(Lewis Carroll)指出这个例子没有孔多塞赢家的存在，也就是对于每一个可选择项 $x \in S$，计算的二元偏好逆转(binary preference reversals)的数量使得 x 成为一个孔多塞赢家。二元偏好逆转是在相邻的两个位置之间的一个互换或转换。对于二元偏好逆转的数量而言，这些最终被选择的可选择项将是最小化的。举例来说明这个程序，设如上面的 $S = \{x, y, z, v\}$ 的组合 w：

1	2	3
x	y	z
y	z	v
z	v	x
v	x	y

很容易就能够发现，一个二元偏好逆转将会使得可选择项 z 转变为一个孔多塞赢家。这个偏好逆转将既在个人 1 也在个人 2 的排序中“发生”。但是，一个偏好逆转(即首先也在第三个排序中)将会使得 y 成为孔多塞赢家。可选择项 x 将需要

两个偏好逆转，而可选择项 v 将需要超过两个偏好逆转。因此，根据道奇森(Dodgson)的方法，$h^{DO}(w, \{x, y, z, v\}) = \{y, z\}$。这里是否有哪个阿罗条件被这个规则违背了呢？是独立性条件（正如在上面的第三个排序中的一个新的组合 $\hat{w}$，x 和 y 被相互颠倒）。

道奇森提议，当在偏好倒转之前不存在孔多塞赢家时，寻找二元偏好逆转数量上的最小化，使得孔多塞赢家出现，这点非常有趣。这个方法能够被解释为一种最小化程的程序，尽管必须承认的是，在这点上我们还没有说清楚当其定义域是在可选择项集合上的二元关系时，什么是一个距离函数(distance function)。

在我们介绍孔多塞时，我们提到他也意识到了循环性的多数投票(cyclical majorities)。他提出了对于此类例子的解决方案，但是他的论证仍旧是琐碎而不完整的。但是，在一个例子中，孔多塞论证了在一个状态下，大多数偏好 x 甚于 y，y 甚于 z，以及 z 甚于 x，其大多数少数派的将被删除，并且在剩下的两个主张中被选择出来的可选择项就是赢家。这似乎说明了孔多塞想要他的提议建立在表达了不同观点的偏好主张的最大化支持上。对于 k 可选择项的普遍性例子中，孔多塞所提出的方式，将应用来对于投票者每个 $k!$ 集体排列（如果仅仅考虑严格排序）所有的支持的数量，并且选择其中最大的那个支持数量。努尔米(Nurmi, 2002)引用米肖(Michaud, 1985)和扬(Young, 1988)，当他论证那个“这正是孔多塞朝思暮想的一般性投票方法”(2002, p. 65)，是一个以凯梅尼(Kemeny, 1959)规则而在现代投票文献中所闻名的一种程序。

凯梅尼的程序，是寻求一种排序被视为最为接近给定的偏

好组合的全体一致性社会偏好排序。最为接近意味着在某种程度上在个人排序上要求逆转的数量是最小化的，使得这个排列成为对于所有社会成员的公共排序(common ranking)。这个规则是如此计算复杂，以至于需要我们进一步地解释，并且给出一个例子来帮助我们澄清这个规则。

我们从给定的偏好组合开始。凯梅尼构造出给定的社会偏好组合，对于给定数量的可选择项，所有完备性和传递性的偏好排列，将它们分解为成对的可选择项，然后对于每一个偏好排序轮流成对地将它们进行比较。更为具体地说，对于排序 x 偏好于 y，y 偏好于 z，考虑成对排序(x, y)，(y, z)和(x, z)，并且来检验这些例子的数量，这里在给定的社会组合中，对于 x 严格偏好于 y，对于 y 严格偏好于 z，x 严格偏好于 z。

为了更为详细地举例来说明凯梅尼规则，我们使用努尔米(Nurmi, 2002, p. 67)提出的一个例子。尽管我们首先关注的是凯梅尼排列，这个例子包含了其他我们也需要注意的方面。首先，这里存在一个孔多塞赢家，也就是 z，但是却在相对多数投票不会被选择。事实上，相对多数投票导致的是一个孔多塞输家的选择。在对偶的多数比较中，可选择项 x 输于 y 和 z。

这里的组合是：

1～4	5～7	8～9
x	y	z
z	z	y
y	x	x

显然，四个投票人都对于第一个(x)具有严格偏好，三个投票人对于第二个(y)具有严格偏好，两个投票人对于第三个(z)具有严格偏好。现在，我们来计算最为接近给定组合的全体一

致性排序的凯梅尼排列。存在六个可能性排序(如果我们仅仅考虑严格偏好),从这个组合中可以获得如下的支持数量:

$$x > y > z: 4 + 3 + 4 = 11$$
$$x > z > y: 4 + 6 + 4 = 14$$
$$y > x > z: 5 + 4 + 3 = 12$$
$$y > z > x: 3 + 5 + 5 = 13$$
$$z > x > y: 5 + 4 + 6 = 15$$
$$z > y > x: 6 + 5 + 5 = 16$$

因此,例如 z 严格偏好甚于 y 在六个例子被支持(个人1~个人 4,和个人 8~个人 9),y 严格偏好于 x,在五个例子中被支持,并且对于 z 严格偏好甚于 x 也同样成立。考虑所有的频率,我们根据凯梅尼规则,发现全体一致性排列是 $z > y > x$,这恰好和基于相对多数规则的排序相反。这个排序 $z > y > x$ 在给定的组合中获得了最大的支持,反过来,这个排序具有着九个投票人的偏好中最为小的差别(距离)。因此,凯梅尼规则在偏好排序和潜在偏好组合之间的最小化距离,使用一个逆度量标准(inversion metric),这里对偶偏好的翻转是一单位。能够证明,任何时候都有孔多塞赢家的存在,在凯梅尼排列的顶部项中(Nurmi, 2002, p. 31)。萨里和默林(Saari and Merlin, 2000)已经说明了孔多塞输家通常在凯梅尼排列中排列在最后。这两个结果都很好地论证了凯梅尼程序。

我们试图进一步来精确地说明凯梅尼度量标准。为了完成这些,我们必须引入距离函数(distance function)的概念。设$\mathcal{R}$代表在可选择项集合 X 的所有完备二元关系的集合。R, R', R''是在乘积 $X \times X$ 的成对排序的子集。被指派为在

X 上所有成对的非负实数，函数 $d: \mathcal{R}^2 \to \mathbb{R}_+$ 被称为在在 $\mathcal{R}$ 上的距离函数。现在，我们定义在 $\mathcal{R}$ 上的距离函数的度量标准为 d，对于所有的 $R, R', R'', \in \mathcal{R}$，定义在成对的二元关系上具有如下性质：

1. $d(R, R') = 0$，当且仅当 $R = R'$；
2. $d(R, R') = d(R', R)$；
3. $d(R, R'') \leqslant d(R, R') + d(R', R'')$。

第一个性质是显而易见的。第二个性质说明了距离具有对称性。第三个性质说明了在 R 和 R'' 之间的距离不能够大于任何第三个 R' 和这两者之间距离之和。

对于任何 $R, R' \in \mathcal{R}$，在 $\mathcal{R}$ 上的凯梅尼度量单位 d^K 定义为：$d^K(R, R') = |(R-R') \cup (R'-R)|$。这意味着凯梅尼度量单位定义为作为选择项数量的二元关系 R 和 R' 之间的距离，也就是，那些属于一个集合却不属于另外一个集合的排序对。正如我们从先前的例子中所看到的，凯梅尼距离反映了能够导致排序被全体一致性接受的二元偏好改变或逆转的最小数量。

这个距离或偏好关系和偏好组合近似(proximity)的观念是一个非常有趣的话题，也被尼特桑(Nitzan，1981)和贝金特(Baigent，1987a，b)以及其他人都讨论过。在第 10 章的时候我们将会返回到这个问题上。Nitzan 证明了寻找博尔达赢家，也就是决定最大的博尔达计分可选择项，等价于寻找那个能够使得偏好翻转为最小数量的无异议(unanimity)赢家这个可选择项。换句话说，博尔达赢家按照凯梅尼的度量单位来说，就是所有投票人最为靠近第一个排列的可选择项。贝金特和克拉姆勒(Baigent and Klamler，2004)也证明了我们在这章开始时讨论的传递性闭合方法相比凯梅尼度量

单位不是距离最小化的。

前面的几页中，我们谈到了道奇森(Dodgson)方法也能够被视为一个距离最小化程序。拉特利夫(Ratliff, 2001)说明了尽管道奇森和凯梅尼规则之间相类似，“在完备传递性排列的条件和仅有一个孔多塞赢家的条件之间的差别导致了在道奇森赢家和凯梅尼排列之间的冲突”(Ratliff, 2001, p. 79)。我们来看如下的例子：

1～21	22～33	34～38	39～50
x	z	v	y
y	v	z	v
z	y	x	x
v	x	y	z

在这种情况下的凯梅尼排列是投票人 1—21 的严格排序。道奇森排列是 y 胜于 x，x 胜于 z，z 和 v 没有差别。这个表明了道奇森赢家不必然是在凯梅尼排列中第一个排列。拉特利夫(Ratliff, 2001)证明在至少四个可选择项的例子中，道奇森赢家和凯梅尼排列之间没有联系。换句话说，道奇森赢家可能产生在凯梅尼排列中的任何位置上，甚至在最后的位置上。这就意味着道奇森赢家可以是孔多塞输家。

6.4 议会投票：柏林 vs. 波恩

在本章的最后一节里，我们从最近的议会历史里提出一个真实的例子，也就是，德国议会关于(the Bundestag)从

波恩将政府的位置和议会的位置迁移到柏林的决策。这个具有历史意义的迁移发生在 1991 年 6 月 20 日。莱宁格(Leininger, 1993)细致地对这个问题进行了分析。

在进一步论述细节之前,我们强调在政治领域中,这个例子所做出的决定非常透明,在这个理论分析中,我们也要清楚前面章节的要点:不同的投票规则能够产生非常不同的结果。但是,另外一个方面也显示出在这个例子中其重要性。实际上选择的序贯程序(sequential, 是多阶段而不是单阶段的)可能也很重要。

包含了很多步骤和很多投票的议会过程最终产生了倾向于柏林的决定。这里不是秘密投票(secret ballots)。这是一个点名,莱宁格(Leininger)添加了一些假设使其成为可能来重新建构了议会成员的排列。

起初,有五个提案,但是它们其中的一个将在下一步被提出。剩下的四个提案是:

可选择项 A:议会留在柏林,政府留在波恩。

可选择项 B:议会和政府都搬到柏林。

可选择项 C:议会和政府留在波恩。

可选择项 D:议会和政府不应当在地理位置上分离。

注意,可选择项 D 不是推荐出一个特定的结果,而是表现了一个特定立场或观点。如下的议程被联邦议会所接受。首先是对于可选择项 A 进行投票。如果可选择项 A 获得认可,这个问题就被解决并且将不再进一步进行投票。万一可选择项 A 没有被接受,可选择项 D 将被纳入投票中。无论这个投票的结果将是什么,在下一步中,可选择项 B 和 C 以及第五个提案(正如我们所知道的,在下一步提出),三者将同时投票

进行比较。如果三者中的一个获得了超过其他两者,其将被采纳作为赢家可选择项。一旦不是这样,那么最后一次投票就将会在两个最优位置(best-placed)可选择项之间进行投票。

结果证明,存在三个投票,也就是对于可选择项 A,对于可选择项 D,以及在可选择 B 和 C 一起的投票。对于这些结果,莱宁格推断出了议会成员的偏好。存在三个“真正的”可选择项,也就是选择 A、B 和 C。莱宁格使用了每一名议会成员对于这三次投票的信息,并且将这些信息和一致性条件结合起来重新构建了个人的排列。

在可选择项 A、B 和 C 上所有的六种方式能够进行线性排序,能够通过理性化假设来进行解释。例如,莱宁格的假设 1 是议会中在第一次投票中认可可选择项 A 的成员**必须**给定可选择项 A 在他的偏好排序中为排列 1。第二个假设是,在第二次投票中,支持可选择项 D 的代表在第一次的投票中拒绝可选择项 A,在他的排序中**必须**将可选择项 A 指定为排列 3。莱宁格主张这两个假设具有如下的含义:

(i) 在首次投票中支持可选择项 A 的个人,然后是 B,或 C,在第三次投票中必定具有排序 $A \succ B \succ C$,或 $A \succ C \succ B$。

(ii) 在第二次投票中选择了可选择项 D 的代表,然后是 B,或 C,在第三次投票中必定有偏好排序 $B \succ C \succ A$,或 $C \succ B \succ A$。

这些推论符合在议会中 425 名议员的排序,这些占在最后 B 和 C 的投票中有效投票人数为 659 人。附加的假设也必须解释其他的排列。其中的一个假设相比其他的假设具有更多的争议性,以至于莱宁格提出了一个替代性假设。然后

他详细说明了这个替代性假设所产生的排序，但是这里我们不再详述细节。

议会三轮投票的结果如下。可选择项 A 和可选择项 D 都没有获胜，前者是 489 票对 147 票，18 票弃权；后者是 340 票对 288 票，29 票弃权。最终，柏林以 338 票对 320 票胜波恩，其中 1 票弃权，1 票无效。

根据第一个假设，在六种可能的排列中可以推论出下列的投票安排：

116 个投票人	30 个投票人	81 个投票人	140 个投票人	140 个投票人	150 个投票人
A	A	B	B	C	C
B	C	A	C	A	B
C	B	C	A	B	A

给定偏好组合，可以得出如下的结论：

(1) 在三个可选择项的多数规则将不是很明确的，同时联立(simultaneously with)的条件是它们其中的一个相比其他两个总和获得更多的投票。

(2) 在第一轮排除了支持数最少的可选择项(可选择项 A)在第二轮(决胜选举投票)的多数规则中将选择可选择项 B 为赢家。

(3) 相对多数规则将选择可选择项 C。

(4) 存在一个孔多塞赢家，也就是可选择项 B。

(5) 博尔达规则将选择可选择项 C。

根据结论(2)能够非常明显地观察到在第三步时，投票的结果非常接近真实议会投票的结果。这个结果上面已经说明

过了。在莱宁格重新构建的模型中,B将获得337票,C将获得320票。莱宁格写下这个结论:"支持这个观点在决胜选举投票中,所采纳的程序能够作为不同的多数规则的最好的思想"(Leininger, 1993, p. 12)。他继续说,在倾向于柏林的这个最后的结果中,在某种程度上是选择程序所"迫使的"。相对多数规则将会得到波恩是赢家。在开始的时候,排除可选择项A帮助了选择柏林这个结果。莱宁格指定的投票显明只有A有30个支持者,在第二步中选择C,而有116名投票者选择了B。因此,通过联邦会议进行的一系列程序选择可能相当重要。

给定上面所指派的投票数量,努尔米(Nurmi, 2002, p. 70)计算了对于这六个排列每一个获得支持的总数。排序$B \succ C \succ A$获得了1 138对支持,排序$C \succ B \succ A$获得了1 121对。因此,给定组合的凯梅尼排列是$B \succ C \succ A$,这就提醒我们这样一个"事实",孔多塞赢家是在凯梅尼排序的顶部。但是这两个数正好也给出了证明在柏林和波恩之间的"竞争"非常接近。

6.5 简短总结

放松社会偏好的完全传递性使得其可能结合阿罗四个原初的条件,并且得到一个加总规则,使其不能够产生矛盾的论述。确实如此。一方面,我们寻求如何满足这样一个理论体系。森的帕累托扩展规则是一个加总机制,其对于所有可能的组合都存在,但是我们看到,其通过对于可选择项同等进行排列,来解决偏好排序的冲突。换句话来说,这个规则产生了许多

等价的关系。更学术一些的语言就是,其存在一些弱独裁者。

在下一章中,我们将会继续用其他不同的方法来讨论剩下的一些问题。我们将扩展其信息基础并且进一步探索这个结果。博尔达排列—排序方法是用来自不同位置(立场)的信息,使得在 x 和 y 之间的社会排序不仅仅依赖于那些个人如何对于 x 和 y 之间进行排序的信息,而且也需要那些关系到 x 和 y 之间的可选择项位置排序的信息。

多种多样的加总规则的存在,不仅仅要使用简单的多数投票规则,还需要使用更多的信息。在这一章中,一个很重要的理论就是,不同的规则可能导致不同的结果。这个可以用来考虑一个困境,就是对于柏林和波恩之间的投票,其能够被视为一个严谨的例子,但是我们也看到了应用不同的加总方法所得到的结果不是随心所欲的。它们是有所规制的,我们试图来详细地进行了说明。例如,如果存在孔多塞赢家,按照在偏好关系和组合之间的近似或差别这样的观点,它就处于凯梅尼排列的顶部。并且孔多塞输家通常排列在凯梅尼排列的末位。这点足以让人欣慰。

6.6 练习

1. 考虑如下两个个人的组合:

$$xP_1yP_1z$$

$$xP_2zP_2y$$

应用简单多数规则并且使用帕累托扩展规则来证明在

x，y 和 z 之间的社会关系处于这两个规则机制下是相同的。是否这是一般性的结论呢？

2. 构建你自己的偏好组合来证明帕累托扩展规则不能够满足正反应性的性质。
3. 使用拉丁方偏好组合产生孔多塞悖论(例如，三个个人以及三个可选择项或者四个个人和四个可选择项)。应用帕累托扩展规则、博尔达计分、相对多数规则、传递性闭合方法，以及科普兰方法，并且确定在每个框架中的选择集合。请讨论你的结果。
4. 对于引理 6.2，对于 $t \in X$ 给出(6)的证明。
5. 证明对于两个个人，简单多数规则是拟传递性社会决策函数，满足定理 6.3 中的所有性质。
6. 证明简单多数规则满足相约性。
7. 解释为什么科普兰方法不能够选出帕累托被占优的可选择项。
8. 构建一个例子证明科普兰方法不能够满足投票人集合的连续性条件。
9. 萨里(Saari)指出三个可选择项，基于博尔达规则的计分向量是对于相对多数和反相对多数规则的计分总和。是否这个结论对于超过三个可选择项的依旧成立呢？
10. 考虑如下的组合：

1	2	3	4
x	y	v	x
z	z	z	y
v	v	y	v
y	x	x	z

对于如下计分向量的可选择项 x，y，z 和 v：

(3, 2, 1, 0), (1, 3/4, 1/4, 0), (1, 1/2, 1/4, 0)

计算其总计分并且讨论这个结果。

11. 考虑如下的组合：

1～3	4～6	7	8～9
x	y	z	z
y	z	x	y
z	x	y	x

(a) 确定凯梅尼排列。

(b) 确定博尔达排列。

12. 考虑三个投票人的投票悖论。按照道奇森规则，是否存在唯一的解？

13. 考虑如下的组合：

1	2	3	4	5
x	y	z	z	x
y	z	v	v	v
z	v	x	y	y
v	x	y	x	z

按照道奇森规则，是否存在唯一的解？

推荐阅读

Kelly, J. S. (1988). *Social Choice Theory. An Introduction*, chapters 5 and 6. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

Nurmi, H. (2002). *Voting Procedures under Uncertainty*, chapters 3 and 5. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

Sen, A. K. (1970). *Collective Choice and Social Welfare*, chapters 4 and 5. San Francisco, Cambridge: Holden-Day.

历史文献

Black, D. (1958). *The Theory of Committees and Elections*, part II. Cambridge: Cambridge University Press.

进一步阅读

Saari, D. G. (1995). *Basic Geometry of Voting*, Chapter IV. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

Sen, A. K. (1986). 'Social Choice Theory', in K. J. Arrow and M. D. Intriligator (eds.), *Handbook of Mathematical Economics*, vol. III, chapter 22. Amsterdam: North-Holland.

Young, H. P. (1975). 'Social Choice Scoring Functions'. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 28: 824–838.

7 分配正义：罗尔斯和功利主义规则

7.1 哲学背景

两个世纪之前，关于福利和在分配问题的思想中，功利主义已经毫无疑问成为一个学派。在哈奇森(Hutcheson，1725)的《探究我们的美和德行的理念的起源》(*Original of Our Ideas of Beauty and Virtue*)一书中，人们能够发现因为边沁(Bentham，1776)的著作而著名的功利主义假设的“最大数量化最大的快乐”，边沁承认受到赫尔韦修(Helvétius，1758)著作很深的影响。为了决定状态 x 对于社会而言是否至少和状态 y 一样好(希望读者能够原谅我们这样贫乏的语言)，功利主义描绘出了一种效用，这种效用是对在这两种社会状态下的社会成员的个人进行总和或加总。因此，如果效用的总和在 x 上至少是和在状态 y 上的效用总和一样大时，x 将成为社会选择。功利主义是以后果为目标和本质上的结果主义(consequentialist)。然而，如果关注于最大化(maxmizing)个人效用的总和，基本上就不涉及这个总和如何进行人际分配。

罗尔斯(Rawls，1971)发展了他的作为

公平的正义的概念，提出了正义的两个原则，试图要作为指南来指导社会的基本结构如何实现自由和平等的价值。很显然，这意味着罗尔斯的著作成为了最近几十年中功利主义强有力的竞争者。在他第一个原则中，罗尔斯要求每个人都有平等的权利来最大限度地扩展和其他人具有同样的自由相兼容的基本自由。基本自由包括：政治自由，言论和集会的自由，良心自由和思想自由，私人产权的权利以及其他。罗尔斯的第二个原则是差别性原则，这条特别受到经济学家的关注，差别性原则要求社会和经济的不平等能够被接受，只要它们能够对于社会中最不具有优势的群体带来最大的益处，并且所有官职和阶层对于社会中所有的人都以一种公平的机会在平等的条件下开放。罗尔斯论证到，这些好处不是按照效用来判断，而是按照包含了基本自由、机会、权力、自尊以及收入和财富的所谓的基本善（primary good）的指标来判断。这里的一些项显然是非福利性的。罗尔斯的基本善的概念简单来说，是手段（means）导向的。个人均怀有不同最终目的理性的计划。他们为了实现这些计划而需要这些基本善。

在下面的章节中，我们将根据公理来描绘和比较功利主义和一般称为最大最小化（maximin）规则罗尔斯第二个原则中的第一部分；更为精确地说，我们将建立这个规则的字典式排序的特征。为了将这种比较能够较具一致性，我们将依据效用来重新公式化罗尔斯的最大最小化原则。坦率地说，我们承认这样会严重削弱罗尔斯哲学的大厦的基础，但是正如刚刚所说的，这样的方式能够使得我们将其和功利主义进行比较；没有这样的重新公式化的建构，两者的比较就会变得异常困难。

根据先前所澄清的，功利主义的信息基础是不同于罗尔斯主义(Rawlsianism)的基础的。功利主义考虑人际得失(收益)，并且能够对此进行加总。换句话说，功利主义要求，人际效用的差别能够进行度量和比较。罗尔斯的最大最小化原则要求效用的水平能够进行人际比较，但是没有必要进行效用差别的度量。下面的章节将更为详细地论述这些概念。

7.2 信息的结构

回忆在第 2.4 节中阿罗定理的第三个证明中，我们得到了一个事实，在序数效用的世界中，不能够进行人际比较，不能够使得每一个人都完全自由地将他的效用刻度通过严格的单调变换映射到其他人的效用刻度上。不太正式地说，这个“原始”效用指标和通过严格递增变换产生的“新”的效用指标不能够被区别出来。它们属于同样的信息集，在这个例子中，这个信息集范围很大，因为任何严格递增的变换都和其他的一样好，信息有效。在适当的时候，我们将会看到，介绍不同方式的比较，以及可以接受的变换的范围将会变小。换句话说，在保持信息不变而变换的集合大小和可使用的信息之间是相反的关系。

下面，我们将主要讲述达斯普蒙特和戈福斯(D'Aspremont and Gevers, 1977)的分析。N 是个人的有限集，X 是包含可能社会状况的有限集，对于所有的 $i \in N$ 和对于所有的 $x, y \in X$，$u(x, i)$，$u(y, i)$ 是定义在 $X \times N$ 上的个人的效用值。笛卡尔乘积 $X \times N$ 使得我们将个人 i, j, k 相联系。对于社

会可选择项 x，y，z，…存在个人在不同社会状态下的位置能够被有所考虑(例如，个人 i 在 x 下如何，以及如何在可选择项 y 上比较个人 j 的效用)。这里的个人效用的值 $u(x, i)$，$u(y, i)$ 可以通过伦理学中立观察者的眼睛[海萨尼(Harsanyi)]或在“无知之幕”下的全体达成一致的评价(罗尔斯)来实现其价值。记 $U = (u(\cdot, 1), \cdots, u(\cdot, n))$ 是对于社会 n 个成员的一个 n 元效用函数，一个简化的组合。这些所有可能组合的集合将被记为 $\mathcal{U}$。一个社会评价函数或者社会福利函数(见第 2.4 节)是在 X 所有排序的集合上，从 $\mathcal{U}$ 到 E 的映射 F。这个定义意味着 F 的定义域被假设为非约束性的。对于每个 U^1，$U^2 \in \mathcal{U}$，我们写为 $R_{U^1} = F(U^1)$ 和 $R_{U^2} = F(U^2)$。

现在，让我们返回到信息结构。在阿罗的序数度量的世界中，不可比较的效用(OMN)描述如下。

OMN。对于每一个 U^1，$U^2 \in \mathcal{U}$，$R_{U^1} = R_{U^2}$ 如果对于每个 $i \in N$，φ_i 是一个严格递增的变化，因此对于所有的 $x \in X$，$u^2(x, i) = \varphi_i(u^1(x, i))$，这里 $u^1(\cdot, \cdot)$和 $u^2(\cdot, \cdot)$是组合 U^1，U^2 各自的效用。

这个信息在第 2.4 节提到了。下面，我们希望介绍当在保持序数的可测量时($OMCL$)，效用水平间的人际比较。注意，这个条件将减少到能够进行变化的集合中。

OMCL。对于每个 U^1，$U^2 \in \mathcal{U}$，$R_{U^1} = R_{U^2}$，如果 φ 是一个严格递增的变换，使得对于所有的 $i \in N$ 和所有的 $x \in X$，有 $u^2(x, i) = \varphi_i(u^1(x, i))$。

如果个人的效用被改变，他的所有效用都要得到共同的变化。注意，个人效用水平的比较在这个信息条件下是可能的，因为对于所有的 i，$j \in N$ 和 $x \in X$，当且仅当 $\varphi(u^1(x, i)) \geqslant$

$\varphi(u^1(x, j))$ 时，有 $u^1(x, i) \geqslant u^1(x, j)$。当然，以效用的人际比较来衡量得失（收益）是不可能的。

现在，我们介绍不能进行人际比较的基数个人效用函数（CMN）。

CMN。对于每个 U^1，$U^2 \in \mathcal{U}$，$R_{U^1} = R_{U^2}$，如果存在 $2n$ 数量的 α_1，…，α_n，$\beta_1 > 0$，…，$\beta_n > 0$，使得所有的 $i \in N$，及所有的 $x \in X$，有 $u^2(x, i) = \alpha_i + \beta_i u^1(x, i)$。

注意，α_i 的值可以是正的、负的或者是零，而对于 β_i 的值必须严格是正的。（$i \in \{1, \cdots, n\}$）。每个个人能够选择他起点和独立的效用刻度。这意味着既不是标准的可比较性，也不能够在个体之间进行可能的效用得失（收益）的比较。这个信息结构将在下面章节的讨价还价解中被使用到。

如果我们要求对于所有的 i，$j \in N$，有 $\alpha_i = \alpha_j$ 和 $\beta_i = \beta_j$，即意味着对于每一个人的起点和刻度单位都一样，那么标准和得失（收益）的可比较性都成为可能。这将对于可被接受的转换有非常强的限制，当然，这也使得可以使用的信息变得更为丰富。但是，对于我们之后的目的，我们不需要可接受的转换受到这样的限制。我们需要的是在个人之间比较存在得失（收益）这样的可能性。这点我们可以通过引入基数度量和单位一比较效用（$CMCU$）而得以实现。

CMCU。对于每一个 U^1，$U^2 \in \mathcal{U}$，$R_{U^1} = R_{U^2}$，如果存在 $n+1$ 个数量的 α_1，…，α_n，及 $\beta > 0$ 使得所有的 $i \in N$，及所有的 $x \in X$，有 $u^2(x, i) = \alpha_i + \beta u^1(x, i)$。

这个效用偏差的人际比较现在就成为了可能；效用水平在个人之间还是不能进行比较。

我们现在来看上面可测量性的假设，来详细说明这种转

换的类型可能应用于个人的效用函数中，而不需要改变个人的所使用的信息。可比较性假设了对于所有的 $i \in N$ 都有共同的度量单位，也指出了有多少信息能够在人与人之间被使用。

在下表中，让我们扼要叙述一下这些信息设置的不同形式。

OMN	不可能进行人际比较，既不能通过效用水平，也不能通过得失（收益）来衡量	序数的阿罗的方法
OMCL	可以进行效用水平的人际比较，却不能进行得失（收益）的比较	序数的罗尔斯方法
OMN	不可能进行人际比较，既不能通过效用水平，也不能通过得失（收益）来衡量	基数的讨价还价方法
CMCU	可以进行效用得失（收益）的人际比较，但不能进行效用水平的比较	基数的功利主义方法

7.3 公理和性质

在这一节中，我们希望描绘出罗尔斯的最大最小化原则和功利主义规则之间的“字典式最小化”(leximin)的不同。事实上，罗尔斯(Rawls, 1971, p. 83)用语言描述提出了对于最大最小化的字典式版本[他称之为字典式的差别原则，森提出了针对这个问题的方程(1970)]，但是在他的这本书中，试图想要一个更为简单的形式。我们将开始介绍不同的公理。其中的一些在之前的章节中我们已经了解了，在这些例子中，

它们是按照排序而建立，而不是按照其效用来建立。

在第 3.1 节中，当我们讨论简单多数投票时，我们论证到个人姓名的标签是无关紧要的。现在我们将论证在每一个社会状态下，只有个人效用价值的列表是重要的，而不在于他们是谁。那么我们能够按照如下方法来定义匿名性(anonymity)。

匿名(AN) σ 是 N 个个人集合中的任意排列。对于每一个 $U', U'' \in \mathcal{U}$，如果 U', U'' 对于所有的 $i \in N$ 和所有的 $x \in X$，有 $u'(x, i) = u''(x, \sigma(i))$，那么 $R_{U'} = R_{U''}$。这里 $u'(\cdot, \cdot)$ 是 u' 的效用组合，$u''(\cdot, \cdot)$ 是排列之后的效用组合。

对于社会评价是否在状态 x 上特定的效用值 $\bar{u}(x, \cdot)$ 和 $\bar{\bar{u}}(x, \cdot)$ 没有关系，也就是说，对于个人 i 和个人 k 各自而言，是否被指定成个人 k 和 i 对于他们而言是一样的(也就是标签被变换)，并不会有任何影响。

下一个公理是严格帕累托原则的版本。

严格帕累托(SP) 对于所有的 $x, y \in X$，和所有的 $U \in \mathcal{U}$，如果对于所有的 $i \in N$，$u(x, i) \geqslant u(y, i)$，就有 xR_Uy。而且，如果对于一些 $j \in N$，$u(x, j) > u(y, j)$ 那么 xP_Uy。

R_U 是通过 F 所产生的一个排序，xP_Uy 表示 xR_Uy 和 $\neg yR_Ux$。

独立性条件，按照效用值的定义，在第 2.4 节是非正式的定义，这里给出对其较为正式的一个定义。

独立性(从效用的角度 IU) 对于每一个 $U^1, U^2 \in \mathcal{U}$，对于所有的 $x, y \in X$，如果 x 和 y 在 U^1, U^2 上得到同样的 n 元的效用，则 R_{U^1}, R_{U^2} 同时在 $\{x, y\}$ 上，即在 $\{x, y\} \times N$ 上 $U^1 = U^2$。

我们顺便提及一下 IU 和 SP 结合在一起，意味着得到我们在前面的章节中提过很多例子的中立性的性质。读者可能会记得，中立性表示可选择项的分类是无关紧要的。对于所有社会评价的相关的信息都被包含在了效用值中。

与在约束定义域下的多数投票所描述相关的是，我们介绍了相关投票人（concerned voters）的概念（Sen，1970，Chapter 10）。例如，这些投票人在给定的可选择项的集合上，对于每一对都不是无差异的。不相关的人（unconcerned persons）将在这些给定的选择中认为都是无差异的。是否这些不相关的个人在集体选择中产生影响呢？这点，我们不能合适地给出功利主义的定义，但是，从先前的我们的讨论中，可以清晰地知道，无论选择是 x 还是 y 的投票人，在功利主义规则的集体选择在 x 和 y 之间做出决定，将不会起到任何决定性的作用。更为详细地说，对于 x 和 y 而言，这些投票人提高了效用的总和是一样的。因此，这些人能够在效用计算中被“删去”。但是，如果效用或福利水平的分配能够被完全评估，那么不相关个人的效用水平能够起作用。然而，对于这点，我们将通过引入下面的可分性（separability）条件来将不相关的人的可能的影响排除出去。

不相关个人的可分性（*SE*） 对于每个 $U^1, U^2 \in \mathcal{U}$，$R_{U^1} = R_{U^2}$，如果存在 $M \subset N$，使得对于所有的 $i \in M$ 和 $x \in X$，有 $u^1(x, i) = u^2(x, i)$，而对于所有 $h \in N \setminus M$ 和所有的 $x, y \in X$，有 $u^1(x, h) = u^1(y, h)$ 和 $u^2(x, h) = u^2(y, h)$。

注意，$h \in N \setminus M$ 那些是不相关的个人。有了可分性公理，我们就可以考察在两个社会状况下两个个人之间的冲突，并且其他所有人对于这两个社会状态都是无差异的。此外，

我们设这两个处于冲突中的人其中一个通常比另外一个人的处境要糟糕，无论这两个社会状况最终是否发生，都是这样。这就导致了要追溯到森（Sen，1973），哈蒙德（Hammond，1976）和斯特拉斯尼克（Strasnick，1976）提出一个平等公理（equity axiom）。以效用这样的术语来说，目前所采用的是按照达斯普蒙特和戈福斯（D'Aspremont and Gevers，1977）的说法。

平等(*EQ*)　对于所有的$U \in \mathcal{U}$，所有的x，$y \in X$和所有的i，$j \in N$，$xP_U y$，任何时候对于所有的$h \in (N \backslash \{i, j\})$，有$u(x, h) = x(y, h)$并且$u(y, i) < u(x, i) < u(x, j) < u(y, j)$。

显然，对于这个条件的应用，效用水平的人际比较是一个先决条件。给定无差异的h个人，社会结果由i和j中状况最差的人来决定。有些研究者将这类状况描述为位置上的独裁性（positional dictatorship）或等级的独裁性（rank dictatorship）。这里不存在某个人能够独裁（如同阿罗所提出的那样），社会决策处于某一位置，对于这个位置，无论是谁处于这个位置，这些人都能一同来进行社会决策。

对于平等的一个相反的方面的考虑就是关注不平等，这是无可否认的一个事实。不平等就是两个人中状况好的一个人来进行决定社会偏好。

不平等(*INEO*)　对于所有的$U \in \mathcal{U}$，所有的x，$y \in X$和所有的i，$j \in N$，$yP_U x$，任何时候对于所有的$h \in (N \backslash \{i, j\})$，有$u(x, h) = u(y, h)$并且$u(y, i) < u(x, i) < u(x, j) < u(y, j)$。

达斯普蒙特（D'Aspremont）和戈福斯（Gevers）陈述并证

明了如下结果。

定理 7.1 如果 F 满足条件 IU、条件 SP、条件 AN、条件 SE，并且信息条件是 $OMCL$，那么它或者是 EQ 或者是 $INEQ$。

这个结果实际上非常有意义，因为它提供了某种分叉结果，这些公理的组合，结合了序数度量的信息框架和人际效用水平的比较，而得出了或者是社会决定中由状况最糟糕的人来决定，或者就是状况最好的人来决定。我们现在的目标是来描述罗尔斯最大最小化规则的字典式排序的版本，简写为"leximin"。这个原则将非无差异的排序中最差状况下的个人变为了位置上的独裁者(positional dictator)。在定义的字典式排序的原则之前，我们必须更多地来详细解释排序的结构。

给定对于 n 个个人的效用的向量 U，使得 $r_x(U)$ 是拥有排序 r 的人 $(1 \leqslant r \leqslant n)$ 并且在状况 x 下第 r 个最好的，$1_x(U)$ 就是排在首位的，状况最好的人；$n_x(U)$ 就是排在最差位置的，并且是在 x 下状况最差的那个人，因此，其在 x 下处境最差的(为了简单，我们省略了其他人)。例如，考虑效用向量 $U(x)=(2, 6, 4)$，给定在状况 x 下的三个个人 1，2，3 的效用值。那么，按照我们的符号，$1_x(U)=2$，因为在效用水平的比较中，个人 2 获得了最高的效用，$2_x(U)=3$，$3_x(U)=1$。罗尔斯的最大最小化要求，当且仅当 $u(x, n_x(U)) \geqslant u(y, n_y(U))$ 时，xR_Uy。最大最小化意味着第 n 个排序或最差的状况是一个位置独裁者。字典式最小化排序从最低的效用水平开始(在不同社会状况下的个人中最差的排序)，如果最低排列的个人的效用水平在给定的可选择项中

同样低的话，就渐渐向上排列。因此，在字典式最小化原则中，对于所有的$U \in \mathcal{U}$，x，$y \in X$，当且仅当存在一组排序$k(1 \leqslant k \leqslant n)$使得$u(x, k_x(U)) > u(y, k_y(U))$并且对于所有的$l > k$，$l \leqslant n$有$u(x, l_x(U)) = u(y, l_y(U))$那么$xP_Uy$。

第二个例子可能给予我们理解上有一些帮助。我们假设$U \in \mathcal{U}$，有$U(x) = (5, 3, 6, 2, 1)$并且$U(y) = (1, 2, 4, 3, 6)$。这个在$U(x)$和$U(y)$中的排序r从1到5，因此$1 \leqslant r \leqslant 5$。在这排序层的最底层，我们有$r = n = 5$，并且$u(x, 5) = u(y, 1)$，那么对于$r = 4$，我们得到$u(x, 4) = u(y, 2)$，对于$r = 3$，我们得到$u(x, 2) = u(y, 4)$。对于$r = 2$，我们得到$u(x, 1) > u(y, 3)$，最后，对于$r = 1$，我们得到$u(x, 3) = u(y, 5)$。

罗尔斯最大最小化规则将得出结论xI_Uy，因为在最低水平上，在x和y上的效用值是一样的。字典式最小化排序将得到xP_Uy，因为在排序k中，$k = 2$，使得$u(x, k_x(U)) > u(y, k_y(U))$，而对于$l > k$，一直是$u(x, l_x(U)) = u(y, l_y(U))$。

字典式排序最大化原则（leximax principle）是从效用水平的最大值开始，然后依次向小排列。字典式最大化建立了最为有利的人在非无差异排序中的独裁。这里我们就不详细解释这个规则的定义了。

为了获得字典式排序最小原则的完全的特征，达斯普蒙特（D'Aspremont）和戈福斯（Gevers）引入了最小化平等公理（MEQ）。

最小化平等(*MEQ*)　社会评价函数F不是字典式排序最大化原则。

这个公理事实上相当弱。下面说明字典式排序最小化规则的如下特征。

定理 7.2 字典式排序最小化原则的特征是条件 IU、条件 SP、条件 AN、条件 SE，信息要求是 $OMCL$ 和 MEQ。

在达斯普蒙特和戈福斯证明中，字典式排序最小化规则的第二个特点，不需要可分性公理 SE，而只需要平等公理 EQ。

定理 7.3 字典式排序最小化原则的特征是条件 IU、条件 SP、条件 AN 和条件 EQ。

现在，我们回到功利主义的规则，我们在这一章中定义功利主义是社会评价函数 F，具有这样的性质，对于所有的 $U \in \mathcal{U}$，和所有 $x, y \in X$，当且仅当 $\sum_i^n u(x, i) \geqslant \sum_i^n u(y, i)$，有 $xR_U y$。显然，这个功利主义原则满足独立性、匿名性、严格帕累托和先前所提到的可分性。将功利主义的特点和定理 7.1 和定理 7.2 进行比较的时候，读者将会看到，功利主义和罗尔斯主义实际上的差别是因为其不同的信息要求(informational requirements)所造成的。

定理 7.4 功利主义规则的特征是具有条件 IU、条件 SP、条件 AN 和条件 $CMCU$。

功利主义关注效用的加总，但不需要关注加总效用中特定的某个效用值。罗尔斯主义规则，在最大最小化和字典式排序最小化中，根本不考虑效用总和(这也是对于这些加总原则最为主要的批判)，反而关注在效用层次上那些最为底层的效用值。在功利主义和罗尔斯主义下，并不排除可能存在同样的社会选择。让我们来假设，在我们之前的例子中，给定效用值使得在水平和单位上都能够比较(比较的类型已经简单

提及了，但是在上面并没有给出定义）。那么功利主义和字典式排序最小化两者都产生了一个严格偏好 x 胜于 y。如果对于 y 的效用向量是 $U(y) = (1, 2, 4, 3, 8)$，功利主义者将得到 yP_Ux；字典式排序最小化也将得到同样的结论。

7.4 图解的再次证明

在前面的章节中，我们没有对定理 7.1 至定理 7.4 进行证明，对此有非常好的理由，因为对于一般性例子的证明相比两个人的例子要更加复杂，并且因此将会超出本书（入门书籍）的范围。但是，布莱克贝、唐纳森和韦马克（Blackorby, Donaldson and Weymark, 1984）已经对于两个个人的例子提出了图解的证明。这三位作者所证明的定理不完全等同于上面定理 7.1 至定理 7.4，但是"它们已经非常接近"。在适当的时候，我们将会更详细地来说明。我们将关注在定理 7.1 至定理 7.4，换句话来说，我们将考虑这个位置独裁性和功利主义。首先考虑位置的独裁性。

在布莱克贝（Blackorby）等提出的定理 5.1 中，给出了在两个人的例子中，产生排序独裁性的充分和必要条件。在第 2.4 节中，我们已经解释了如果条件 U、条件 I 和条件 PI 被加到函数 F 上，那么 F 将满足中立性性质，使得所有非效用的信息可以被忽略不计。在定理 7.1 中，F 被假设为满足其他一些条件，IU 和 SP，并且可以证明如果这两个条件被施加于 F，那么同样的中立性的性质也能够成立。因此，在布莱克贝等和达斯普蒙特与戈福斯的结果中都立足于福利性

(welfaristic)的框架之中。因为布莱克贝等仅仅只考虑了两个人,他们在两个社会状况下的冲突,他们不需要可分性公理,而对于超过两个人以上更一般的情形时,必须需要可分性公理。并且布莱克贝和其他人在定理 7.1 至定理 7.4 中使用弱帕累托原则来替代强帕累托原则。强帕累托原则实际上是在定理 7.2 至定理 7.3 中字典式排序最小化所需要的特征。

我们现在转到图解证明上,我们的目标是要证明在两个个人,一个状况很好,一个状况糟糕,他们将会在社会决策中产生冲突。也就是,他们将有一个位置的独裁。图 7.1 提供了详细的说明。

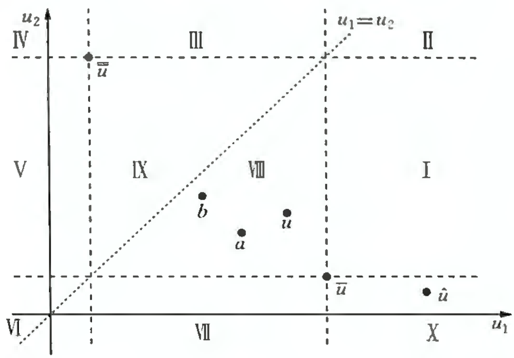


图 7.1

达斯普蒙特和戈福斯证明了在这个福利性的框架里,存在通过 F 所产生的可选择项上排序,映射到在 R''上的 n 元效用的排序上。这个结果也被布莱克贝等人所使用。这使得其能够从社会状况的排序出发到效用值的 n 元的排序上,并且验证了其唯一性。在第 2.4 节中已经论证了这个结论,在这

里，我们再次提到的时候，使得在 F 函数上的条件能够重新被定义并且直接加入到效用 n 元的排序上。我们这里将不再详细讨论这些。

首先我们从点 $\bar{u}$ 开始。因为匿名性，$\bar{\bar{u}}$ 并不关心 $\bar{u}$。因为严格帕累托，所有在区域Ⅰ和区域Ⅱ的内部的所有点都偏好于 $\bar{u}$，而所有在区域Ⅱ和区域Ⅲ内部的点都偏好 $\bar{\bar{u}}$（目前，我们暂不考虑水平和垂直的这些虚线）。因为传递性，在区域Ⅲ的点也就都偏好 $\bar{u}$。同样，在区域Ⅴ，Ⅵ和Ⅶ的内部的效用分配都排列在 $\bar{u}$，$\bar{\bar{u}}$ 两者之下。

类似阿罗定理的证明，现在我们想要说明所有在区域Ⅷ上的被排列的点（和Ⅸ因为匿名性）是和 $\bar{u}$ 一样好的。因为效用水平的人际比较，我们能够断言在区域Ⅷ的效用向量 u 有如下特点：

（ⅰ）因为 $u_1 > u_2$，所以个人 1 的状况就比个人 2 要好。

（ⅱ）在 u 中，个人 1 的状况比在 $\bar{u}$ 要糟糕。

（ⅲ）在 u 中，个人 2 的状况比在 $\bar{u}$ 要好。

（ⅳ）个人 1 在 u 中的状况要好于个人 2 在 $\bar{u}$ 中的状况（$u_1 > \bar{u}_2$）

（ⅴ）个人 2 在 u 中的状况要差于个人 1 在 $\bar{u}$ 中的状况。

这些信息综合在一起得出的一个事实就是，个人 1 在 $\bar{u}$ 中的状况要好于个人 2（$\bar{u}_1 > \bar{u}_2$）。使得我们能够有如下结论：$\bar{u}_2 < u_2 < u_1 < \bar{u}_1$。因此效用向量 u 和 $\bar{u}$ 表示在两种社会状况下，个人 1 和个人 2 的效用值。让我们称社会状况为 y 和 z，我们也就得到了 $u(z, 2) < u(y, 2) < u(y, 1) < u(z, 1)$。读者将会注意到，这样的一群集都在平等公理 EQ 和不平等公理 $INEQ$ 之上。

当我们使用信息条件 *OMCL* 时，我们能够在区域Ⅷ上讨论哪些点呢？让我们将向量 a 与 $\bar{u}$ 相联系，向量 b 与 $\bar{u}$ 相联系。显然，有 $\bar{u}_2 < a_2 < a_1 < \bar{u}_1$ 和 $\bar{u}_2 < b_2 < b_1 < \bar{u}_1$。条件 *OMCL* 使我们能够使用严格递增变换，对于所有的个人都存在，从将 $\bar{u}$ 映射到其自身，并将 a 映射到 b（见图 7.2）。因此，因为这个信息要求结合 *IU*，a 对于 $\bar{u}$ 的排列必须和 b 对于 $\bar{u}$ 的排列是相同的。

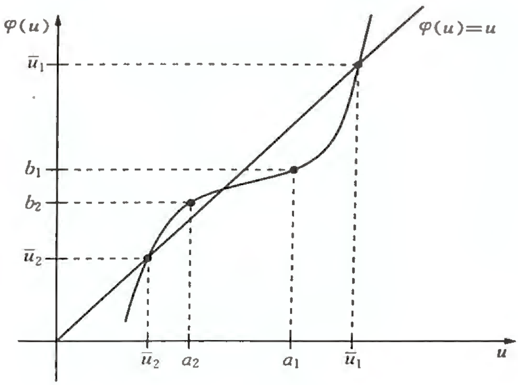


图 7.2

因此，一个在 n 元效用值上的排序存在，在区域Ⅷ上的效用向量 u 必然有：

(a) 都偏好于 $\bar{u}$，或；

(b) 无差异于 $\bar{u}$，或者；

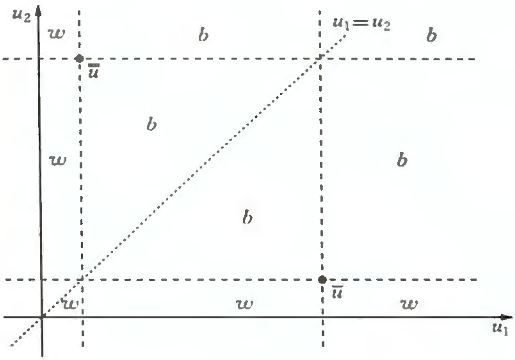
(c) 必定不偏好于 $\bar{u}$。但是，对于无差异的例子可以被删除，否则，因为传递性和帕累托条件将会在区域Ⅷ的效用向量中产生矛盾。注意，匿名性要求在区域Ⅸ与 $\bar{u}$ 相关的效用向量与必须在区域Ⅷ上向量的排列是一样的。因此，剩下两种

状况。或者在区域Ⅷ和Ⅸ上的点偏好于 $\bar{u}$，或者 $\bar{u}$ 在这些区域的其余点上受到偏好。

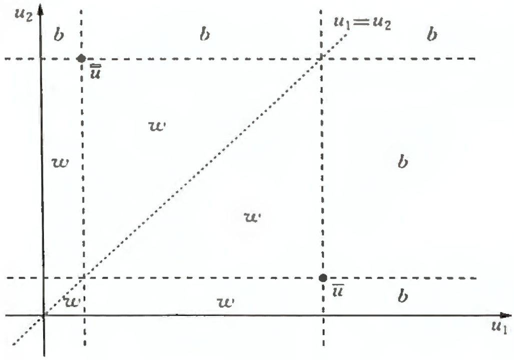
对于上面给出的两个段落比较相似的论证是，在区域Ⅹ上的所有效用向量和所有在区域Ⅳ上的向量，因为匿名性都与在涉及 $\bar{u}$ 时所做出的排列是一样的。同样的论证类似阿罗定理的图解证明中，证明了如果在区域Ⅷ和区域Ⅸ上的效用向量都偏好 $\bar{u}$，那么 $\bar{u}$ 是在区域Ⅹ和区域Ⅳ上是被偏好的点（比如，比 $\hat{u}$ 更偏好）。我们只能发现共同的严格递增变换将区域Ⅷ上的点映射到 $\bar{u}$ 以及将 $\bar{u}$ 映射到区域Ⅹ上，比如 $\hat{u}$，并且在区域Ⅳ上，更偏好 $\bar{u}$。最后，如果相邻的两个区域在与 $\bar{u}$ 的关系上有同样的排列，那么在共同边界上的点对于 $\bar{u}$ 也有同样的排列。假设在区域Ⅹ上的点都偏好 $\bar{u}$。例如，取 $\hat{u}$，并且选择在虚线上垂直与 $\hat{u}$ 的一组向量。根据严格帕累托，这个点就偏好胜于 $\hat{u}$，那么因为传递性，这个点也就被排列在胜于 $\bar{u}$ 的位置。

我们再次退回来看我们先前的证明。显然，这里有两个基本的群集。正如图 7.3(a)和(b)中所描绘的。所有在区域Ⅷ（和区域Ⅸ）的点的排列都需要指出对于 $\bar{u}$ 的关系（在二维空间中 $\bar{u}$ 可以和任何一个相比较）。在区域Ⅷ的点都更偏好于 $\bar{u}$，就得到图 7.3(a)中 b 代表了比 $\bar{u}$ 好的点，而 w 代表了那些不如 $\bar{u}$ 的向量。另一方面，如果在区域Ⅷ上的点的排列都不如 $\bar{u}$，我们就得到了图 7.3(b)。

让我们再回到图 7.1 的效用向量 u 和 $\bar{u}$，同时我们也考虑 $\hat{u}$。在前面，我们已经说到了 u 和 $\bar{u}$ 代表了个人 1 和个人 2 在状态 y 和 z 下的效用值。假设向量 $\hat{u}$ 指定了在状态 x 下的效用。在图 7.1 中，我们能够推论出（我们之前已经得出了



(a)



(b)

图 7.3

这个推论)：$u(z, 2) < u(y, 2) < u(y, 1) < u(z, 1)$。对于 $\hat{u}$，我们能够添加 $u(x, 2) < u(z, 2) < u(z, 1) < u(x, 1)$。如果我们现在假设在区域Ⅷ上的点是严格偏好于 $\bar{u}$，并且 $\bar{u}$ 是被严格排列高于在区域Ⅹ上的点，那么显然，平等公理 EQ 就得到了满足(对于我们例子中的这两个人)。就社会状况而言，y 是胜于 z 的社会偏好，而且 z 是社会偏好胜于 x 的。但

是，如果相反成立的话，不平等公理 *INEQ* 就得到满足，这也就是之前定理 7.1 所宣称的。

最后一点。我们已经在布莱克贝等的图解证明一开始的时候就澄明了所使用的是弱帕累托原则，然而定理 7.1 所使用的是强帕累托原则。这个强帕累托原则，结合可分性（对于超过两个人以上的例子），得出了字典式的位置的独裁性，或者是“字典式排序最小化”或者是“字典式排序最大化”。例如，所有在水平虚线上的点和 $\bar{u}$ 东面的点将会是分别各自偏好 $\bar{\bar{u}}$ 和$\bar{u}$。按照其他的说法，在两个人的状况下，最差的状况就相当于沿着虚线的最差的状况。但是这关系到了先前所谈及的定理 7.2，尽管我们的兴趣是描绘和理解定理 7.1 的内容。

功利主义关注效用值的加总，并不看重在加总中的任何特定的效用水平或排列。在第 7.2 节所定义的版本中给予了在社会中每一个人具有相同的权重。布莱克贝等人（Blackorby et al.，1984）提出了对于两个人的例子中一个简单的几何证明（见图 7.4）。

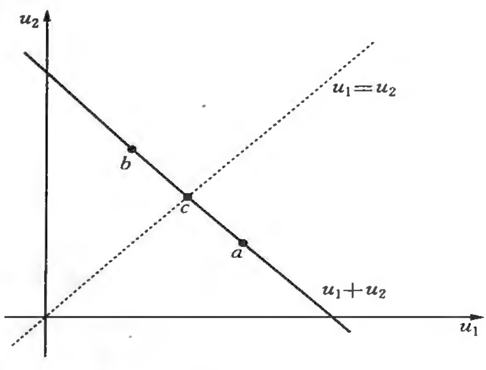


图 7.4

我们知道,条件 IU 和条件 SP 使得我们能够考虑单独的效用向量。信息条件 $CMCU$ 使我们能够形成效用的差别并且进行人际比较。因此,对于社会福利的得失能够得以衡量出来。考虑在通过原点的 45°射线上的点 c。让 a 在 $\mathbb{R}_+^2$ 上另外一个点是对于个人 1 和个人 2 产生了同样的效用总和的点。点 a 必须落在通过 x 的直线上,这条直线和射线 $u_1 = u_2$ 形成了一个直角。在效用函数中具有同等权重的假设可以推出下面的性质。因为匿名性,a 必须和 b 相等,b 是 a 的一个置换。假设效用向量 c 相比 a 更为被偏好。通过在 a 和 c 之间加入一个 $(c-a)$,点 a 映射到 c,c 映射到 b。注意,在条件 $CMCU$ 下,这个变化是可以实现的。因此,因为偏好 c 更甚于 a,b 肯定比 c 更受偏好,根据传递性,b 就比 a 更受偏好,这就产生了矛盾。同样,假设 a 偏好于 c 将也会导致矛盾。因此,a 与 c 是无差异的,并且在通过 a 和 b 的直线代表了社会等价点(socially equivalent points)的线。当然,点 a 是在沿着斜率为"-1"的直线上任意选择的。那么在提高效用的总和的意义上,强帕累托决定了社会改进的方向,并且所定义的功利主义与定理 7.4 有所联系。

如果放弃匿名性这个条件,我们得到了广义的功利主义规则,也就是对于所有 $x, y \in X$,当且仅当 $\sum_i^n \alpha_i u(x, i) \geqslant \sum_i^n \alpha_i u(y, i)$,有 $xR_U y$,这里对于所有的 i 有 $\alpha_i \geqslant 0$,对于至少一个 j 有 $\alpha_j > 0$。我们再次聚焦在效用的加总上面,可能现在要对社会成员进行一些区分。在社会决策上,给予某些社会成员相比其他人更多的权重。

7.5 海萨尼的功利主义

海萨尼(Harsanyi, 1975)对于罗尔斯的《正义论》(*Theory of Tustice*)进行了强烈的批评,特别是对于作为决策规则的差别原则或最大最小化规则。对于海萨尼而言,最大最小化规则的选择“具有非常严重的矛盾的含义”(1975, p. 595)。在他的批评中,海萨尼特别提及了在这个规则的背后暗含着极端的风险规避的态度。数十年以来,海萨尼自己的立场始终是在贝叶斯(Bayes)理性的概念上建立功利主义的方法。就他而言,“贝叶斯理性假设对于政策决策而言,是绝对不可避免的理性化的标准”(1978, p. 223),继承并结合了帕累托条件的功利主义,使得“功利主义伦理学作为数学必然性的一个问题”(1978, p. 223)。

海萨尼论证,在确定的结果上能够进行决策(如同多数的社会选择理论一样),同样也能够在概率分布的结果上进行。个人和社会应该不仅仅在确定性下进行理性的行动,而且在风险和不确定的状态下也应该进行理性的行动。但是,这意味着他们将遵循所谓的冯·诺依曼-摩根斯坦(von Neumann-Morgenstern)公理。

假设存在有限数量的纯粹的前景(pure prospects)或结果 $x_1, x_2, \cdots, x_m, m \geqslant 1$。一个乐透概率 $\mathbf{p}:=(p_1, \cdots, p_m)$ 提供给纯粹的前景 x,作为概率 p_i 的结果。所有乐透概率的集合 L 可以被定义为 $L=\{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^m \mid p_i \geqslant 0$ 对于所有的 i 和

$\sum_{i=1}^{m} p_i = 1\}$。根据贝叶斯理论，一个理性的决策制定者将会把所有的乐透概率的效用作为期望效用。因此，对于 $\mathbf{p} \in L$ 和个人 j 的基数效用函数 U_j，当事件 e_i 发生而 p_i 是相关的概率时，有 $U_j(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^{m} p_i U_j(e_i)$，这里 $U_j(e_i)$ 是个人 j 的效用。一个在风险或不确定性下的理性决策制定者将会最大化他的期望效用。

事实上，海萨尼提供了两个功利主义伦理的模型。第一个模型有时被称为海萨尼加总定理（aggregation theorem；见 Weymark，1991），如下：个人偏好和社会偏好关系满足期望效用的公理，有 U_j，$j \in \{1, \cdots, n\}$ 和 U 都是冯·诺依曼-摩根斯坦效用，分别代表了个人的偏好和社会偏好关系。那么，给定帕累托无差异条件是被满足的（是第 2.4 节的定义现在应用到乐透概率中），就存在 a_j，$j \in \{1, \cdots, n\}$ 和 b 使得对于所有来自乐透 L 集合的 $\mathbf{p}$ 项，有 $U(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^{n} a_j U_j(\mathbf{p}) + b$，这里 $U_j(\mathbf{p})$ 是上面所定义的个人 j 的基数效用函数（Harsanyi，1955）。这个公式表明了任意乐透概率 $\mathbf{p} \in L$ 的社会效用或社会福利必然是个人效用的加权的线性组合。

从解释的角度来看，海萨尼的结论非常重要，不是说这个权重或系数 a_j 必须是正或者至少是非负的（如果个人 k 的系数 a_k 是负的或者是零，这就相当于说这个个人 k 的效用函数将对所有的社会福利是负的影响或者没有影响）。这个定理也不是说系数向量（a_1，$\cdots$，a_n；b）是唯一的。此外，这个数学化的定理也没有假设人际效用比较是可能的。这与在最后一节被我们称为广义的功利主义规则形成了鲜明的对比。考虑个人效用的加权总和，把其嵌入在基数度量单位可比较的

效用上。尽管海萨尼相信进行人际效用比较是可能的，但是上面的线性加总规则不能够作为这种可能性的前提条件。在他 1978 年的论文中，海萨尼简洁地指出了如果此类的比较被排除的话，那么权重 a_j 将必须彻底以评价者的个人价值判断为基础。海萨尼补充到，如果在效用差别的人际比较是被许可的(因为个人效用函数用了相等的效用单位来进行表达)，匿名性公理的引入将给予个人效用函数同样的权重，那么这个公式将会接近于先前章节中所给定的功利主义规则的定义(除非我们不考虑乐透概率，而是确定前景)。

系数的向量(a_1, …, a_n)用强帕累托原则取代帕累托无差异而导致严格为正。当进一步的条件被引入，向量(a_1, …, a_n; b)将成为唯一的，这里海萨尼没有进行详细的解释。对于每个个人“独立的前景”(Independent Prospects)公理，能够发现两个乐透概率在这个人上是无差异的，而对于在社会中的每一个人确实存在着差异。

海萨尼的第二个模型是公正观察者的等概率模型(Harsanyi, 1953, 1955)，前提假设是效用的人际比较存在可能性。按照这种方法，一个公正的观察者对于社会的每个成员的利益都具有同理心，对于这个社会能够进行道德价值的判断。更为详细地说明，在确定前景和概率的结果之前这个观察者将想象自己是那个在不同社会状况 x, y, …下的个人 i, $i \in \{1, \cdots, n\}$。在进行对于个人 i 的同理心评价时，这个观察者不仅仅能够在 x, y, …状态下考虑个人 i 的客观的处境，他也能够想象自己作为个人 i 的主观感受，在特定条件下 i 的个人偏好的排序。为了实现公正，这个观察者必须进入一种思想实验，他能想象他有同样的机会成为社会中任何一

个成员，具有他们完整的个人的主观和客观的状况。按照这样的方式，对于每个人的利益就会进行一种平等的考虑。在进行道德价值的判断的时候，这个公正无偏的观察者将会根据社会 n 个成员所享有的状态时普遍的效用水平来评价每一个社会结果。从技术上而言，观察者在社会结果中的可选择项上的选择是对风险前景的可选择项进行选择。因此，为了使他的选择理性化，他必须最大化他的期望效用。现在，任何社会可选择项 x 都将产生期望效用或社会福利 $W(x)=\left(\frac{1}{n}\right)\sum_j^n U_j(x)$。这个无偏公正的观察者能够成为这个社会中的任一成员。

许多学者都批判性地检验了海萨尼的第二个模型。蒙吉(Mongin, 2001)声称“这个公正无偏的观察者充满了愚蠢的念头”。特别是在涉及进行人际比较的观察者时，人们都会进行批评。当读到海萨尼在 1953 年和 1955 年的论文时，人们可能会有这样的印象：他想要一个独立的观察者来做出福利的判断。蒙吉批评到，在海萨尼的模型中已经给定了被选择的原始条件和前提，“就不可能有不独立的观察者”。而且，通常个人或者社会成员的权重都不均匀。然而，这和海萨尼上面所给出的算术平均值的公式产生了矛盾。

7.6 简短总结

我们能够通过许多方式来扩大信息基础。在第 6 章中，我们考察了在组合中的位置信息。在这一章，我们增加了效

用的可用信息。回想在阿罗世界中的序数效用,是绝对不可能进行人际效用比较的。在罗尔斯所关注的社会中最为弱势的群体框架中,效用水平的比较是无法避免的。因此,至少需要一种序数水平的可比较性。著名的功利主义规则需要基数效用的概念,并且也要求人与人之间的效用差别能够比较出来。

在文献中,罗尔斯主义的准则和功利主义的原则具有许多不同的特征。有趣的是,我们可以发现在哲学家之间也同样是这样。且不说这两种方法所需要的效用信息有很大的差别,而且在功利主义原则中的是进行人际效用的加总原则,而罗尔斯主义则需要的是一种平等公理,这就将两个原则进行了区别。平等公理显然显示出了对于弱势群体那些情况糟糕的人的关注。罗尔斯主义最大最小化所扩展出来的字典式排序提供了与严格帕累托原则相互兼容的条件。如果在两个政策 a 和 b 中,那些最差的弱势群体都是同样糟糕的处境,人们就应该先关注最差的人,关注他们和倒数第二糟糕的状况人之间的差异。而功利主义海萨尼的版本中是基于贝叶斯的理性理论。海萨尼实际上提出了两个模型,一个模型基于外部的评价者的效用观察,另外一个模型是通过一个公正无偏的观察者,他在社会中具有同样的机会成为任何人。在这两个模型中,个人效用的加权和都是最具有争议的问题。

7.7 练习

1. 设对于两个社会状态 x 和 y,以及三个个人 i, j 和 k,一

位外部观察者决定如下的效用水平：

	$u(x)$	$u(y)$
i	4	8
j	7	2
k	11	13

(a) 解释这些的作为序数的效用水平并且证明在 *OMCL* 下，在 y 中的个人 j 比在 x 中的个人 i 效用水平差。

(b) 解释这些作为基数的效用水平，并且证明在 *CMCU*，不可能存在任何人的效用水平在 x 上比在 y 中的要差。但是，可能存在加总的效用，在 y 上要优于 x。

(c) 证明在 *CMN* 中，无论任何条件下，都不能进行人际比较。

2. 构建所谓不相关的投票人的效用组合。给出支持或反对可分性(*SE*)的要求。

3. 假设两个效用值的水平和单位都有在个人之间的可比性。构建你自己的效用组合，使得功利主义和字典式最小化排列得到相同的社会偏好(或产生不同的社会偏好)。根据你所建构的效用组合讨论这个结果。

4. 我们考虑图 7.1 上的点。

(a) 为什么在区域Ⅲ内部的点偏好 $\bar{u}$，即使个人 1 的效用组成明显在 $\bar{u}$ 的值要优于区域Ⅲ上的点。

(b) 如果 $\bar{u}$ 偏好于 u，证明在区域Ⅲ上的点优于 u。

5. 构建一个普通严格递增的变换，将图 7.1 上的 u 映射到 $\bar{u}$，将 $\bar{u}$ 映射到 $\hat{u}$ 。

6. 进一步考虑图 7.1，在区域Ⅰ中构建两个点 c 和 d。证明

如果 c 是偏好于 $\bar{u}$ 的，那么 d 也偏好于 $\bar{u}$。

7. 对于图 7.4，考虑一种状况，个人 1 的效用值，即对于任意的 $x \in X$，$u(x, 1)$，其权重是 $\frac{3}{4}$，于是个人 2 的权重就为 $\frac{1}{4}$。构建点的集合，在效用方面等于 $u(\cdot, 1) = u(\cdot, 2)$ 的点，这个集合点通过原点位于 45°上。
8. 设想你能够移民到 A 国或 B 国。在 A 国中，有五种可以得到的收入状况，对于任何一种获得它们的概率是相等的。收入状况是(1，4，9，36，64)。在 B 国中，存在四种可能的收入状况，同样也是相同的概率能够得到它们，收入状况是(4，25，36，49)。假设你期待效用的最大最小化，并且你的效用函数在两个国家对于任意实数 x 是 $u(x) = \sqrt{x}$。你将移民到哪一个国家？

推荐阅读

Blackorby, Ch., Donaldson, D., and Weymark, J. A. (1984). 'Social Choice with Interpersonal Utility Comparisons: A Diagrammatic Introduction'. *International Economic Review*, 25: 327–356.

Sen, A. K. (1970). *Collective Choice and Social Welfare*, Chapter 9. San Francisco, Cambridge: Holden-Day.

历史文献

Harsanyi, J. C. (1953). 'Cardinal Utility in Welfare Economics and in the Theory of Risk-Taking'. *Journal of Political Economy*, 61: 434–435.

Harsanyi, J. C. (1955). 'Cardinal Welfare, Individualistic Ethics, and Interpersonal Comparisons of Utility'. *Journal of Political Economy*, 63: 309–321.

Rawls, J. (1971). *A Theory of Justice*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

进一步阅读

D'Aspremont, C. and Gevers, L. (1977). 'Equity and the Informational Basis of Collective Choice'. *Review of Economic Studies*, 44: 199–209.

Hammond, P. J. (1976). 'Equity, Arrow's Conditions, and Rawls' Difference Principle'. *Econometrica*, 44: 793–804.

Roemer, J. E. (1996). *Theories of Distributive Justice*, Chapters 4–5. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Weymark, J. (1991). 'A Reconsideration of the Harsanyi–Sen Debate on Utilitarianism', in J. Elster and J. E. Roemer (eds.), *Interpersonal Comparisons of Well-Being*, 255–320. Cambridge: Cambridge University Press.

8 合作讨价还价

8.1 讨价还价问题

在我们这个时代，无论处于西半球还是在东半球，讨价还价可谓是无所不在。在雇主组织和工会之间的工资谈判，国家之间的贸易协定(例如，美国和墨西哥)或者大型的协会(欧盟和美国)，或者政治领域，冷战时代在东西方之间的裁军协定，最后却也很重要的是，对于发达国家之间和发达国家与欠发达国家之间在环境上的谈判，这些仅仅是讨价还价一些例子，近几年都受到了极大的关注。在一群人或国家与联盟间所进行可行性的选择时，一个问题就是在合作框架下彼此偏好的冲突问题。正如卡莱(Kalai, 1985, p. 77)写道："因为应用时，当且仅当所有的成员都支持这个选择时，通常才能够假设做出最终的选择，这可能被视为共同一致的理论，"他继续论述道，"因为这个理论处理了在可选择集合上的人的偏好汇总，类似于社会选择理论和社会福利函数的设计。"最终的结果是所涉及的个人(或组织)通过派别自身去争取。但有时，最终的结果却是通过外部人员，即仲裁人的仲裁实现的。

从根本上将讨价还价问题与绝大多数的其他社会选择区分开来是有重要意义的。当人们涉及讨价还价没有能够达成一致的时候，可能存在恐吓或不一致的结论。结果就是，议价者(可能)的收益实现由不能达成契约的点(disagreement point)来进行评估或度量。

布雷思韦特(Braithwaite, 1955)讨论了一个特别生动且清晰明了的情况。路加和马太占有一个房子的两间。这里不存在第三方的参与者。不幸的是，这个房子的隔音效果不好，这两个人每个人都觉得对方的声音非常大。路加喜欢用钢琴演奏古典音乐，马太喜欢用喇叭即兴吹爵士乐。这些都发生在两个人在晚上 9 点到 10 点娱乐的时间段里，也就是在这段时间里演奏音乐，并且他们任何一个人都不可能改换一个时间来做这些事情。假设每个人在这一个小时中从演奏他们自己的乐器中得到满足程度都受到对方是否也演奏乐器的影响。更为详细地讲，钢琴家路加更喜欢他一个人来弹奏，然后是偏好欣赏马太独自的演奏，第三个偏好是都不演奏，最差的结果对于他而言是一起演奏。小号手马太，也是首先偏好自己演奏，接下来的偏好是路加独自演奏，排在第三的偏好是两个人都同时演奏，最后是都不演奏。

布雷思韦特指出，对于这个冲突环境的解，实质上是分配更多的时间(尽管作者的分析是用效用值，这里按照每个月的晚上的数量)给爵士小号手而不是古典钢琴家，原因在于这两个人各自的偏好上。在这个合约达成之前，马太具有一个威慑性的优势，因为他偏好两个人同一时间演奏甚于两个人都不演奏，而路加对于这两个结果的偏好恰恰是相反的。

将讨价还价理论从社会选择理论中区分出来还有另外一

个重要性。实际上,在讨价还价问题中,分散式的物理性结果或目标(诸如商品束和/或者被提供的大量的劳动)几乎是被彻底忽视的。代理人的效用组合是最为重要的,更为精确地说,是他们在起始点或现状下的净收益。任何时候它们都用同样的可行效用向量来表示,这两个讨价还价的状况将被视为是相同的。这就非常接近第 7.4 节中的图解分析,读者将会回忆起,这个仅仅和效用分配相关。我们称这种方法为福利主义的(welfaristic)。讨价还价理论也包含在福利主义的框架之中。

8.2 纳什讨价还价解

在这章中,我们将通过假设通常所使用的一定程度的形式主义来开始这一节。设 $N=\{1, 2, \cdots, n\}$ 是有限的代理人或者参与人集合,$X=\{x_1, x_2, \cdots, x_m\}$ 是有限的物理性目标或者社会结果。在第 7.5 节中,我们称为后来纯粹前景(the latter pure prospects),并且我们也引入了乐透概率的概念 $\mathbf{p}=(p_1, \cdots, p_m)$,其提供给纯粹前景 x_i 的概率 p_i。这里我们将会同样精确地定义所有的乐透概率的集合 L 为 $L=\{\mathbf{p}\in \mathbb{R}^m \mid p_i \geqslant 0$ 对于所有的 i 和 $\sum_{i=1}^m p_i=1\}$。因此,如果在这个乐透概率的例子中存在两个奖品,一个在舒适旅馆中度过的周末(发生的概率为 p),一个为 300 欧元的现金(发生的概率为 $1-p$),p 的增加或者减少等同于作为乐透概率的最终的结果变得更被喜欢或者不喜欢。如果是在遗产分配

中，有一套房子在城市(x_i)和一间公寓在海边(x_j)，继承遗产是两个小孩，从他们已故的双亲那里继承的是不可分割的物品，他们将决定每个人得到 $px_i+(1-p)x_j$，其中 $p=\frac{1}{2}$，这就意味着每个小孩获得在城市的房子半年的居住权和在海边公寓半年的居住权。通过改变 p，所有沿着 x_i 和 x_j 的线上的点都是可选择点。一个正式的重要结论是，在任何数量上离散目标所有可能的概率组合所得到的是一个凸空间。换句话，所有乐透概率的空间或者所混合的可选择项是凸集。这个事实对于分析下面的问题非常重要。而且，我们希望假设乐透概率的空间是紧的，就是意味着空间是闭集和有界的。

在之前的章节(如第 7.5 节)，假设了所有的代理人拥有冯·诺依曼-摩根斯坦效用函数。每一个参与者将按照期望效用来评估所有在乐透概率 $\mathbf{p}\in L$ 上的效用。如果 u_k 是在乐透概率空间中的代理人 k 的基数效用函数，并且代理人 k 得到了混合可选择项或选择 $[px_i, (1-p)x_j]$，那么根据期望效用理论，混合可选项的效用是 $u_k([px_i, (1-p)x_j])=p\cdot u_k(x_i)+(1-p)\cdot u_k(x_j)$。

给定社会状况集合 X 和乐透概率 L 的凸空间，我们将引入 $x_0\in L$，在不能达成协议的例子中，是现状或威胁点。例如，在讨价还价之前，历史上所给定的点和(或者)一旦不能达成讨价还价的契约时，代理人能够重新恢复到那个点。接下来，我们使用个人的冯·诺依曼-摩根斯坦效用函数的集合，对于 n 个个人中的每一个个人的效用函数，其中每个函数都只能被正仿射变换所决定(没有人际比较的基数度量性的例子，简略地就是在第 7.2 节中效用所代表的信息结构上的

CMN)。应用这些效用函数，我们映射伴随威胁点 x_0 的 L 空间到效用向量的可行集合 S 以及所对应的不能达成契约的点 d 上。给定 n 个冯·诺依曼-摩根斯坦效用函数，因为 L 被假设为凸的和紧集，可行集 S 也将具有这些特点。现在我们来考虑如下两个定义：

定义 8.1 如果 S 是凸的和紧集并且至少存在一个 $s \in S$ 具有 $s > d$，其中 $S \subseteq \mathbb{R}^n$ 并且 $d \subseteq S$，这对 (S, d) 被称为这 n 个人的讨价还价状况。

最后的条件 $s > d$ 意味着对于 n 个人中的每一个，存在一个真正的激励来达成协议。个人理性能够使得每个人达到和维持这样一个协议。

将 B^n 作为 n 个代理人的所有讨价还价状态的集合。

定义 8.2 函数 $f: B^n \rightarrow \mathbb{R}^n$，使得对于每个 $(S, d) \in B^n$，$f(S, d) \in S$ 是讨价还价解。解的坐标是 $f_1(S, d)$，…，$f_n(S, d)$。

图 8.1 描述了在两维效用空间中的这两个定义。

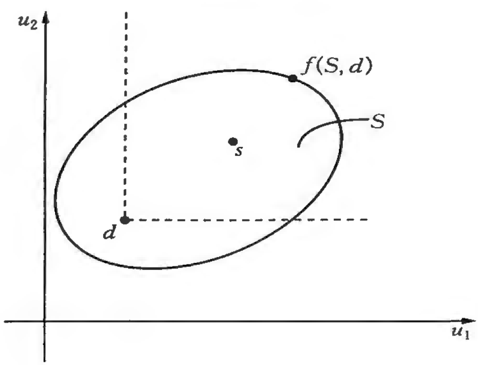


图 8.1

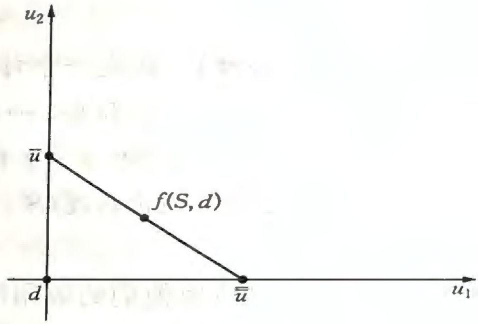
纳什(Nash, 1950)思考到了对于讨价还价问题具有唯一解。在一个“公平讨价还价”的状态中,个人是高度理性的,也具有同样的讨价还价的技巧,并且“每一个人都有其他人的品位和偏好的全面的知识”(1950, p. 155)。纳什用公式说明了 $f(S, d)$满足的四个必要条件。

公理 1(关于效用变换的不变性) 给定一个讨价还价解 $(S, d) \in B^n$ 和 $2n$ 数 $a_1 > 0, \cdots, a_n > 0$ 和 $b_1, \cdots, b_n$,对于所有的 $i \in \{1, \cdots, n\}$ 有 $S' = \{y \in \mathbb{R}^n \mid \exists x \in S: y_i = a_i x_i + b_i\}$ 和 $d'_i = a_i d_i + b_i$ 定义讨价还价状况(S', d''),那么 $f_i(S', d') = a_i f_i(S, d) + b_i$。

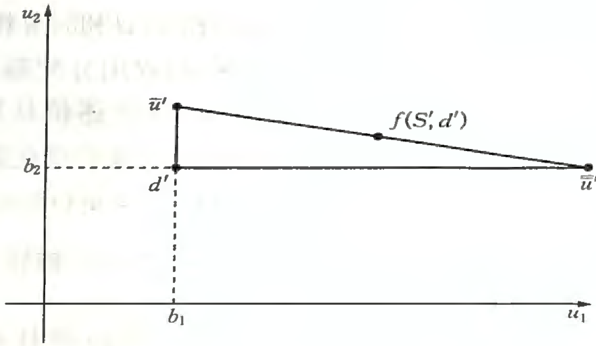
这意味着如果代理人独立地转换他们的效用尺度,解的 n 个坐标将按照同样的效用变换而改变。考虑如下在 $\mathbb{R}^2_+$ 的例子(图 8.2(a))。这里的现状点 $d = (0, 0)$,点 $\bar{u} = (0, \bar{u}_2)$,点 $\bar{\bar{u}} = (\bar{\bar{u}}_1, 0)$,而且在 d 和 $\bar{u}$, d 和$\bar{\bar{u}}$, $\bar{u}$ 和$\bar{\bar{u}}$之间,以及所有在这个三角形内部的点,所有的效用分配都是凸组合。所有的点都共同组成了在 $\mathbb{R}^2_+$ 上的讨价还价状况 $\mathbb{R}^2_+$. 解 $f(S, d)$是在这个三角形斜边上的中点。我们现在选择两个效用函数如下的变换:$u'_1(\cdot) = a_1 u_1(\cdot) + b_1$, $u'_2(\cdot) = a_2 u_2(\cdot) + b_2$。使得 $a_1 = 2$, $a_2 = \frac{1}{2}$。那么 $d = (0, 0)$ 被转变为 $d' = (b_1, b_2)$, $\bar{u}$ 被转变为 $\bar{u}' = \left(b_1, \frac{1}{2}u'_2 + b_2\right)$,并且 $\bar{\bar{u}}$ 被转变为 $\bar{\bar{u}}' = (2\bar{\bar{u}}_1 + b_1, b_2)$。如果被变换的讨价还价状况的解的点 $f(S', d')$位于 $\bar{u}'$ 和 $\bar{\bar{u}}'$ 之间的线的中点,例如 $f(S', d') = \left(\bar{\bar{u}}_1 + b_1, \frac{1}{4}\bar{u}_2 + b_2\right)$,那么这就是公理 1 所要求的(见图 8.2(b))。独立的效用变换不能够改变解的点 $f(S, d)$

的“特性”。

公理 2(弱帕累托效率) 如果 $x \in S$ 并且存在另外一个点 $y \in S$，使得 $y > x$（即对于所有的 i，$y_i > x_i$），那么 $x \neq f(S, d)$。



(a)



(b)

图 8.2

讨价还价解的点 $f(S, d)$ 通常位于东北方向凸集 S 的边界上。

公理 3(对称性) (S, d)处在 B^n 上的一个对称性的讨价还价位置，如 $d_1 = d_2 = \cdots = d_n$ 以及对于每一个 $x \in S$，每个 x 的置换(permutation)也在 S 上。那么就有 $f_1(S, d) = f_2(S, d) = \cdots = f_n(S, d)$。

这个条件要求，如果在讨价还价位置中的人们对于他们现状点和他们可能的效用分配不能加以区别，那么这个讨价还价解将必定对于所有人都是相等的。这个图 8.3(a)中讨价还价位置(S, d)是对称的，在图 8.3(b)中就不是对称的。

在图 8.3(a)中，根据公理 2 和公理 3 解 $f(S, d)$将位于过原点和三角形相交斜边为 45°的线上的点。

公理 3 非常清晰地记录了讨价还价理论的福利主义特点。所依赖的唯一的信息是包含在(S, d)中的信息。对于代理人的标示和在结果空间中潜在的分配都根本不被考虑。例如，在结果空间的例子中，分配是非"对称性"的，但是，因为个人独立地进行效用的评价，它们在效用空间中就变为对称性的。

注意，在所有的例子中，集合 S 是三角形，这个解能够通过综合公理 3 和公理 1，以及弱帕累托效率而得到。

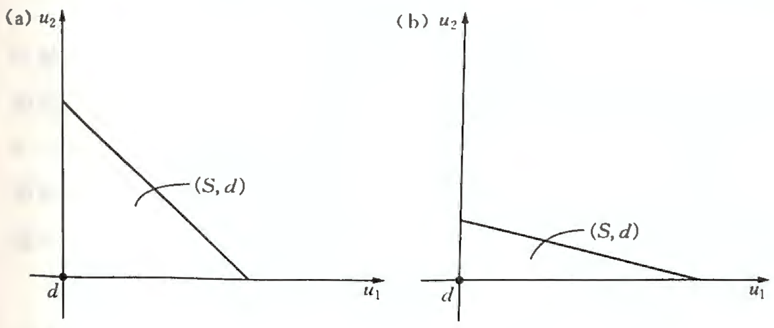


图 8.3

公理 4(不相关可选择项的独立性或收敛一致性) 如果 (S, d) 和 (T, d) 是在 B^n 上的讨价还价状况，其中 $S \subset T$，且如果有 $f(T, d) \in S$，那么 $f(S, d) = f(T, d)$。

第四个条件对于纳什讨价还价解非常重要，因此需要给予更多的解释。公理 4 考虑的是对于任意两个具有同样现状点 d 的讨价还价位置。这两个状况的不同在于，当集合从 T 缩小到 S 时，某些在 T 上的可行点，在 S 上将不再是可行的。这个公理要求，如果 $f(T, d)$ 是在 S 上的点，那么对于 T 的解应该也是 S 上的解。事实上，这个例子中，某些效用向量将不再有什么重要的作用。纳什的第四个条件能够被解释为在集合收敛下的理性化条件。在社会选择的文献中，这个公理以性质 α 而众所周知(尽管纳什的要求被限定在单个点的选择上)，就是在第 1 章中所定义和讨论的。图 8.4 说明了这个一致性问题。

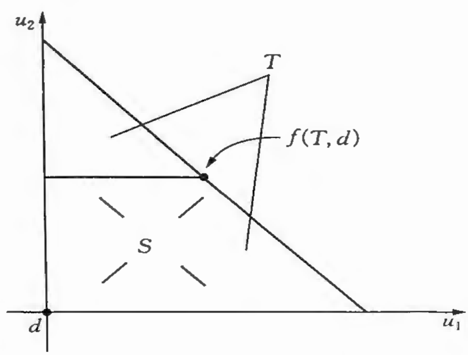


图 8.4

尽管有些类似的方式，但是公理 4 也有其不同点。在开

始时可行集为 S，它的解为 $f(S, d)$，当一些新的可选择项被添加进来，则更大的集合 T 的选择，可以是 $f(S, d)$ 这个"旧"的选择，也可以是新的可选择项中的一个。这个被命名为"不相关可选择项独立性"的选择不是纳什提出的，而是卢斯和雷法(Luce and Raiffa, 1957)以及其他人提出来的，然而非常遗憾的事实是，这个选择条件使用了阿罗条件中同样的一个名字。开始时，绝大多数学者都认为阿罗和纳什的条件意义是一样的。当然，就像读者在第 2 章学到的，这个推测却完全是错误的。

现在，我们对讨价还价状况的纳什定理能够公式化了。

定理 8.1 *在 B^n 上确实存在一个讨价还价解满足公理 1 至公理 4。这个函数 F 有 $F(S, d) = x$，使得 $x > d$ 并且对于所有的 $y \in S$，有 $\prod_{i=1}^{n}(x_i - d_i) > \prod_{i=1}^{n}(y_i - d_i)$，其中 $y > d$，且 $y \neq x$。*

F 被称为合作纳什解。在个人理性范围 S(对于所有的 i 有 $s_i \geq d_i$)，F 所取的最大值是在现状点 d 效用收益的乘积。

下面我们将会进行这个结论在 $\mathbb{R}^2$ 的证明。这个证明已经被许多文献给出。首先，是纳什(1950)原创性的证明。类似的证明是卢斯和雷法(Luce and Raiffa, 1957, Chapter 6.5)所建立的。海萨尼(Harsanyi, 1977, Chapter 8.3)以及罗默(Roemer, 1996, Chapter 2.2)还有其他文献都给出了证明。

证明：很容易看出 F 满足四个公理。让我们考虑另外一个方法。从任意一个讨价还价状况 (S, d) 开始，记 x 是在 S 上的纳什公式所选择的点。这样一个点将始终存在，因为 S

的紧(质)性并且因为 S 是凸的,所以这个点也是唯一的。我们将应用公理 1 并且将(S, d)转变为(S', d'),使得 $ad+b=d'=(0, 0)$,并且 $ax+b=(1, 1)$,这里 $a_1>0$, $a_2>0$ 且 b_1, $b_2 \in \mathbb{R}$。

下面我们将证明$(1, 1)$是$(S', (0, 0))$的解。纳什公式得到的在 S 上最大化的值在点 x 上;这个性质在正仿射变换中能够保留下来。换句话说,$(1, 1)$是在 S' 上 $s_1' \cdot s_2'$ 乘积的最大值。显然,点$(1, 1)$位于线段 $s_1'+s_2'=2$ 上。这个线段具有超平面的特性,将直角双曲线 $s_1'+s_2'=2$ 从凸集 S' 的点$(1, 1)$上分离开来。这就是图 8.5 所展示的。我们现在构造包含点 $d'=(0, 0)$ 的三角形 ABC,这个三角形对于过 d' 和$(1, 1)$的 45°线是对称的。我们称为讨价还价状态$(T, (0, 0))$,包含了全部的集合 S',利用公理 2 和公理 3,因为 T 是对称的,所以解一定是$(1, 1)$。因此,利用公理 4,点$(1, 1)$必定也是(S', d')的解,也就是 $f(S', d')=(1, 1)$。但另一方面,利用不变性公理 1,对于初始讨价还价状态,$f(S, d)=x$,证明完成。

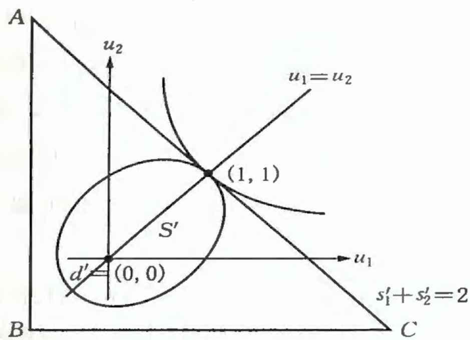


图 8.5

对于两个人的社会而言（如我们先前所证明的），纳什解能够用如下的几何方法来说明。比较所有矩形区域，这些矩形都有共同的“西南方向”拐角点 d，并且它们每一个都有在 S 边界上的“东北方向”的拐角点。寻找在 S 边界上的点，这里所对应矩形的区域是最大化的，或者这里在帕累托效用点上的坐标的乘积具有最大值。这个点的坐标代表了纳什讨价还价解。几何上的矩形代表了在二维上的扩展。这里的维度是两个人的效用。

对于纳什的讨价还价解和这些基本的公理都有过各种各样的反对。一个批评涉及这样一个事实，纳什的方法不能使得效用进行人际比较。因为，在 CMN 中，效用尺度和初始都能够被选择，并且在代理人之间也可以独立被改变，所以就不可能在某一“程度”上具有人际可比性。那么，是否这就意味着这样的框架完全不适合应用于分配正义这样的问题上吗？

另外一个反对涉及这样一个事实，纳什解关键需要现状点的位置。在现状效用的向量中，一个有利的坐标和一个不是那么有利的坐标都能够很好地反映在最终纳什讨价还价解上。因为这个现状表明了在讨价还价过程中，不同的代理人的能力或威慑的潜力，这引出一个问题：是否纳什的方法能够产生一个伦理上所需要的解？罗尔斯（1971）很清晰地回答了这个问题。罗尔斯的正义两原则是在无知之幕下所达成的集体协议。另外一位哲学家高蒂尔（Gauthier）却持有不同的看法。天性上的差别诸如天赋不能够被视为是任意的。这些也应该被考虑和纳入一个现状的描述之中。社会不应该重新调整它们（Gauthier，1978）。罗尔斯审慎地避免某些特定的信息类型进入到社会的基本原则的这个契约之中。“根据他威

慑优势而给予他们每个人"对罗尔斯而言的正义原则是不能被接受的。

也有人批评说，纳什的方法只是考虑了效用的分配，而忽视了根本的经济环境，也就是先前所提到的被分配的物品。这一章中，这些物品将会应用到其他讨价还价的模型中。

还有多数是对于纳什独立性条件的批评。实际上，这个批评导致了另外一个提议，就是在这章第四节将要讨论的，这里将用单调性公理来代替纳什的独立性公理。为了理解和领会对于独立性的批评，我们要追溯到上面的图 8.4。设想"开始时"，存在对于参与者 1 和参与者 2 的效用分配的三角形集合 T。根据纳什的公式，$f(T, d)$是解。现在，设想个人 2 的效用可能性缩减到新的集合是梯形 S。根据纳什的理论，这个解和之前的是一样。这是否合理呢？代理人 2 丧失了他的潜能，但是显然，这个解没有反映出这些。代理人 2 在新的状况下，甚至得到了最大值的可能效用。卢斯和雷法(Luce and Raiffa, 1957, p. 133)提出了这样是否能被视为"公平"的问题。两个作者颠倒了这个过程，也就是从 S 开始，然后到 T。是否代理人 2 现在应该得到更多一些呢？卢斯和雷法认为"现状帮助指出了某些愿望仅仅是白日梦"(p. 133)，虽然最后他们对于这个问题改变了他们的看法。我们将会在下面的第 8.4 节回到这个问题的讨论上。

8.3 轮流让与的茨威森原则

茨威森(Zeuthen, 1930)提出了代理人能够轮流出价的

一个讨价还价过程，海萨尼（Harsanyi, 1977, chapter 8）证明了茨威森方法的均衡，虽然和纳什自己所提出的有许多不同，却包含了纳什讨价还价解。这种方法，将非合作博弈引入可能会导致纳什讨价还价解成为自利的参与者最为信服的预测到的结果。下面就是海萨尼（Harsanyi）分析的详细论述。

茨威森描述了在劳动力市场的集体讨价还价过程。出价者根据货币单位（工资）来做出决定，然而这也不失一般性，能够表达为效用的单位。记得在纳什讨价还价解的例子中，我们开始从社会状况集合 X 和所对应的乐透概率 L 的空间，并且将 L 空间映射到效用向量集合 S 上。这里存在两个代理人，或者是参与者 1 和参与者 2。在某一时间点上，两个参与者提出一个帕累托效率的契约。我们假设代理人 1 提出 $x=(x_1, x_2)$，代理人 2 提出 $y=(y_1, y_2)$，这两个括号中第一个项通常代表第一个人。如果代理人不能够达成一个契约，将产生一个冲突的环境，在效用方面，$u_1(x_{01})$ 是针对代理人 1 的，$u_2(x_{02})$ 是针对代理人 2 的，这里 $x_0=(x_{01}, x_{02})$ 是一个冲突或现状的情形。我们假设 $u_1(x_{01})<u_1(y_1)<u_1(x_1)$ 和 $u_2(x_{02})<u_2(x_2)<u_2(y_2)$。换而言之，参与人 1(2) 偏好他们自己的提议甚于参与人 2(1) 的提议，但是偏好这两个提议中的任意一个甚于冲突或者现状 x_0。

现在将会发生什么呢？如果两个参与人中的一个接受了另外一个的提议，就能达成一项协议。如果不能，则代理人 1 或代理人 2 就会出现冲突的状况。或者，至少其中一个参与人提出一个新的提议[例如，参与人 1 提出新的提议 $x'=(x'_1, x'_2)$]，这个提议相比之前的提议更容易被另外一个人所接受，但是不会比另外一个参与者自己之前所提出的偏好要

好。也就是说，参与人 1 所提出的任何新的提议 x' 将要满足 $u_2(x_2) < u_2(x'_2) < u_2(y_2)$。

在这点上，茨威森提出了让步权(concession)的一个观点。如果参与人 1 接受由参与人 2 所提出的 y，参与人 1 的让步权是 $u_1(x_1) - u_1(y_1)$。如果参与人 2 同意参与人 1 的提议 x，参与人 2 的让步权是 $u_2(y_2) - u_2(x_2)$。茨威森接着问道，在两人共同参与的某一步骤，一个协议尚未达成时，"哪个参与人将(必须)提出下一个让步权"？他的回答是通常必须由所达成的愿望比面对冲突风险时要差的那个参与人提出下一个让步权，换句话说，就是面对不如(x_{01}, x_{02})时的参与人。

如果能够度量给定的代理人愿意面对风险冲突而不是接受对手所建议的呢？茨威森提出，基本上，两个参与人中的任何一个有两种选择，也就是坚持他的上一次的提议或者接受对手的提议。设参与人 1 之前的提议是 x，而对方上次的提议是 y。如果两个代理人都是贝叶斯期望效用最大化的，他们赋值给另外一个代理人在这两个可能的选择中所做选择的主观概率。设 p_{12} 是主观概率为参与人 1 假定参与人 2 将坚持他上次自己所提出的议案，而$(1-p_{12})$是主观概率为参与人 1 假设参与人 2 将接受上次参与人 1 所提出的议案。

如果参与人 1 接受对方所提出的议案，参与人 1 将获得 $u_1(y_1)$。如果参与人 1 直接坚持他自己的提议，参与人 1 将以$(1-p_{12})$的概率获得 $u_1(x_1) > u_1(y_1)$，但是参与人也可能以 p_{12} 的概率得到 $u_1(x_{01}) < u_1(y_1)$。结果就是，如果参与人 1 最大化自己的期望效用，他将坚持自己提议的，当且仅当 $(1-p_{12}) \cdot u_1(x_1) + p_{12} \cdot u_1(x_{01}) \geqslant u_1(y_1)$。这个表达等

价于：

$$p_{12} \leqslant \frac{u_1(x_1) - u_1(y_1)}{u_1(x_1) - u_1(x_{01})}$$

右边项的比率称为参与人 1 的风险限度(risk limit) r_1，因为其代表了最高的风险(以冲突状况为结果的最大的主观概率)，就是参与人 1 将会更愿意按照他自己的提议 x 去达成解决方案，而不是接受对手的提议 y 的概率。按照概率 p_{12}，如果他坚持他们自己提出的意见，参与人 1 将期待冲突的发生。根据前面的公式，概率 p_{12} 的最大值是参与人 1 能够不需要同意对方提出的提议就能够接受的值，有 $p_{12} = r_1$(注意，对于 $i \in \{1, 2\}$，有 $0 \leqslant r_i \leqslant 1$)。

r_i 的值等于两个效用差的比率。例如，代理人 1 的分子 $u_1(x_1) - u_1(y_1)$ 可以理解为参与人的让步权。按照海萨尼的术语，就是这个是“参与人 i **按照对手提议**而不是自己所提建议而达成协议的**成本**”(p. 151，黑体字是海萨尼自己所标)。分母是如果不能和对方达成协议时代理人的成本。比率 r_i 是“参与人对于坚持自己上次的提议胜过接受他对手提议的激励强度的度量”(p. 151)。

如前面所论述的，r_i 的值度量了代理人 i，其准备提出自己的意见而不是采取他对手的提议所面临的最高风险。如果 $r_i < r_j$，参与人 i 是不如参与人 j 乐意冒冲突的风险，因为对于他的激励的动机比较弱。这两个参与人都了解这个信息的。因此，参与人 i 具有更强烈的动力去进行下一步的让步权。于是，茨威森提出了下面的决策规则，被海萨尼称之为“茨威森(Zeuthen)原则”：

(a) 如果 $r_1 > r_2$，那么参与人 2 必定提出下一个让步权。

(b) 如果 $r_1 < r_2$，那么参与人 1 必定提出下一个让步权。

(c) 如果 $r_1 = r_2$，那么两个人必定具有同样的让步权。

按照上面的规则做出让步权的参与人，是自由地提出一个较为小的让步。但是，这个提议将不会小于那些在有限讨价还价回合后，保证代理人轮流出价收敛到某个协议的最小值。这样的轮流讨价还价过程最终将达到一个协议，也就是对应于纳什讨价还价解。如下将会证明。

我们假设个人 1 的提议是 $x = (x_1, x_2)$，而个人 2 提议为 $y = (y_1, y_2)$，有：

$$r_1 = \frac{u_1(x_1) - u_1(y_1)}{u_1(x_1) - u_1(x_{01})} \leqslant \frac{u_2(y_2) - u_2(x_2)}{u_2(y_2) - u_2(x_{02})} = r_2 \qquad \text{(a)}$$

根据茨威森原则，代理人 1 必须做出下一个让步，我们将其记为 $x' = (x'_1, x'_2)$，使得：

$$r'_1 = \frac{u_1(x'_1) - u_1(y_1)}{u_1(x'_1) - u_1(x_{01})} \geqslant \frac{u_2(y_2) - u_2(x'_2)}{u_2(y_2) - u_2(x_{02})} = r'_2 \qquad \text{(b)}$$

表达式(a)能够表达为等价于：

$$\begin{aligned} &(u_1(x_1) - u_1(x_{01})) \cdot (u_2(x_2) - u_2(x_{02})) \qquad \text{(a}'\text{)} \\ \leqslant &(u_1(y_1) - u_1(x_{01})) \cdot (u_2(y_2) - u_2(x_{02})) \end{aligned}$$

表达式(b)能够表达为等价于：

$$\begin{aligned} &(u_1(y_1) - u_1(x_{01})) \cdot (u_2(y_2) - u_2(x_{02})) \qquad \text{(b}'\text{)} \\ \leqslant &(u_1(x'_1) - u_1(x_{01})) \cdot (u_2(x'_2) - u_2(x_{02})) \end{aligned}$$

表达式(a′)表示按照参与人 1 首先提议的纳什积是小于或等于按照参与人 2 第一次提出的纳什积。表达式(b′)表示

参与人 2 小于或等于参与人所提出的方案。因为联系到(b)和茨威森原则,下一个提议应该是参与人 2 开始提出,可以很容易看出,这将会得到更大的纳什积。换句话说,每一轮的提案所对应的较小的纳什积的值将会被排除出去,而提议中相关的较大的纳什积的值将仍旧会保留在下一轮中。这个轮流议价的过程将持续到两个参与人中的一个做出一个提议所对应的是最大可能的纳什积的值。因为在这里不可能进一步得到改进,两个参与人就必须接受这个提议。换句话说,在茨威森的轮流顺序中的最后的点将是纳什积最大值的时候,也就是,如我们上面章节所学到的,是纳什解的点。也存在有众多其他的模型具有非合作性质的轮流议价的,最终也能够得到纳什讨价还价解(见 Rubinstein et al. , 1992)。

8.4 卡莱—斯莫罗廷斯基(Kalai-Smorodinsky)讨价还价解

在第 8.2 节结束的时候,我们讨论了对于反对纳什独立性条件的一个异议,相关的见图 8.4。但是我们也提到了卢斯和雷法对于这个问题的一些转变。是否可行效用向量向有利于一个人的方向一直扩展,一个参与人就会获得更多?

让我们查考如下由卡莱和斯莫罗廷斯基所提出的情况,并且如图 8.6 所描绘。我们假设这里在 $\mathbb{R}^2$ 存在两个讨价还价状况$(S^1, 0)$和$(S^2, 0)$有如下的特征:

$$S^1 = 凸包\{(0, 1)(1, 0), (3/4, 3/4)\}$$
$$S^2 = 凸包\{(0, 1)(1, 0), (0.99, 0.7)\}$$

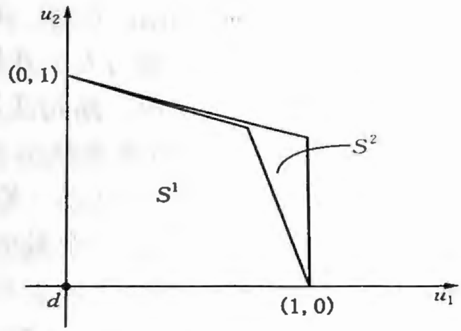


图 8.6

对于任何给定的 u_1 值有 $0 < u_1 < \max u_1$，存在 u_2 满足条件 $(u_1, u_2) \in (S^2, 0)$，并且对于参与人 2 的效用水平是严格高于在 $(S^1, 0)$ 所得到的相对应的最大化的可能的效用值。卡莱和斯莫罗廷斯基(Kalai and Smorodinsky，1975，p. 515)论证道，"基于这些事实"，参与人 2 具有充分的理由要求在 $(S^2, 0)$ 中得到的相比在 $(S^1, 0)$ 得到的要多。但是，这两个讨价还价状态其中任意一个位于拐点上的纳什解不能够满足参与人 2 的需要。

卡莱和斯莫罗廷斯基提出了通过单调性公理来替代纳什独立性条件。为了说明这个解决方法的概念，我们必须引入"理想点"(ideal point)的概念。

定义 8.3 给定任意讨价还价解 $(S, d) \in B^2$，向量 $\bar{x}(S, d) = (\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ 对于 $i \in \{1, 2\}$ 有 $\bar{x}_i = \max_{(S, d)}\{S_i \mid (S_1, S_2) \geq d\}$，被称为 (S, d) 的理想点。

(S, d) 的理想点有作为每个参与人最大化可能效用值作为其组成。在图 8.6 中，参与人 1 的最大化可能效用值是 $\bar{x}_1 = 1$，对于参与人 2 是 $\bar{x}_2 = 1$，因此 $\bar{x}(S, d) = (1, 1)$。读

者应当会注意到，这个理想点是位于可行集外部的。

公理 5(单调性) 如果(S^1, d)和(S^2, d)是在B^2上的两个讨价还价状态，满足条件$S^1 \subseteq S^2$和$\bar{x}_1(S^1, d) = \bar{x}_1(S^2, d)$，那么$f_2(S^1, d) \leqslant f_2(S^2, d)$。同样，如果$\bar{x}_2(S^1, d) = \bar{x}_2(S^2, d)$，那么$f_1(S^1, d) \leqslant f_1(S^2, d)$。

这个公理使用了从图 8.6 得到的直观性，并且论述到如果存在一个从S^1到S^2的具有固定不动现状d的集合，而对于参与人 1 的最大化可能效用水平仍旧没有改变，基于$f(S, d)$，参与人 2 效用水平不应当下降，而是缓慢增长(类似地，当参与人 1 和参与人 2 互换时也一样)。

我们得到了分叉。从第 8.2 节的公理 1 至公理 3 和公理 3，得到纳什解；公理 1 至公理 3 和公理 5 得到了卡莱-斯莫罗廷斯基(Kalai-Smorodinsky)解。

定理 8.2 存在一个且仅有唯一一个解μ在B^2上满足公理 1 至公理 3 和单调性公理。这个解μ有如下的表现：对于$(S, d) \in B^2$，构建从d到$\bar{x}(S, d)$的射线。S的最大项在这条射线上是$\mu(S, d)$。

首先注意，这个定理是对于在B^2上讨价还价状态的公式性表示。我们将在证明这个结论之后更加详细地说明这个点。第二，这个从d到$\bar{x}(S, d)$的射线解点能够通过几何方法清晰地解释出来。解是在个人理性点集合中最大化点$\mu(S, d) = x$，满足条件：

$$\frac{x_1 - d_1}{\bar{x}_1 - d_1} = \frac{x_2 - d_2}{\bar{x}_2 - d_2}$$

如果$\dfrac{x_i - d_i}{\bar{x}_i - d_i}$被理解为个人$i$的相对效用所得，卡莱-斯

莫罗廷斯基解得到了两个参与人相对效用所得的等式。这个均衡适用于每一个在 d 到$\bar{x}(S, d)$射线上的点。此外，我们得到了唯一的讨价还价解(见图 8.7)

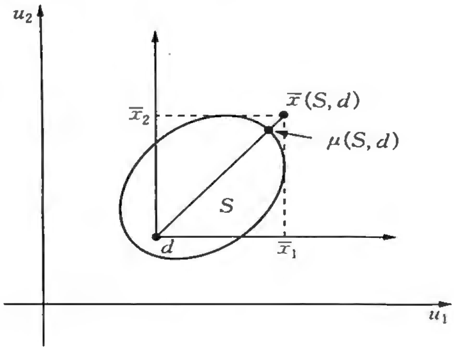


图 8.7

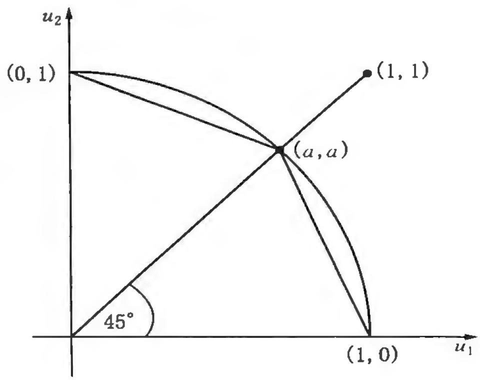


图 8.8

证明:该证明根据汤姆森(Thomson，1994c)和罗默(Roemer，1996)。很显然，卡莱—斯莫罗廷斯基解 μ 满足定

理的四个条件。相反，设这个平面上存在任意一个讨价还价解(S, d)，因为公理 1，可以将(S, d)变换到(S', d')，满足条件$d' = (0, 0)$和$\bar{x}(S, d)$被映射到$(1, 1)$。我们称新的讨价还价状况为$(S', 0)$。在不变性公理 1 中，在(S, d)上 f 中的解映射到$(S', 0)$上的解。这个在$(S', 0)$上的解 $\mu(S', 0)$是具有相等坐标的点，因为这条射线联结了威胁点$(0, 0)$到点$\bar{x}(S', 0) = (1, 1)$，所具有的斜率为 1。我们称这个解点为(a, a)。

现在，按照如下方法建立在 S' 内的 S''。联结点(a, a)到点$(1, 0)$和$(0, 1)$。S''是一个四边形的凸集，其中两边是沿着坐标轴的两条线段，另外两边是在$(1, 0)$和(a, a)及在(a, a)和$(0, 1)$之间的两条线段。讨价还价状况$(S'', 0)$是对称的。因此，由帕累托条件和对称性公理，$f(S'', 0) = (a, a)$。注意，先前公理 5 已经说明了，$(S'', 0)$和$(S', 0)$是彼此相关联的。也就是$\bar{x}_1(S'', 0) = \bar{x}_1(S', 0)$和$\bar{x}_2(S'', 0) = \bar{x}_2(S', 0)$。因此，由对于 $i \in \{1, 2\}$有 $f_i(S', 0) \geqslant f_i(S'', 0)$，从而有 $f(S', 0) \geqslant (a, a)$，并且由$(a, a)$是在 S'上的帕累托最优，从而有 $f(S', 0) = (a, a)$。注意，(a, a)是在$(S', 0)$上的卡莱—斯莫罗廷斯基解。因此，$f(S', 0) = \mu(S', 0)$。但是，这里因为不变性公理 1，对于初始的讨价还价状况，得到了 $f(S, d) = \mu(S, d)$，证明完成。

对于任何有限数量的参与者，卡莱—斯莫罗廷斯基解能够很好地对此类状况进行定义说明。但是，这个解对于超过两个人以上的讨价还价状况，不一定满足帕累托效率。事实上，罗斯(Roth, 1979)证明了对于三个人或以上的讨价还价状况时，同时满足帕累托效率的条件和对称性以及单调性，这

莫罗廷斯基解得到了两个参与人相对效用所得的等式。这个均衡适用于每一个在 d 到$\bar{x}(S, d)$射线上的点。此外,我们得到了唯一的讨价还价解(见图 8.7)

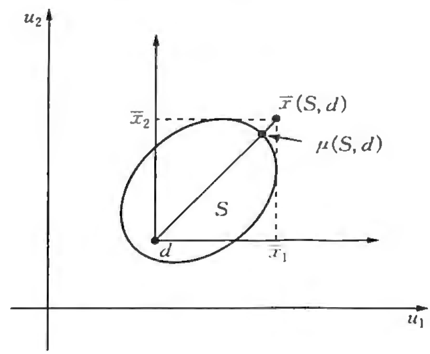


图 8.7

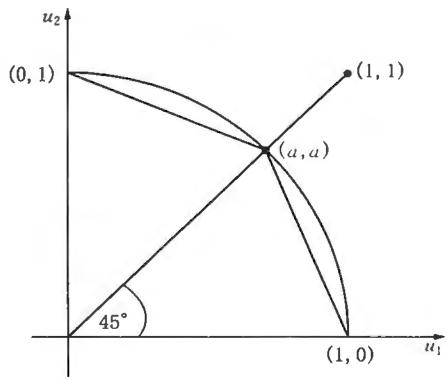


图 8.8

证明:该证明根据汤姆森(Thomson, 1994c)和罗默(Roemer, 1996)。很显然,卡莱—斯莫罗廷斯基解 μ 满足定

理的四个条件。相反，设这个平面上存在任意一个讨价还价解(S, d)，因为公理1，可以将(S, d)变换到(S', d')，满足条件$d' = (0, 0)$和$\bar{x}(S, d)$被映射到$(1, 1)$。我们称新的讨价还价状况为$(S', 0)$。在不变性公理1中，在(S, d)上f中的解映射到$(S', 0)$上的解。这个在$(S', 0)$上的解$\mu(S', 0)$是具有相等坐标的点，因为这条射线联结了威胁点$(0, 0)$到点$\bar{x}(S', 0) = (1, 1)$，所具有的斜率为1。我们称这个解点为(a, a)。

现在，按照如下方法建立在S'内的S''。联结点(a, a)到点$(1, 0)$和$(0, 1)$。S''是一个四边形的凸集，其中两边是沿着坐标轴的两条线段，另外两边是在$(1, 0)$和(a, a)及在(a, a)和$(0, 1)$之间的两条线段。讨价还价状况$(S'', 0)$是对称的。因此，由帕累托条件和对称性公理，$f(S'', 0) = (a, a)$。注意，先前公理5已经说明了，$(S'', 0)$和$(S', 0)$是彼此相关联的。也就是$\bar{x}_1(S'', 0) = \bar{x}_1(S', 0)$和$\bar{x}_2(S'', 0) = \bar{x}_2(S', 0)$。因此，由对于$i \in \{1, 2\}$有$f_i(S', 0) \geqslant f_i(S'', 0)$，从而有$f(S', 0) \geqslant (a, a)$，并且由$(a, a)$是在$S'$上的帕累托最优，从而有$f(S', 0) = (a, a)$。注意，$(a, a)$是在$(S', 0)$上的卡莱—斯莫罗廷斯基解。因此，$f(S', 0) = \mu(S', 0)$。但是，这里因为不变性公理1，对于初始的讨价还价状况，得到了$f(S, d) = \mu(S, d)$，证明完成。

对于任何有限数量的参与者，卡莱—斯莫罗廷斯基解能够很好地对此类状况进行定义说明。但是，这个解对于超过两个人以上的讨价还价状况，不一定满足帕累托效率。事实上，罗斯(Roth, 1979)证明了对于三个人或以上的讨价还价状况时，同时满足帕累托效率的条件和对称性以及单调性，这

个解释不存在的。

为了说明罗斯的这个否定性结论，我们将讨论如下罗斯(Roth，1979)所给出的例子。考虑三种讨价还价状况，其中，不能达成契约点(disagreement point)是在原点。设可行集 S 等于 $d=(0, 0, 0)$ 与 $(1, 0, 1)$ 和 $(0, 1, 1)$ 的凸包。显然，在 S 上的帕累托效率点的集合连于 $(1, 0, 1)$ 和 $(0, 1, 1)$ 之间的线段。任何解 $f(S, d)$ 满足帕累托效率都必须给参与人 3 分配 1 单位的效用。这个博弈的理念点是 $\bar{x}(S, d)=(1, 1, 1)$。对于这个集合(见图 8.9)，卡莱-斯莫罗廷斯基解是 $\mu(S, d)=(0, 0, 0)$，这与帕累托效率严重冲突。事实上，这个解是被在 S 上的其他点占优的。

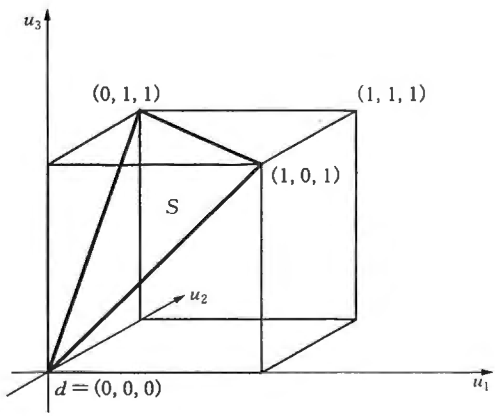


图 8.9

如果愿意接受效用的任意配置，那么刚刚的问题就会烟消云散。这意味着，如果 $x \in S$ 并且 $d \leqslant y \leqslant x$，那么 $y \in S$。效用的减少导致在 S 上的点，任何时候这样的点都是弱个人

理性的(weakly individual rational,也就是,对于所有的 $x \in S$, $x \geqslant d$)。在效用的自由配置下,卡莱-斯莫罗廷斯基解是具有对于所有的参与人都有相等的相对效用获得唯一的弱帕累托最优点。但是,这个解一般不是强帕累托最优的。此外,接受微小的效用变换的有效性,那么这个问题也就会消失。对于 n 个参与人的卡莱-斯莫罗廷斯基解的一般性的公理化特征,所采取的一种方法是伊梅(Imai, 1983)做出的。他用两个公理取代了纳什独立性公理,一个是个体单调性公理,以及除了理性点外的不相关可选择项的独立性公理。后者是弱于纳什独立性条件的。这里,被用来比较的状况具有相同的现状点和相等的理想点。伊梅这些独特的公理的特征,在相对效用收益上的特征上是一个字典式排序的最大最小化解。

8.5 一位哲学家的观点

这个理念点在卡莱-斯莫罗廷斯基解中起到了至关重要的作用。每一对在 $\bar{x}(S, d)$ 的坐标,都满足所考虑的代理人得到他的最大化效用。这里,其他所有的参与人都认识到个人理性的可行效用值。这里理想点最为重要的特性是什么呢? 是否代理人能够做出一种合法的或历史性的权利主张呢? 这点根本就不清晰,并且我们也记得在一些事例中,$\bar{x}(S, d)$是落在了可行效用向量集合的外部。

哲学家高蒂尔(Gauthier)将卡莱-斯莫罗廷斯基解视为非合作讨价还价过程的结果,这里的参与人只在初始时从他们最大化可能效用水平出发,具有做出让步权的决定,来作为

开始的权利主张。这个过程对于高蒂尔来说，认为在某种程度上很类似于轮流让步的茨威森过程，这个过程正如我们在第8.3节所看到的，得到了纳什解。从概念化的观点来看，高蒂尔的理论相比茨威森的提议要更为广泛。高蒂尔的方法必须考虑在分散化的社会价值下道德选择的讨价还价模型。

高蒂尔认为，对于决定社会价值的这个正义原则必须基于在一个给定的社会中的所有个体的协议之上。只有处于理性的个人将会同意的原则上，才能通过讨价还价得以实现。"市场失灵"或者使用斯密(Smith)的隐喻，使得这类协议的存在性成为必要，因为"这里看不见的手不能够指挥每个人，不能够使得人们仅仅留心他自己的所得，来提高所有人的好处，相反是合作提供了可见之手"(Gauthier, 1986, p. 113)。因此，在策略理性所导致的无效率这样的状况时，高蒂尔理论指出，理性的个人将会为了开拓共同的效用收益而进行合作。高蒂尔(Gauthier, 1986, p. 128)写道："因为外部效应，但是市场互动而引起的合作导致了一个最优的结果。"那么，为了实现在完全竞争下市场所提供的这样的理念，我们可能将合作互动认为是看得见的手，以此来代替看不见的手。在合作中，每个代理人接受了对于他的最大化效用目标的一些约束。也就是，每个人都必须同样约束他们的行为，其他人也同样认同这样的约束。只有每一个人都考虑到其他人的利益，使得每个个人都实现比他们没有合作时更大的效用值，才能实现这个效用值。随后，我们希望提供一些关于高蒂尔方法的一些详细说明。

设每个讨价还价者 i 提出理想的收益 $\bar{x}_i$ 来分配给他。我们知道在绝大多数的例子中，理想的收益向量是无解的，因为

都在可行集合的外部。考虑个人 i 通过让步权，如果他同意是 x，那么根据茨威森公式，$(\bar{x}_i - x_i)/(\bar{x}_i - d_i)$。根据前面的解释，这个表达式决定了如果 x 被接受时的理想收益和他在不能达成契约收益内的理想收益之间比较的比例。换句话说，高蒂尔应用了茨威森公式来度量在理想的效用值和提议的效用值之差与理想效用值和现状值之差，以及这两个差之间的比率。高蒂尔论证道，"每个讨价还价者对于他所看待的效用，将现状视为最小化的，并且在涉及这个最小化的状态中来评估其他人的社会状况(1978, p. 246)"。对于茨威森过程的第二点修正在于在讨价还价过程中，个人 i 的每一个让步都是用 $\bar{x}_i - d_i$ 来度量，而在茨威森公式中，分母是改变的。这个理想点不仅仅对于第一个提出意见的讨价还价者具有重要性，而且对于整个过程都有重要的作用。

自然，一个人很少期望去做出一个比这个让步还要大的退让。因此，考虑对于每个可能讨价还价结果的最大让步权。对于任何在个人理性效用向量集合中的 x，最大让步权是 $\max(\bar{x}_i - x_i)/(\bar{x}_i - d_i)$。显然，这个最大的让步权将消除最大程度上协议形成的阻力。对于高蒂尔，这样的一个结果是理性的，因此将会被接受。"一个人提出做出最大化让步权的要求，需要产生一个结果，这个结果是相比任何要求最大化让步权来产生任何其他的结果，更能达成让步"(Gauthier, 1985, p. 37)。因此，讨价还价解是最小的最大化让步。但是，正如高蒂尔所指出的，最小化这个最大化让步的条件等同于最小化可能效用收益最大化。当然，这个可能效用收益的最小化比例是，根据高蒂尔的理论，$\min(\bar{x}_i - x_i)/(\bar{x}_i - d_i)$ 在给定 n 人讨价还价的状况 (S, d) 中，当且仅当对于所有的

$y(y \neq x)$ 是个人理性的，$\min\limits_{i \in N} \frac{x_i - d_i}{\bar{x}_i - d_i} > \min\limits_{j \in N} \frac{y_j - d_j}{\bar{x}_j - d_j}$，$x \in S$ 是解。

注意，所做出的这个关于比例收益或让步权的比较并没有假定任何个人效用的人际比较的程度。高蒂尔的解共享了我们到目前为止所讨论的其他解的特征。也需要注意到，对于仅有两个参与人时，高蒂尔解和卡莱-斯莫罗廷斯基解是相等的。这是因为这样一个事实，在两个代理人的例子中，最大化这个可能效用收益的最小值导致了两个比例上的一个均衡。不幸的是，对于超过两个参与人的例子，高蒂尔的解的概念将会陷入和卡莱-斯莫罗廷斯基解同样的问题。这里不能够很好详细地给予说明。例如，对于三个人，前面(严格)不等式能够变为弱不等式。另外，强帕累托最优是必须的条件。只有这时才能得到唯一解的点(见 Klemisch-Ahlert，1992，pp. 87—91)。对于 n 个参与人这样一般化的例子，这个作者提出了高蒂尔解也具有一个特征。在这个特征中，在相对效用收益中的广义上的平等性公理就被公式化为之前在第 7.3 节中的平等性的必要条件。

8.6　卡莱(Kalai)的平等主义解

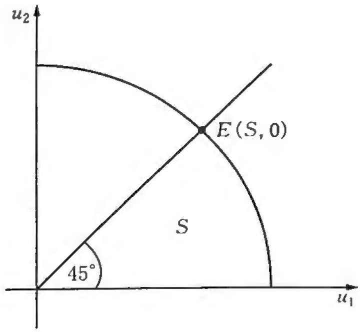
在汤姆森(Thomson，1994c)关于讨价还价合作模型的研究中，他写道，“在今天所展示的这个理论中，三个解起到了关键的作用(p. 1242)”。因此，让我们简要地回顾这三个方法，并且主要来区分纳什解和所需的人际比较的卡莱-斯莫罗

廷斯基解之间的不同特点。卡莱(Kalai, 1985)很详细地讨论了两个讨价还价者 1 和 2 的例子,他们面临着四个可能的金钱分配,也就是(\$0, \$0),(\$10, \$0),(\$0, \$10)和(\$0, \$1 000)。设两个讨价还价者的效用函数对于金钱是单调递增的。卡莱设对于 $i = 1, 2$ 来说,$u_i(\$0) = 0$, $u_i(\$10) = 1$。现在考虑两种讨价还价状况 A 和 B,都具有共同的现状点 $d = (0, 0)$。在 A 中,其可行集所包含的所有乐透概率有三个结果(\$0, \$0),(\$10, \$0),(\$0, \$10)。在 B 中,其可行集所包含的所有乐透概率有三个结果(\$0, \$0),(\$10, \$0),(\$0, \$1 000)。在效用空间中,状况 A 映射到$\hat{A}$ = 凸包$\{(0, 0), (1, 0), (0, 1)\}$,状况 B 映射到$\hat{B}$ = 凸包$\{(0, 0), (1, 0), (0, u_2(\$1\,000))\}$。在信息组织 CMN 中,代理人 2 的效用刻度被改变使得满足 u_2 被转变为 $v_2 = u_2/u_2(\$1\,000)$。那么状况$\hat{B}$可能用$\hat{\hat{B}}$ = 凸包$\{(0, 0), (1, 0), (0, 1)\}$来表示,根据效用值就等同于$\hat{A}$。现在,卡莱有说服力地提出,$\hat{A}$和$\hat{\hat{B}}$将要产生的结果并不是一样的。“参与人 2 可能比参与人 1 损失更多,如果……谈判破裂。两个参与人都意识到这个事实,并且参与人 1 威胁谈判破裂好像更具有可信性”(p. 89)。

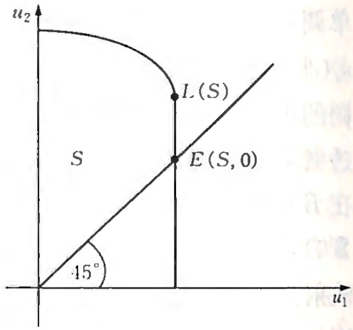
因此,在这节中,我们假设所有个人的效用度量是可比的,使得这个解将是不变的,除非当所有的个人效用度量被同样的因素线性变换时,才改变。

卡莱(Kalai, 1977)提出的平等主义解被定义为:对于所有的$(S, d) \in B^n$, $E(S, d)$为等坐标的最大化点,也就是,对于所有的 $i, j \in N$, $E_i(S, d) - d_i = E_j(S, d) - d_j$。图 8.10(a)表示了对于在 $\mathbb{R}^2$ 上 $d = (0, 0)$的解。平等主义解满足单调

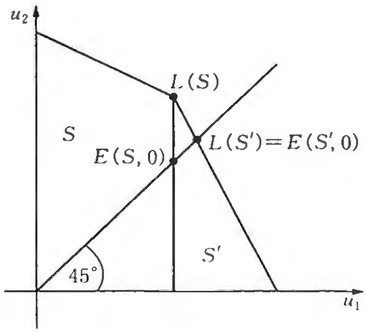
性条件，因为在 S 到 S' 没有约束被强加在效用概率的表达式上。换句话说，所有的参与者将会从任何机会的表达式中获得收益，而不用考虑是否这个表达式偏向利于他们中的某一个人。



(a)



(b)



(c)

图 8.10

公理 6(强单调性) 如果(S^1, d)和(S^2, d)是在 B^n 上任意两个讨价还价状况，满足 $S^1 \subseteq S^2$，那么 $f(S^1, d) \leqslant f(S^2, d)$。

如下描述性的结论接近于卡莱(Kalai, 1977)所发展的

这个定理。

定理 8.3 *在 B^n 上的解满足弱帕累托效率、对称性和强单调性，当且仅当这是平等主义解($E(S, d)$)。*

这个证明很简单。因此，我们在这里不进行证明（见 Thomson，1994c；或 Thomson and Lensberg，1989）。

图 8.10(b)展示了在定理 8.3 中的弱帕累托效率不能够强化为强帕累托，但是存在解 $E(S, d)$的扩展通过字典式排序运算得到。给定 $w \in R^n$，使得 $\widetilde{w} \in R^n$ 表示在 w 上通过写出在递增序列上的坐标得到这个向量。给定两个效用向量 $x, y \in R^n$，如果$\widetilde{x}_1 > \widetilde{y}_1$ 或 $[\widetilde{x}_1 = \widetilde{y}_1$ 和$\widetilde{x}_2 > \widetilde{y}_2]$$x$ 是字典式排序中大于 y 的，或者更为一般性的，对于 $l \in \{1, \cdots, n-1\}$，$[\widetilde{x}_1 = \widetilde{y}_1, \cdots, \widetilde{x}_1 = \widetilde{y}_1$ 且$\widetilde{x}_{l+1} > \widetilde{y}_{l+1}]$。对于$(S, d) \in B^n$，字典式排序的平等主义解 $L(S)$是 S 的点上字典式排序最大化的点（见图 8.10(b)，又是一个两个人的例子）。但是，字典式排序扩展的 $L(S)$不能完全满足强单调性的公理条件，就如在图 8.10(c) 中所见。在这个状况下，$S \subset S'$，但是个人 2在 $L(S')$下比 $L(S)$下得到的效用要低。

卡莱(Kalai，1977)证明平等主义解满足他称为“一步接一步谈判”的条件。这就意味着这个讨价还价能够在没有影响最后结果的过程中得以实现。设(S, d)，(T, d)是两对讨价还价，其中 $S \subseteq T$。讨价还价的代理人能够将这个过程分成两步。在第一步中，他们同意在(S, d)上的一个结果，然后他们对于第二回合的谈判使用其作为不能达成契约点，在第二步中，他们可能够同意在 T/S 上有一个新的可选项。因此，平等主义解满足这个性质即 $f(T, d) = f(S, d) + f(R)$，这里，R 是一个具有威胁点 0 和所有个人在第一回合

在 $f(S, d)$取得一致后仍旧保留的理性点的讨价还价状况。

尽管平等主义解考虑到了人际效用的比较,然而很明显,它也具有下面其他两个主要解概念也展示出来的福利主义特征(welfaristic feature):如果在经济环境中两个问题导致了同样的效用概率的结合,那么这个解的原理必须得出解的点在效用方面对于这两个问题是不能够进行区分的。在下一章我们将返回到这点,并且将会从不同的角度进行讨论。

8.7 简短总结

在许多方面,讨价还价方式不同于典型的社会选择方式;现状或不能达成契约点的存在可能是最为重要的。在效用空间上,这个分析完全基于冯·诺依曼-摩根斯坦效用函数。我们详细地讨论了纳什解和卡莱解的概念。两者都提供了唯一的解的点。并且,这两个提议普遍具有三个公理。当纳什要求对于集合的约束时一致性条件,而卡莱和斯莫罗廷斯基用单调性来取代时,两者就产生了不同。卡莱和斯莫罗廷斯基的论点是,解应当适当在参与人的效用概率中反映其变化。

海萨尼证明了讨价还价代理人可选择项让步的过程来解释,在现状上最大化纳什解是所得效用的乘积。这个观点需要追溯到茨威森,引入了非合作博弈的因素。卡莱-斯莫罗廷斯基解满足代理人的相对效用说的是相等的。高蒂尔重拾了茨威森的连续让步权的观念,并且提出了最大化让步权的解是为了实现共同解是最小化的,而参与人被要求这么做。这就意味着,任何其他讨价还价结果的提出将要求其中一个代

理人有较大的让步。

所有这些方法成立，不需要任何人际效用的比较。卡莱的平等主义解的先决条件就是所有人的效用度量都是可比较的。

8.8 练习

1. 假设给定一定数量的生产资源，能够生产出 x_1 和 x_2 数量两种商品。进一步假设如果所有资源被用来生产商品1，能够生产出 3 个单位的该商品。同样，如果所有的资源用来生产商品 2，能够生产 2 个单位的商品。在点(3, 0)和点(0, 2)之间所有的凸组合都是资源适当分配的可能性。请用图表示可行的生产可能性集合。

   现在，让我们假设只有两个个人，而且个人 1(2)只对商品 1(2)有兴趣，因此而只接受商品 1(2)。个人 1 的效用函数是 $u_1(x_1, x_2) = 2x_1 + 2$，个人 2 的效用函数是 $u_2(x_1, x_2) = 3x_2 + 1$，这里的 x_1 和 x_2 表示第一种商品和第二种商品的数量。构建对于这两个人的可行的效用分配集合。

2. 解释为什么在讨价还价状态下，如图 8.3(b)中或图 8.4 中的状况(S, d)，纳什的公理 1～公理 3 可以充分得到这个讨价还价解。

3. 给定可行效用分配的集合，如同在图 8.3 中的集合 S 或在图 8.10 中，证明在 S 中最大矩形的东北角的点决定了纳什讨价还价的坐标。为什么是这样？

4. 从练习 1 得到可行效用分配的集合，并且计算对于纳什讨价还价解的效用值，即 $f_1(S, d)$和 $f_2(S, d)$。
5. 在证明定理 8.1 的第一步中，(S, d)被转化为(S', d')使得 $ad+b=(0, 0)$ 和 $ax+b=(1, 1)$。设 $d=(4, 6)$ 和 $x=(7, 10)$。确定 a_1，a_2 和 b_1，b_2。
6. 假设对于两个个人的讨价还价状况(S, d)，现状点是 $d=(0, 0)$，并且可行效用向量 S 被 $6u_1^2+3u_2^2=72$ 所给定。确定 $f(S, d)$纳什讨价还价解。
7. 构建讨价还价状况，理想点不在集合 S 外部，确定这里的纳什讨价还价解和卡莱-斯莫罗廷斯基讨价还价解。
8. 效用的可能性，即给定 $u_2=10-u_1$ 的个人 1 和个人 2 的集合 S 上。然而，这个可能性被个人 2 的最高效用水平能够达到 $\bar{u}_2=7$，$u_1=3$ 来约束。对于 $d=(0, 0)$。绘出这个讨价还价状况(S, d)的图，并且计算纳什和卡莱-斯莫罗廷斯基的解。
9. 构建两个讨价还价状况(T, d)和(S, d)其中 $S\subset T$，证明这里的卡莱-斯莫罗廷斯基解不能够满足纳什独立性公理。
10. 证明在第 8.3 节中，在茨威森的轮流让与的方法中，表达式(a)和(b)能够被转化为不等式(a′)和(b′)。

推荐阅读

Kalai, E. (1985). 'Solutions to the Bargaining Problem', in L. Hurwicz, D. Schmeidler, and H. Sonnenschein (eds.), *Social Goals and Social Organization. Essays in Memory of Elisha Pazner*. Cambridge: Cambridge University Press.

Roemer, J. E. (1996). *Theories of Distributive Justice*, Chapter 2. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

历史文献

Luce, R. D. and Raiffa, H. (1957). *Games and Decisions.* New York: John Wiley.
Nash, J. F. (1950). 'The Bargaining Problem'. *Econometrica*, 18: 155–162.
Nash, J. F. (1953). 'Two-Person Cooperative Games'. *Econometrica*, 21: 128–140.
von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior.* Princeton: Princeton University Press.

进一步阅读

Thomson, W. (1994). 'Cooperative Models of Bargaining', Chapter 35 in R. J. Aumann and S. Hart (eds.), *Handbook of Game Theory*, vol. 2. Amsterdam: North-Holland.

9 实证社会选择

9.1 理论和公众的观点

我们日常所使用的“分配正义”通常不是在正义论、法理学、哲学或经济学领域的意义上的，但正义的问题却常常与再分配的问题相关联。考虑一定数量上定义明确、数量上可以衡量并且完全可以分割的物品，在特定的个人之间进行分配。或者考虑一个政府，试图要改变它的税收政策，使得其某些公民承担更多的税负而另外一些人得到收益。根据哪种规则进行分配是我们首先要解决的问题。在国家税收是否采用新的政策还是沿用旧的税收的例子中，哪个评价标准将被决定呢？

在第7章，我们讨论了分配正义的两种主要的方法，也就是罗尔斯主义和功利主义，前者是方法导向的，后者则是结果导向和结果主义的。在第8章中，我们描绘了日常生活中，从雇主和雇工的工资谈判到在小孩子生日聚会上分蛋糕这样的“简单”任务，这些讨价还价解处于什么样的规则将能够处理这些分配问题，使得在“最终”，所有涉及的各方都同意这个解并且也不再会求助

于现状。这里，我们特别关注合作的纳什解和卡莱(Kalai)与斯莫罗廷斯基(Smorodinsky)提议。

所有这些分配正义的不同方法不应该被视为"为艺术而艺术"(*l'art pour l'art*)，即通过投身于抽象的理性将不同的公理进行组合这样一种理论性抽象的思维活动。相反，我们主张的是，所有这些方法应该解决那些许多人都关注，更重要的是，很少人具有强有力的见解的现实世界的问题。

亚力和巴-希勒尔(Yaari and Bar-Hillel, 1984)曾使用了一个集成图来描述审议的过程，也就是一个自我修正的迭代过程以及从基本的公理列表中进行修正的过程。这些公理产生了一个分配机制。在下一步中，人们会去尝试描绘事实上满足这些公理列表的所有机制的特征。那么就会引起一个合理的问题，如果这里产生的分配机制有些不合需要的特征，或产生了被视为不能够接受的方案，哪些条件可能从一开始再回到公理的集合上。

在迭代过程结束的状况下，应该是再也不能进一步被修正。亚力和巴-希勒尔称这种情况为均衡状态，并且也用到了罗尔斯(1971)的"反思均衡"(reflective equilibrium)的概念。这两位作者提出，"反思均衡的概念关键是以什么作为'立足点'"(1984, p. 3)。之后，他们问道，如何可以验证一个分配正义的理论是能够被采纳的。他们主张分配正义的理论和其他理论一样，为了考察这个理论的绩效必须用一些事实对其进行验证。但是，在这个特别的例子中，事实是，不能够来源于统计数据和经济计量的模型。它必须来源于"**被遵守的伦理判断或道德直觉**"(第 3 页，黑体字是他们书中的)。

普罗大众都有关于分配正义的观点。这个观点有时可能

非常含糊不清，在实际的问题中，它可能需要依靠特定的背景来对此进行思考；也可能依赖于文化或者时间而有所不同。但是在政治民主中，这个观念的存在也需要对其进行深入的考虑。斯科凯特(Schokkaert，1999)非常清楚这一点。他提出，在民主社会中其正义理论的重要先决条件和要素就是这个正义理论能够为公民所了解。正如罗尔斯(1971)所说，正义和公平是一个社会的基本结构，并且在公众中应该具有这些基本的制度。斯科凯特继续论述道，如果规范经济学家试图让这些分析在政治体系的决策中具有真正的影响力，他们必须考虑公民的观念和偏好，这些决定了社会的背景。公众对于某项特定政策的支持是其可行性的关键。对于生活在不同文化和地理环境下的不同社会群体，实证的研究能够给他们为可接受的正义概念提供一些信息。当然，公众的观念有时是愚昧无知或者是不合逻辑的。但是，至少在特定的环境下，一些公平的概念和对其专门的证明似乎更为公众所知晓。接下来我们将进一步讨论。

9.2 需要 vs. 品位——亚力和巴-希勒尔的方法

让我们继续讨论上面称为审议过程的观念。我们首先看讨论可公理化机制的问题。亚力和巴-希勒尔(Yaari and Bar-Hillel，1984)以及其他人验证了如下的分配机制：

(a) 在平等分配中的讨价还价。

这里考虑两个分配机制，也就是纳什讨价还价解和的亚力和巴-希勒尔方法。平等分配中的讨价还价意味着一旦不

能够达成一个协议，每一个个人或派别在进行讨价还价时，n 个派别都分到了总量的$\frac{1}{n}$。

(b) 从零开始讨价还价。

这里再次考虑两个分配机制，也就是纳什讨价还价解及亚力和巴-希勒尔方法，但是此时一旦这个威胁下不能达成一个协议，将导致所有人都一无所获。

(c) 强帕累托集合上的讨价还价。

这里，要求讨价还价被限制仅在利益所产生的真正冲突的那些领域中。换句话说，就是讨价还价在如下规则下发生："也就是，一旦不能够达成协议，每个代理人被给予所分配的部分，如果可以达成，则没有人能够再惠及任何其他人"(1984，p.5)。另外，讨价还价分别是根据纳什或者卡莱-斯莫罗廷斯基的方式进行执行。

(d) 最大最小化。

对于物品的分配，必须在分配之后进行，处于最不利地位的个人或派别将能够尽可能得到更多好处。

(e) 功利主义。

对于给定的物品束进行分配，必须满足总的个人效用结果至少和其他分配总的效用一样多时，才进行分配。

读者将会回想起在纳什讨价还价方法和卡莱-斯莫罗廷斯基解所要求的对称性公理，这个公理要求，如果个人是在效用信息方面不被区分的，那么他们在效用空间上的分配应当是一样的。这可以被解释为平等对待这些平等的人。

违背了平等分配的方式需要证明其自身有其合法性。亚力和巴-希勒尔对于其他评价标准的考虑是对于需要和品位

的差别来进行区分。他们讨论了信念(beliefs)。接下来,我们将首先聚焦于关于需要这个评价标准上面。我们将从需要这个方面出发,并且邀请读者来研究如下的状况,也就是从原始文本中所引用的话(1984, pp. 8～9):

问题1:一箱装满的货物中包含12个葡萄柚和12个牛油果,用来分配给琼斯和史密斯。给定如下的信息,并且这些信息也为这两个人所清楚:

- 医生诊断琼斯身体的新陈代谢所需要的维生素F,从每个葡萄柚中可以得到100毫克,但是不能从牛油果中得到。
- 医生诊断史密斯身体的新陈代谢所需要的维生素F,既能从每个葡萄柚中可以得到50毫克,也能从每个牛油果中得到50毫克。
- 琼斯和史密斯这两个人对于食用葡萄柚或牛油果的兴趣只不过在于能够给他们提供维生素F,并且越多越好。所有这种果实的其他的特征(诸如口味、卡路里)是无足轻重的。
- 在分配发生后,不能进行贸易交换。

如果分配必须是合理的,那么如何在琼斯和史密斯之间分配果实呢? 这个分配葡萄柚和牛油果的问题能够用如下方法更为简洁、更为技术化地表示。设 w 是水果的物品束,将要分给琼斯和史密斯,因此,我们有 $w=(12, 12)$。在食用这个水果产生维生素时,琼斯和史密斯有不同的新陈代谢的能力。因此,对于琼斯是 $u_J(x, y) = 100x$,对于史密斯是 $u_S(x, y) = 50x+50y$,这里 x 和 y 是葡萄柚和牛油果的数量。函数 u_J, u_S 可以被解读为纯粹技术性的。但是,我们将

它们视为两个人的效用函数。进而，函数能被视为具有基数效用的性质，使得在人与人之间能够进行计量单位(维生素的毫克)上的比较。

我们再次回溯到上面所列出的分配机制上。如何在琼斯和史密斯之间进行这 12 个葡萄柚和 12 个牛油果的分配？表 9.1回答了这个问题，例如在(J:9, 0; S:3, 12)上意味着琼斯得到 9 个葡萄柚和 0 个牛油果，而史密斯得到了 3 个葡萄柚和 12 个牛油果。注意，我们将平均分配来作为参考点。

表 9.1

机　　制	指定分配
平均分配	J:6, 6; S:6, 6
从平均分配开始的讨价还价(纳什)	J:9, 0; S:3, 12
从平均分配开始的讨价还价(Kalai-Smorodinsky)	J:9, 0; S:3, 12
从 0 开始的讨价还价(纳什)	J:12, 0; S:0, 12
从 0 开始的讨价还价(Kalai-Smorodinsky)	J:8, 0; S:4, 12
强帕累托上的讨价还价(纳什)	J:6, 0; S:6, 12
强帕累托上的讨价还价(Kalai-Smorodinsky)	J:6, 0; S:6, 12
功利主义	J:12, 0; S:0, 12
最大最小化	J:8, 0; S:4, 12

什么样的分配是合适的呢？在 1978—1980 年，亚力和巴-希勒尔提出了五个不同的分配模型(当然不是最基本的一些模型)来处理年轻的男女申请耶路撒冷的希伯来大学入学的方式。调查对象面对着两个版本的问题(Q1)。一个版本是希望受访者指出这五种分配中他们所认为最为公正的是什么。另外一个版本的问题是，由受访者来评价琼斯和史密斯

如何分配货物,“假定他们两个正需求公正的分配”(1984, p. 10, note 10),作者报告了这两个版本的所做出的分配的回应没有太多的差别。答案被列在了表 9.2 中。

表 9.2　问题 1:$n=163$

分　配	调查对象的百分比(%)
J:6, 6; S:6, 6	8
J:6, 0; S:6, 12	0
J:8, 0; S:4, 12	82
J:9, 0; S:3, 12	8
J:12, 0; S:0, 12	2

现在我们将回到亚力和巴-希勒尔的称为“维持生命”(tenability)的问题上来。正如读者将要看到的,作者的用词极为谨慎。“我们试图解释这个数量……例如,对于分配(J:8, 0; S:4, 12)相比分配(J:12, 0; S:0, 12)在道德直觉上显得更能够达成一致……的确,对于选择分配(J:12, 0; S:0, 12)将很难提出一个充分的理由……没有解释为什么这个分配将会运行,而直接诉求于现行道德直觉的实验设计的背景是非常的糟糕”(1984, p. 10)。

表 9.1 告诉我们,分配(J:8, 0; S:4, 12)能够通过按照卡莱-斯莫罗廷斯基定理,用最大最小化和讨价还价从 0 开始的两个机制实现。从我们第 7 章和第 8 章的讨论知道,这两个机制的哲学基础完全不同。这两个机制以同样的方法来解决一个给定的分配问题,但是是否就意味着它们在受访对象中受到了同样的欢迎呢?为了回答这个问题,亚力和巴-希勒尔以如下方式修正了问题 1(Q1)最初的状况。

用问题 2(Q2)代替问题 1(Q1)：

问题 2：

- 医生诊断，史密斯的身体新陈代谢所需要的维生素 F，从每个葡萄柚中得到 20 毫克，从每个牛油果中也得到 20 毫克。

这里问题 1 中“唯一”的变化是，史密斯的新陈代谢比原来所起的作用要低。用专业术语，这个问题现在可以表达为：

$$w = (12,\ 12)$$
$$u_J(x,\ y) = 100x$$
$$u_S(x,\ y) = 20x + 20y$$

作者进一步注释到，在表 9.1 中，除了一列之外的所有机制，所提出的分配和原初状况时的分配是一样的。相反，最大最小化，在问题 1 中选择(J:8, 0; S:4, 12)，而现在则是(J:4, 0; S:8, 12)。亚力和巴-希勒尔注意到，在表 9.1 中最大最小化是唯一的能够对于他新陈代谢的恶化进行补偿的机制。对于问题 2 来说，结果被列在表 9.3 中(当然，这些受访者不同于那些回答 Q1 问题的人)。

表 9.3　问题 2:n = 146

分　　配	调查对象的百分比(%)
J:6, 6; S:6, 6	4
J:4, 0; S:8, 12	82
J:6, 0; S:6, 12	4
J:8, 0; S:4, 12	7
J:12, 0; S:0, 12	3

实际上学生“投票”支持最大最小化，无论是在绝对项还是在相对于其他机制上都非常令人惊奇。

亚力和巴-希勒尔提出了一种可能，人们可能期待一些给定的明显的事实，这个问题呈现的是学生可以被视为需要(needs)的问题，此外，需要非容易被量化。

现在产生的问题如下：“多长时间”或者什么样的程度将会使得受访者乐意在史密斯的新陈代谢恶化时进行补偿，更是因为，与此同时琼斯鲜有的果实是要“毫无怜悯”地被削减(Yaari and Bar-Hillel，p. 11)？迟早，维持生命的问题会进一步引出补偿的问题性。因此，作者构思了另外一种相同的分配问题，成为问题 3(Q3)。除了第三段如下之外，其余都和问题 1 相同：

问题 3：

- 医生又诊断，史密斯的新陈代谢所需维生素 F，从每个葡萄柚中得到 9.1 毫克，从每个牛油果中也能得到 9.1 毫克。

用专门术语，这个状态表达如下：

$$w=(12,\ 12)$$
$$u_J(x,\ y)=100x$$
$$u_S(x,\ y)=9.1x+9.1y$$

其答案列在表 9.4 中。

最大最小化提出的分配是(J:2，0；S:10，12)，这里，两个人维生素的摄取量是相等的。表 9.4 展现了最大最小化没有前面的方法更具有吸引力。尽管它得到了最大数量的访问者的支持，但是其他的提议诸如在强帕累托集合上的讨价还

表 9.4　问题 3:$n=52$

分　配	调查对象的百分比(%)
J:6, 6; S:6, 6	17
J:2, 0; S:10, 12	38
J:6, 0; S:6, 12	27
J:8, 0; S:4, 12	6
J:12, 0; S:0, 12	12

价(J:6, 0; S:6, 12)和对于不需要“故事背后”的背景的平均分配,相比之前也获得了更多的支持。如果史密斯的新陈代谢缺陷将不断提高,是否最大最小化将会被完全放弃呢?我们不知道是否会这样。但是,亚力和巴-希勒尔调查表明,目前所提出的最大最小化的这种需求满足的均衡化标准,可能在有些点上与道德直觉产生冲突。

当在基本的问题上不依赖于需求而依赖品位的时候,将会发生什么呢?现在已经重新描述了琼斯和史密斯的状况1,区分了他们对于葡萄柚和牛油果之间不同的口味。考虑如下的状况:

问题 4:一箱货物包括 12 个葡萄柚和 12 个牛油果,这些被分给琼斯和史密斯两个人。给定如下的信息,并且也为这两个人所知道:

- 琼斯非常喜欢葡萄柚,并且希望买任何数量的葡萄柚,只要葡萄柚的价格不超过每磅 1.00 美元。他厌恶牛油果,因此他不会买牛油果。
- 史密斯既喜欢葡萄柚,又喜欢牛油果,并且只要这些价格不超过每磅 0.50 美元的价钱,他就会买任何数量的

这两种水果。

- 琼斯和史密斯在同样的收入纳税等级上。
- 在分配发生后，在不能进行交易。

如果分配是正义的，那么这些水果如何在琼斯和史密斯之间进行分配呢？

这个状况能够用术语描绘如下：

$$w=(12,\ 12)$$
$$u_J(x,\ y)=100x$$
$$u_S(x,\ y)=50x+50y$$

现在，这里的两个函数 u_J 和 u_S 是描绘具有同样收入纳税等级的两个个人愿意支付的情形。目前所提出的这个公式和一开始所给定的（对于问题 1）非常相同，注意到这点很重要。但是，这里所表示的信息是关于琼斯和史密斯的品位的信息，而先前，这两个函数所包含的信息是关于这两个人各自需求方面的。从社会福利主义的立场来看，如果它们导致了不同的效用信息，那么这个差别就很重要。其他的信息诸如个人效用的所表达的意义就不太相关联。读者可能会记得，这点在前面的章节中的各种各样的例子里涉及到，特别是在第 8 章。因为在问题 1 和问题 4 中，正如我们所看见的，效用的信息是完全相同的，一个“社会福利主义者的受访者”将对这两个例子采取相同的决策。表 9.5 展示了以色列的学生没有就这方面的反应。显然，重要的是他们是否涉及了需求或品位这样基础的问题。

必须注意到，在表 9.1 中所有给定的分配机制对问题 4 都主张同样的分配，正如他们对于问题 1 所提出的一样。很

表 9.5　问题 4: $n = 122$

分　配	调查对象的百分比(%)
J:6, 6; S:6, 6	9
J:6, 0; S:6, 12	4
J:8, 0; S:4, 12	28
J:9, 0; S:3, 12	24
J:12, 0; S:0, 12	35

明显，由于所给定的效用信息，这些机制不能够对这两个给定的分配问题给予区别。现在我们比较表 9.5 和表 9.2，我们将发现，这两个问题的答案的分布对于彼此都是非常不同的[作者也提到了卡方检验(chi-squared)，这个差别在分布上其显著性为 1%]。(J:8, 0; S:4, 12)的分布仍旧收到了相对较高的支持比率(但是，相比问题 1 却不如)，然而它却被(J:12, 0; S:0, 12)例如为功利主义所支持的比率超过。

现在，让我们将史密斯的支付意愿，通过这样一种技术性描述的方式变换为与问题 2 相同的问题。亚力和巴-希勒尔改动了问题 4 的文字，使得第三段现在读起来是这样：

- 史密斯对于葡萄柚和牛油果都同样喜欢，并且在价格不超过 0.20 美元每磅的价格下，他愿意买任何数量的葡萄柚和牛油果。

正如刚刚所表示的，现在的公式为：

$$w = (12, 12)$$
$$u_J(x, y) = 100x$$
$$u_S(x, y) = 20x + 20y$$

结果表示在表 9.6 中。

表 9.6 问题 5:$n=102$

分 配	调查对象的百分比(%)
J:6, 6; S:6, 6	12
J:4, 0; S:8, 12	6
J:6, 0; S:6, 12	7
J:8, 0; S:4, 12	28
J:12, 0; S:0, 12	47

这个结果非常有趣。尽管相当大部分数量的学生想要在问题 2 的状况下对史密斯新陈代谢减弱给予补偿(并且同时削减琼斯所分享到的);但在口味的这个例子中,这样的状况没有发生。在受访者中对于最大最小化有相当大幅度的下降(从问题 4 中的 28%到问题 5 中的 6%),并且很明显,回答功利主义的人数有大幅度上升(从问题 4 中的 35%到问题 5 中的 47%)似乎是因史密斯愿意支付的数量下降而对其的一种惩罚。

似乎在需求的例子中,以色列的学生对于最大最小化评价标准存在一种明显的嗜好,但是显然在不了解关于两者间分布规则的细节时,对于这种状况,他们则趋向于功利主义。

9.3 罗尔斯的公正公理——如何可行?

我们在第 7.3 节看到了,公正公理(Equity Axiom)是罗尔斯正义第二个原则的基础,也就是所谓的差别原则,要求经济上和社会上的不平等可以被接受的条件是使得这个社会最

为不利的成员得到最大的利益。读者会记得，对于只有两个人的社会，公正公理都特别需要，更为普遍的是，对于只有两个人的社会，一个人对于另外一个人的策略的改变都会对彼此具有影响。刷新一下我们的记忆，设有两种策略 x 和 y。假设个人 1 偏好 x 甚于 y，个人 2 偏好 y 甚于 x，并且无论是 x 或 y 最终将单独成为社会的结果，个人 2 的社会状况比个人 1 要好。我们了解了这些情况后，公正公理要求 x 将是社会偏好甚于 y。

是否有可能验证，个人按照罗尔斯的差别原则应用到他们的判断中呢？（当然，检验是一种间接式的方法；直接询问人们将会显得很幼稚。）这个问题我们将分成两部分来讨论。首先，我们希望了解是否人们的评价满足平等原则的要求。在第二步中，我们将问是否人们履行这个公理是无条件的，也就是一直关注那些社会状况最差的成员。这样如何可能做到呢？

在盖特纳（Gaertner，1992）的文章中，我们得到了如下的建议：考虑所谓扩展的两个人组合的排序 $\widetilde{R}_i$，$i \in \{1,2\}$，我们用 E^1 来表示：

$$\widetilde{R}_1:(y,\ 2)(x,\ 2)(x,\ 1)(y,\ 1)$$
$$\widetilde{R}_2:(y,\ 2)(x,\ 2)(x,\ 1)(y,\ 1)$$

这两行意义如下：两个个人都同意在政策 y 下对于个人 2 是最好的，这被认为比个人 2 在政策 x 下面要好。另外，个人 1 处于政策 x 下又优于处在政策 y。读者将会验证这两个人的组合反映了第 7.3 节的公正公理的结构。这两个人在评价政策 x 和政策 y 上的分歧与**他们自己的位置**是相关联的，但是他们都同意个人 2 的社会状况一直是较好的。

按照公正公理，x 将被认为是优于 y 的政策。现在，我们将通过增加个人 3 和个人 4 的扩展排序来增加基本的组合，因此延续了 E^1 的结构。例如，E^2 是：

$$\tilde{R}_1:(y,\ 3)(x,\ 3)(y,\ 2)(x,\ 2)(x,\ 1)(y,\ 1)$$
$$\tilde{R}_2:(y,\ 3)(x,\ 3)(y,\ 2)(x,\ 2)(x,\ 1)(y,\ 1)$$
$$\tilde{R}_3:(y,\ 3)(x,\ 3)(y,\ 2)(x,\ 2)(x,\ 1)(y,\ 1)$$

那么我们追问，所有的社会成员如何希望来决定状况 E^1，E^2，…。对于 E^1 来说，所有这些接受了公正公理的个人对选择项 x 将会是偏好的。目前，我们只关注社会中的一个成员。是否他将会发现 x 也是在状况 E^2 的偏好选择呢？如果"是"，是否同样的结论在 E^3，E^4，…上也成立？非常可能在一些时候，会接连不断地问，个人是否想要从"x 偏好甚于 y"转变到"现在 y 将是社会偏好甚于 x 的"？但是，也确实有可能存在一个给定的社会范围内，社会成员的评价将通常想要 x 社会偏好甚于 y，并且从而无条件地按照公正公理进行决策。

现在我们提到和讨论的这个状况能够在互联网[①]和其他

① 网址是 http://nts4. oec. uni－osnabrueck. de/mikro/darp. pdf. 我们给出的六种不同的学生的状况都在这里。所有这些情况都完全再现在 Gaertner 和 Jungeilges(2002)的文章中。所提到的 Osnabrück，我们的问卷有两个版本，一个是技术性的版本，一个是非技术性的版本(技术性的这里会论述，并且也能在网络上找到)。非技术性的版本没有使用专门的扩展排序这样的术语，但是提供了较为长的文字来表达了同样的"事实"。当然，每个学生都仅仅看到了一个版本。因为在以色列和波罗的海，我们使用了非技术性的版本，表 9.7 只给出了这个版本的结果。对于这两个版本而言，结果并没有显示出有任何差别，在两样本非参数检验基础上，给出的误差概率是 5%。

一些例子中发现。所有状况的结构都与我们上面的 E^1，E^2，…这样的组合相似。通常处于最差状况的个人(群体)有两个可选择项 x 和 y。处在社会状况最好的人将在 x 下选择而不是选择 y，而其他所有的人(群体)这些人相继地在 y 而不是在 x 下成为社会状况最好的。在 1989 年到 2002 年，这个状况和其他一些状况出现在 Osnabrück 大学的本科学生的班级中，并且出现在 1997 年到 1998 年的三个波罗的海国家的学生中，以及 1999 年以色列的学生中。这段时间的调查，学生还没有学习福利经济学的课程和诸如功利主义、罗尔斯主义以及博弈理论解这些分配正义的理论。

这里是我们所希望要关注的情况：

(o) 一个小型社会，收到一定数量的钱能够用来帮助和救助一个生理有缺陷的人，或者给一个聪明的孩子继续受教育，这个孩子将会获得良好的教育，学习语言和自然科学。设生理有缺陷的人是个人 1；如果总的钱数可能用来资助她(可选择项为 x)，她将能学会一些基本的技能，使她能够在日常生活中不再完全依赖于其他人的照顾。设聪明的孩子是个人 2；投资到教育中的用可选择项用 y 表示。这个人际间福利的排列可以写为：

$$(y,2)(x,2)(x,1)(y,1)$$

在你的看法中，哪个可选择项将要被实现，x 还是 y?

(a) 想象能够用来帮助生理有缺陷的人所需要用钱的总数非常大；另一方面，这笔钱对于孩子的教育而言，不仅仅能够帮助个人 2，还能帮助第二个孩子(个人 3)，这个孩子比个人 2 还要聪明。因此个人 3 将获得好处，即使获得一点点的

教育，因此人际福利排列可以假定为：

$$(y,3)(y,2)(x,3)(x,2)(x,1)(y,1)$$

我们在这样的条件下将会选择 x 还是 y 呢？

(b) 设想，如果这笔钱被用来负担可选择项 y，这将还能够使一个孩子受到教育（个人 4）。原因很简单，就是“规模经济”，或者事实上是一个天才的老师将能够同时对这几个孩子进行教育。假设其他所有的状况特征都和原来一样保持不变。现在，人际福利排序就写为：

$$(y,4)(y,3)(y,2)(x,4)(x,3)(x,2)(x,1)(y,1)$$

根据你的观点，你将会选择哪个，x 还是 y？

(c) 添加另外一个孩子（个人 5）在这个情形中，在给定的预算下，他能够受到语言和自然科学方面的教导。所有其他都保持不变，那么人际间福利排序现在是：

$$(y,5)(y,4)(y,3)(y,2)(x,5)(x,4)(x,3)(x,2)(x,1)(y,1)$$

你将想要选择 x 还是 y 呢？

显然，这些基本问题是分配特定的一笔钱给需要帮助的生理有缺陷的人（可选择项 x），或者用来教育一个（或多个）聪明的儿童。显然，无论做怎样的决策，这些聪明的孩子的社会状况通常要优于生理有缺陷的人。当我们用亚力和巴-希勒尔提出的不同的情况来比较现状的时候，我们能够用某些正当的理论主张现状反映需要方面。但是也包含了效率的方面，因为在人力资本上的投资通常会导致效率的提高。

我们的学生非常愿意扮演一个外部判断者的角色。换句话说，他们在这个处境和位置上的身份的认同仅仅是一个

间接的判断者。但是在仔细考虑后，这种要求在这个例子里不一定能实现。设想一个学生本身就是生理上有缺陷的或者其家庭成员中或其好友中有人承受着生理上的痛苦。当然，我们不知道这些，但是在这个例子中，这肯定有关系。

在表 9. 7 中，我们首先给出了在 1989—2002 年间，Osnabrück 学生的调查结果。对于表 9. 7 中，数字的解释 0 通常代表是选择可选择项 x，1 表示可选择项 y 的选择。

表 9. 7

次序				调查的年份 1989 $n=65$	1990 $n=93$	1993 $n=81$	1994 $n=63$	2002 $n=86$
0	0	0	0	0. 723	0. 581	0. 494	0. 603	0. 407
0	0	0	1	0. 046	0. 086	0. 062	0. 016	0. 035
0	0	1	0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0
0	0	1	1	0. 077	0. 151	0. 148	0. 095	0. 174
0	1	0	0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0
0	1	0	1	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0
0	1	1	0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 012
0	1	1	1	0. 077	0. 086	0. 173	0. 143	0. 233
1	0	0	0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0
1	0	0	1	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0
1	0	1	0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0
1	0	1	1	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0
1	1	0	0	0. 0	0. 011	0. 0	0. 0	0. 0
1	1	0	1	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0
1	1	1	0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0	0. 0
1	1	1	1	0. 077	0. 086	0. 123	0. 143	0. 140
转变(%)				19. 8	32. 1	38. 3	25. 4	44. 2
公正公理的实现(%)				92. 3	90. 3	87. 7	85. 7	86. 0

为了更为详细地说明，例如，序列“0000”指的是那些在所有事情上做出的决策都是偏好于 x 的学生。“0001”，“0011”和“0111”表示这些在一个点上决策来修正他们原初判断的受访者的结论。在每列中的数字给出的百分比表示每项本科生回答所占的总体比例。对于一个修正或“转变”的相对频率包含在表中的倒数第二行中。所有这些序列，以 0 开始代表那些满足公正公理的学生。相应的，所有这些序列开始时是 1 的，表明违反了公正公理。满足公正公理学生的百分比在每这个表的最后一行给出。

现在我们试图解释我们的发现。我们这个研究开始于 1989 年。在所有的例子中，给生理有缺陷的人钱，也就是无条件的，是受到非常强烈支持的(72.3%)。仅有 7.7%的受访者想要将这笔钱给予那些聪明的孩子。在开始，那些想要试图修正他们最初的决策，更加偏好去帮助生理缺陷的人占了学生的 19.8%。在第一或第二“回合”后，试图修正他们的决策的人都是同样的(7.7%)。总之，有 92.3%的受访者履行了公正公理。

现在，当我们检验接下来的几年时，我们必须说明，对于无条件的支持生理有缺陷的人的比例或多或少地开始持续下降。同时，无条件支持孩子受到教育的人数也在第一回合就开始变化(从 1989 年的 7.7%变为了 2002 年的 23.3%)。在这些年中，趋于一种稳定的增长。所有这些发展反映了对于公正公理履行的稳定的下降，并且与此同时，修正最初决定的想法开始不断增加(后者从 1989 年的 19.8 上升到了 2002 年的 44.2%)。

这种随着时间演变的倾向或差别，能够用卡方(χ^2)检验，

其中假设 H_0 是在任何两组(年)的受访者都是同分布的。在1989年和1993年,以及1989年和2002年之间,其检验的结果是:H_0 假设在5%的显著性水平下被拒绝。进一步,在1994年和2002年之间,H_0 假设在10%的显著性水平下被拒绝。因此,统计分析证实了纯粹的描述性比较:这些受访者有相当一部分从无条件支持社会条件状况最糟糕的人转变为了较多关注社会状况较好的一些人。

是否这是因为文化、政治或社会背景的原因,在上面所给定的状况中起了作用呢?这个问题迄今为止我们不能够检验。人们可能会转向这个问题,如果社会、政治或历史背景将根本不重要的话,这才会令人感到惊讶。这个问题非常复杂并且必须极为小心谨慎地给出答案。我们邀请读者查阅我们在1999年从以色列和1997—1998年(表9.8)调查中所得到的结论。

表9.8包含了两个令人惊讶的事实。一个是在1999年,在以色列调查的结果和在Osnabrück 1989—1990年调查的结果非常接近。另外一个令人吃惊的事实是,在波罗的海的调查结果却极为不同。我们必须承认,在现在的例子中学生的样本非常小,但是在2001年,我们能够在波罗的海重复这项调查,这次仅仅在立陶宛,也得到了和1997—1998年差不多相同的结论。毫不夸张地说,人们能够认为1989年到1990年在Osnabrück所做的调查和在1999年在以色列的调查与在波罗的海所做的是“不同的世界”。有什么理由可以这样说呢?首先一个原因,最为可能的是在苏联解体后波罗的海特定的历史和政治状况。因为天才儿童的教育代表着获得更多的效率,对于重建和经济增长的强调,可能能

够解释波罗的海受访者的评价结果。并且，也不能忽视的是，从 Osnabrück 学生更近一些时段的图表中，有一些离开了无条件支持社会状况最差的人这样的观念，而转变为更加强调效率方面。

表 9.8

次	序			以色列(1999) $n=46$	波罗的海(1997/1998) $n=67$
0	0	0	0	0.609	0.030
0	0	0	1	0.0	0.0
0	0	1	0	0.021	0.045
0	0	1	1	0.174	0.179
0	1	0	0	0.0	0.0
0	1	0	1	0.021	0.015
0	1	1	0	0.0	0.045
0	1	1	1	0.109	0.343
1	0	0	0	0.0	0.015
1	0	0	1	0.0	0.015
1	0	1	0	0.0	0.015
1	0	1	1	0.0	0.030
1	1	0	0	0.0	0.015
1	1	0	1	0.0	0.015
1	1	1	0	0.0	0.0
1	1	1	1	0.065	0.239
转变(%)				28.3	52.2
公正公理的实现(%)				93.5	65.7

9.4 何去何从

读者最可能从前面章节中这些初步涉及实证社会选择的作者那里获得的，是对于抽象的社会选择理论最为重要的补充。这个观点从本章一开始就已经提出。但是，是否在这些不同的国家中，给予这些学生的调查的情况太为幼稚呢？亚力和巴-希勒尔认为他们所得到的调查的目的是“仅仅一个一般性的结果，我们从我们工作中所得到的，迄今为止是满足分配正义的理论的，也将肯定会具有相当重要的细节和适用性”(1984，p. 22)。并且，他们继续论述道，“全面解决的方案和包含世界的理论不大可能适合于处理错综复杂的如何分配这样的问题”(p. 22)。

我们将会说明，我们的现状相比上面所提到的学生进行评价更为复杂(见 Gaertner，1992，1994；Gaertner et al.，2001，2002)。例如，考虑一个例子，把一笔钱给撒哈拉非洲的不同国家以便缓解这个地区的饥荒，或者将这笔钱给我们本国用来进行环境保护项目。另外一个状况是，关注相对较为贫困的国家，或者在世界市场上帮助购买非常急需的透析仪器，或者进口维生素与新鲜的水果给孕妇和婴幼儿。显然，这些例子比第 9.2 节和第 9.3 节所描述的状况要复杂得多(例如，这些例子中的一个特征是，这些不同的项目仍旧没有详细地说明多少人将会受到影响)。依据所遵循的伦理判断的结果非常分散。总之，我们仍旧强烈关注那些社会最为弱势的群体，但是另外一方面也会考虑生产率和效率——在某

种程度上直接和未来的一代相关——这些导致了激烈的争论。

在近二十年的时间里,实证社会选择已经获得了长足的发展。有很多方面值得我们去关注。例如,当个人涉及一个特定的分配问题时,是否个人按照经济学家所重视的帕累托效率来执行呢?哪种程度上人们对公平的解有兴趣?是否成就和更高的生产率就是收益呢?在他们评价收入或财富被重新分配时,人们是否遵循庇古—道尔顿(Pigou-Dalton)转移原则呢?

贝克曼等(Beckmann et al.,2002)已经证明了嫉妒和恶意是阻止帕累托改进的强有力的动机。恶意涉及一个状态,当处在较低收入水平的接受者获得收益后超过了评级者时,这里评价的人将会反对帕累托的收益。当一个受益者超过这个评价者的状况时,嫉妒表示反对帕累托的收益。当收益扩大到越来越多的个人时,对于帕累托改进的反对者将会减少。贝克曼等的这个发现非常有趣地涉及了不同的文化。

Konow(2001)检验了其他的一些方面,即责任性原则。一个人应有的权利依赖于对于可分配的变量的产出和这个人所感知的投入到产出的这个变量。在如何实现正义产出正义分配这个问题上,所谓的可控变量是与外生变量相区别的。可控变量是影响产量并且能够被个人所影响的(如他努力工作);外生变量不能够被个人所影响,但是却能影响产量。Konow 发现,按照个人努力贡献进行的分配是相对公平的,然而,一个不平等的分配则是由于一个明确的外生的差异而被视为是不公平的。

庇古—道尔顿转移原则说明了,从一个富人转移到一个较为贫穷的人通常能够减少不平等。这个原则在不平等分析中是一个基本公理。是否在大规模范围内的公众也能够被满足呢? Amiel 和 Cowell(1999)使用学生受访者,进行了持续了几年的广泛的国际问卷实验。他们发现,在不同收入状况下,包括在不同群体中进行转移,这个原则的一致性仅仅大概是 20%。当然,这个百分比高于在极端情况下如从"富人"到"穷人"之间的转移。

我们刚刚所谈及的这些问题组成了目前实证社会选择研究的一部分问题(进一步的细节见 Konow, 2003)。

9.5 简短总结

第 7 章处理了分配正义的问题并且提出了不同的解的概念。第 8 章讨论了合作讨价还价中不同的方法。在这一章一开始,我们引用了巴-希勒尔(Bar-Hillel)和亚力(Yaari)谈及的分配正义理论,如同经济学中的其他理论一样,为了了解是否适用时,必须进行验证。但是在这个背景下,事实不能通过经济计量分析来检验,但是可以基于对于道德判断或道德直觉的观察来检验。亚力和巴-希勒尔可能是第一个有系统地进行调查是否"公众"直觉按照正义和公平的基本原则进行的人。博弈论在这些年已经做出了很多实验分析;实证社会选择是一个相对较为新的现象。

亚力和巴-希勒尔发现,当需求作为普遍的特征,相对于品位作为主导时,同样的分配问题将会有非常不同的解决方

式。例如,在需求这样的状况中,受访者的答案或选择将主要可以用罗尔斯的最大最小化原则进行解释。

后者的原则也是许多调查的中心。在研究中绝大多数的问题都是从金钱或其他值得需要的商品能够分给状况糟糕的人或是给状况好的人来开始的。这个问题是,**无条件分配给**状况最糟糕的人是否值得,这就与罗尔斯主义的最大最小化假设相符合。换句话说,是否配置的决策被独立于状况最好的人做出,如果有价值的项目给他们这些人,谁将会获得收益;或者是否这个决定能够给予集体收益正面的影响?不出意料,这些都在这个背景中产生有影响,但是文化和政治背景也影响着个人对于这些的评价判断。

9.6 练习

我们引用了亚力和巴-希勒尔的经验性研究。琼斯的效用函数是 $u_J(x, y) = 100x$,斯密的效用函数是 $u_S(x, y) = 50x + 50y$。

1. 给定这两个效用函数,和初始禀赋 $w = (12, 12)$,绘制对于琼斯和斯密的可行效用分配的集合。
2. 计算对于这两个人从 $d = (0, 0)$ 的纳什解和卡莱—斯莫罗廷斯基解的效用值。
3. 计算从平均分配开始,即 $d = (600, 600)$ 开始的纳什解和卡莱—斯莫罗廷斯基解。
4. 计算在强帕累托集合上的两个讨价还价解。d 的坐标是什么含义?

5. 计算功利主义解和最大最小化解。

推荐阅读

Gaertner, W. and Jungeilges, J. (2002). 'Evaluation via Extended Orderings: Empirical Findings from Western and Eastern Europe'. *Social Choice and Welfare*, 19: 29–55.

Konow, J. (2003). 'Which is the Fairest One of All? A Positive Analysis of Justice Theories'. *Journal of Economic Literature*, 41: 1188–1239.

Schokkaert, E. (1999). 'Tout-le-monde est "post-welfariste". Opinions sur la justice redistributive'. *Revue économique*, 50: 811–831. Available in English as: 'Mr. Fairmind is Post-Welfarist. Opinions on Distributive Justice'. Discussion Paper DPS 98.09. Catholic University of Leuven, Department of Economics.

Yaari, M. E. and Bar-Hillel, M. (1984). 'On Dividing Justly'. *Social Choice and Welfare*, 1: 1–24.

历史文献

Yaari, M. E. and Bar-Hillel, M. (1984). 'On Dividing Justly'. See above.

10

进一步延伸

在最后一章里，我们想要尝试在社会选择理论中稍微超越一些入门的介绍。延伸超越意味着在下面章节中所要讨论的问题不是属于社会选择理论的“核心”，尽管它们也牵涉到了非常有趣和重要的问题，毫无疑问，它们中的每一个都已经在这近15—20年的时间里被人关注，并且进行了深入讨论。超越和延伸意味着如果合适的话，我们希望至少能够涉及一些正式的分析。我们将首先对在连续空间中的加总规则进行分析讨论，并且也会讨论另外一个不可能性的结果。然后，我们将考虑在个人具有单峰偏好的群体中如何配置有限个可分割商品的问题。最后，我们将考察选择自由(freedom of choice)的问题，事实上这在一些方面已经完全超越了社会选择的范畴。

10.1 在连续空间上的社会选择规则

在前面大多数的章节中，我们考虑了可选择项是有限个集合，而在不同的情况下来

寻找适当的加总程序。第 8 章是个例外，我们讨论了在效用空间上的不同的讨价还价解，也就是，在 n 维欧氏空间中的讨价还价解。但是在第 8 章中，我们是从物理对象或社会结果这样的有限集合开始的。只有通过引入乐透概率，我们才最终得到在 $\mathbb{R}^n$ 上的一个凸空间。目前这节中，我们的出发点是一个多维的选择空间。读者可能已经从一般均衡理论的课程中了解了这样的空间。在这个领域中，其中一个就是致力于探索市场需求和供给的均衡条件是什么。供给和需求函数或者从一开始就被假定为是连续的，或者通过引入公理使得这些函数成为连续的。不严格地说，连续性意味着在函数定义域上“微小”的改变不能够在函数的范围内导致“巨大”的变化(例如，一个相对价格微小的变化导致了对特定商品的需求也是微小变化的)。应用到目前加总规则的背景之下，连续性意味着在给定的社会偏好组合的微小的改变也只会导致在总体结果上产生一个微小的变化。

这绝对不是像在离散可选择项的有限集合下，阿罗式的框架中那种著名的加总规则。考虑下面四个人的严格偏好的组合：

1	2	3	4
x	y	z	v
y	z	v	x
z	v	x	y
v	x	y	z

在这种情况下不存在孔多塞赢家，并且博尔达规则声称所有这四个可选择项是社会平等所欲求的。当我们通过对调

可选择项 x 和 v 来“稍微”改变第二个人的排序，以便我们得到 $2'$：$yzxv$，现在，我们得到了孔多塞赢家的存在，也就是选择 x，并且同样的结果通过博尔达方法也能够实现。我们看到，相对微小的改变在个人 2 排序中就产生了唯一的赢家，与改变之前的结果异常不同。

或者考虑如下五个个人的组合：

1	2	3	4	5
x	y	z	x	z
y	v	v	v	x
z	x	y	z	v
v	z	x	y	y

在这种情况下，x 是孔多塞赢家并且根据博尔达规则，x 也是胜出的(wins)。现在，在个人 2 的偏好排列中将 x 和 z 对调，那么 z 就变为了孔多塞赢家，并且在博尔达方案中也是选择可选项 z。

在第 6.3 节，我们提到了道奇森(Dodgson)提出的例子，即没有孔多塞赢家的存在也能够被解释成一种差距减小到最小限度的过程。那么，我们引入凯梅尼(Kemeny)度量标准来定义两个二元关系之间的差距。凯梅尼的方法是寻找出一个排序能够被作为全体一致的社会排序，使得其能最为接近给定的社会偏好组合。在有限数量的框架中，如果没有阿罗式的框架，就不可能讨论连续性，贝金特(Baigent，1987b)和其他人引入了邻近保留(proximity preservation)的概念。这个概念是基于偏好的度量标准，要求对于个人偏好的微小的变化反映到社会偏好的结果中仅仅只能导致一些微小的改变。

是否这个性质在有限数量的框架内成立呢？我们将返回到我们曾经讨论的在 n 维欧氏空间的连续加总函数的问题上来。

齐齐尔尼斯基(Chichilnisky，1980，1982)曾经致力于讨论连续加总规则的存在性问题。这位学者论述到，连续性的规则将不仅仅是一个自然的特性，也是在个人偏好相对于微小的变化不太敏感的较为可取的加总规则。她解释道，“在可识别的偏好中所犯的错误并不是很致命。它也允许人们能够在个人偏好样本的基础上接近于社会偏好”(1982，p. 337)。与其说犯错误，倒不如说，避免错误是对于一个理性个人偏好，然后决定社会结果的社会计划者最有用的立场。

为了说明齐齐尔尼斯基(Chichilnisky)的发现，我们必须进行一些更为正式的介绍。考虑选择空间 X，其中包含了 n 维欧氏空间 $\mathbb{R}^n_+$ 中正象限。设 X 是在 $\mathbb{R}^n_+$ 上的一个立方体。每个个人偏好 p_i 是在可选择项空间上的局部的可积向量场 C^1。这意味着在 X 上的每一个可选择项 x，其属于在一个微分流行上的向量 $p_i(x)$，这个微分流行①表示出了效用增长的最大的方向。这个向量的方向则是在与 x 无差异平面的切面相切的平面上。如果考虑是正常的偏好，因此这个向量的方向要比其长度显得重要。因此，假设所有的向量其长度是1。假设所有的偏好都是连续可微的并且局部可积，因此它们能够局部地用光滑的效用函数来表示。偏好 P 的空间被定义为在选择空间 X 上的所有可积单位向量场 C^1 的集。P 的一个重要的子空间是所有线性偏好排序的集合 Q。在 X 中

① 微分流行也称“differentiable manifold，”是指一个被赋予了光滑结构的拓扑流形。

存在常数向量场。这样的偏好能够通过线性效用函数来表示，并且它们的无差异平面也是超平面，也就是例如在 $\mathbb{R}^2$ 上的直线。

在社会中存在 n 个个人。对于个人偏好的一个社会加总规则是一个函数，其指定了个人偏好的 n 元组，也就是，对于在 P 上的社会偏好有每组 $(p_1, \cdots, p_n) \in P^n$。如果 Φ 代表一个社会的加总规则，我们得到了：

$$\Phi: \underbrace{P \times \cdots \times P}_{n倍} \rightarrow P$$

根据齐齐尔尼斯基(Chichilnisky, 1980, 1982)论证，这个规则 Φ 必须满足如下三个性质。首先，社会偏好必须以一个连续的方式定义在每个最为欲求的选择方向上。Φ 的连续性被定义为在偏好空间中有一种收敛的方式，这意味着在 P 中邻近的偏好是等价于它们无差异平面的邻近偏好。当我们研究图 10.1(a)—(c)，这就非常清楚。第二，选择规则 Φ 被假设为满足匿名性的条件，也就是 $\Phi(p_1, \cdots, p_n) = \Phi(p_{\sigma(1)}, \cdots, p_{\sigma(n)})$，这里 $\sigma(1), \cdots, \sigma(n)$ 表示任意整数 $\{1, \cdots, n\}$ 集合的排列。第三，加总规则 Φ 必须尊重全体一致，也就是对于所有的 $p \in P$，有 $\Phi(p, \cdots, p) = p$。

注意，这里所定义的尊重全体一致的条件要比弱帕累托原则弱，因为它仅仅要求这里的所有的偏好组合是相同的。匿名性的条件强于阿罗的非独裁条件，因为匿名性要求平等地对待每个代理人的偏好，而阿罗的条件仅仅禁止极端参差不齐的区别对待。齐齐尔尼斯基(Chichilnisky, 1980, 1982)得到了如下不可能性的结论。

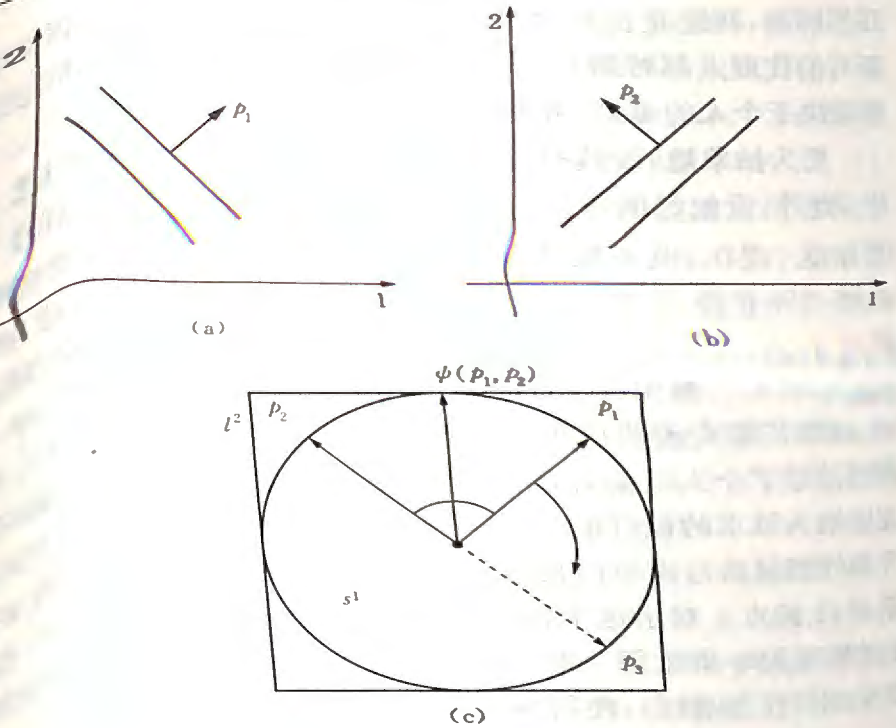


图 10.1

定理 10.1(连续加总的不可能性) 任意连续的社会加总规则 $\Phi: P^n \to P$ 不能够同时满足匿名性和全体一致性。

这个结论的证明将会超越目前的章节的范围。但是,对细节感兴趣的读者可以查阅原始文献或查阅贝金特(Baigent, 2002)文章的(第 2 章和第 6 章)。齐齐尔尼斯基(Chichilnisky, 1982)对于不可能性的结论给出了一个漂亮的几何方法说明。萨里(Saari, 1997)和贝金特(Baigent, 2002, section 2)将其转化为了一个沙滩派对的问题:有一个

环形的湖,问题是由一些个人来决定在湖的哪一边开派对。所有的代理人都对湖有一个可能地点的偏好。这个群体的选择取决于个人的偏好,并且将会是连续性的。

更为抽象地,设选择空间 X 是二维的,单位立方体记为 I^2。此外,设偏好的空间仅仅由线性偏好构成。这个空间被记为 Q。现在,设 o 是 X 的中心。那么,每个偏好 Q 能够用在环 S^1 上的点来表示。让我们来更详细地说明这些。图 10.1(a)~(c)将会进一步来说明这些。我们假设这里只有两个个人。图 10.1(a)描绘了个人 1 偏好的线性无差异平面,这里的箭头表明这里最为欲求的偏好方向。图 10.1(b)同样描绘了个人 2 偏好的线性无差异平面,这里的箭头表明这里最为欲求的偏好的方向。在这个特殊的例子中,每个线性偏好能够独自为单位长度的一个向量 p 来表示,也就是在环 S^1 上的点。对于这个特殊的例子,这个定理陈述了存在非连续性映射 ψ 指定每一对(p_1, p_2)在环 S^1 上,第三个点 p 在环 S^1 上(社会偏好),使得满足:

$$\psi(p_1, p_2) = \psi(p_2, p_1),\text{ 并且}$$
$$\psi(p_1, p_2) = p_1 = p_2,\text{如果 } p_1 = p_2\text{(全体一致性)}$$

齐齐尔尼斯基通过加总规则的方法阐明了她的不可能性结论,这个加总规则是一种平均规则(averaging rule)。设 p_1, p_2 是在 S^1 上的两个向量,并且设 $\psi(p_1, p_2)$是在 p_1 和 p_2 之间顺时针方向上的角距离一半所决定的方向上的单位向量。现在,设 p_1 绕着单位环 S^1 顺时针进行旋转。那么就 $p_1 \rightarrow p_2$, $\psi(p_1, p_2)$ 必须收敛到 p_3。另一方面,因为全体一致性,$\psi(p_1, p_2)$必须也收敛到 p_2,和 p_1 收敛到 p_2 一样。

因此，这个匿名性选择规则就表明在连续性和全体一致性之间会产出冲突。同样的问题，如果这个规则被指定在 p_1 和 p_2 之间较大的角距离的一半，那么群体选择 $\phi(p_1, p_2)$将从 p_3 左边的位置移到 p_3 的右边，也是同样的问题。

是否齐齐尔尼斯基(Chichilnisky)的不可能性定理转换为可能性的结论呢？在这个沙滩派对的问题中，诸如一个约束要求在环 S^1 上的一个地点是不能够进行派对的。这个拓扑条件被称为收缩性条件，这被齐齐尔尼斯基和希尔(Chichilnisky and Heal, 1983)引入到社会选择理论中。大致说来，一个可收缩的空间在其内部是不能存在空洞的，因此，是使其能连续收缩到其自身的一个点上。例如，这个圆由于它没有空洞，因此能够收缩。考虑一个凸空间 X，取 n 元组的点$(x_1, \cdots, x_n)$，每一个点都在 X 上，并且指定它们的加总为 y 在 X 上的另一个点。按照数学上的术语，必须能够有一个从 X 上的 n 倍乘积映射到 X 自身，也就是 $g: X\times\cdots\times X\rightarrow X$。设 g 满足连续性，在 X 是凸性的条件下，如下连续性加总规则是可能的：$g(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$，这里是凸性的加成(convex addition)。

返回到在 $\mathbb{R}^2$ 上的环，这个几何图形不是收缩的。对于一个正方形或三角形也同样成立。但是，在这个环形的例子中，如果存在一个凸锥形的方向，无论其多小，将没有代理人会有他最偏好的方向，偏好的空间将成为收缩的。齐齐尔尼斯基和希尔(Chichilnisky and Heal, 1983)证明当且仅当偏好空间 P 是收缩的，那么存在一个社会选择规则从 P^n 到 P 是连续的、匿名的，并且尊重全体一致性。现在我们在齐齐尔尼斯基和希尔要求的空间 P 上加上满足特定的额外的技术

条件，也就是拓扑的要求。

在这个有限的框架中，我们最后回到邻近保留的问题上。我们使用这个观念和说明，是为了证明追溯到贝金特(Baigent，1987b)的一个不可能性结论上。设 ε 代表在 X 上的所有偏好排序。结果，我们将考虑偏好排序组如 $\bar{R}=(R_1, \cdots, R_n)$，$\bar{R}'=(R_1', \cdots, R_n')$，等等，代表了 n 个个人的排序。和第 6.3 节相类似，我们将引入在 ε 上的距离函数，也就是 $d: \varepsilon^2 \to \mathbb{R}_+$。定义一个在 ε 上的度量标准为距离函数 d，定义偏好排序，具有在第 6.3 节中的三个性质。

如果 d 是在 ε 上的任意度量标准，那么在组合上的度量标准将被定义如下。对于任意两个组合 $\bar{R}$ 和 $\bar{R}'$，我们定义 $\Delta_d(\bar{R}, \bar{R}')=\sum_{i\in N} d(R_i, R'_i)$。现在，我们能够定义对于社会福利函数 f，保留邻近(preserve proximity)意味着什么(Baigent，1987b)。

邻近保留 如果在 ε 上存在任意单位度量 d，满足对于任何的组合 $\bar{R}$，$\bar{R}'$ 和 $\bar{R}''$，有：

$$\Delta_d(\bar{R}, \bar{R}') < \Delta_d(\bar{R}, \bar{R}'')\text{，意味着}$$
$$d(f(\bar{R}), f(\bar{R}')) \leqslant d(f(\bar{R}), f(\bar{R}''))$$

那么一个社会福利函数 f 是保留邻近的。

尽管是在连续性加总的背景下，全体一致性和匿名性还是满足前面所定义的性质。因此，这里不需要再重新定义一遍。贝金特(Baigent，1987b)的结论是：

定理 10.2 不存在一个社会福利函数是匿名性的、尊重全体一致性和保留邻近的。

我们不再给出这个定理的证明，但是将简单提供一些在

两个人和两个可选择项下的例子对此结论进行一些阐明，这也是贝金特(Baigent，1987b)所做出的。

设存在两个可选择项 a 和 b，并且假设两个人只具有严格偏好。当这仅有的两个偏好可能在 a 和 b 中进行选择，或者 aPb 或者 bPa。我们定义：

$$\bar{R} = (aP_1b,\ aP_2b),\ \bar{R}' = (bP'_1a,\ bP'_2a),$$
$$\bar{R}'' = (bP''_1a,\ aP''_2b),\ \bar{R}''' = (aP'''_1b,\ bP''_2a)$$

对于在 ε 上的任意单位度量 d，在组合$\bar{R}''$和$\bar{R}$之间的距离可以用如下方程表达：

$$\begin{aligned}\Delta_d(\bar{R}'',\ \bar{R}) &= d(bP''_1a,\ aP_1b) + d(aP''_2b,\ aP_2b)\\ &= d(bP''_1a,\ aP_1b) > 0\end{aligned}$$

由在 ε 上的单位度量的特殊性质所得。

同样，组合$\bar{R}''$和$\bar{R}'''$可以用如下方程表达：

$$\begin{aligned}\Delta_d(\bar{R}'',\ \bar{R}''') &= d(bP''_1a,\ aP'''_1b) + d(aP''_2b,\ bP''_2a)\\ &= 2\Delta_d(\bar{R}'',\ \bar{R})\end{aligned}$$

因此，$\Delta_d(\bar{R}'',\ \bar{R}) < \Delta_d(\bar{R}'',\ \bar{R}''')$。换句话说，相比接近$\bar{R}'''$而言，组合$\bar{R}''$更为接近$\bar{R}$。

现在，我们来检验是否这个邻近关系对于社会偏好 $f(\bar{R}'')$、$f(\bar{R})$和 $f(\bar{R}''')$也成立。如果社会福利函数 f 尊重全体一致性，那么 $f(\bar{R})$得到 aPb，而不等于 $f(\bar{R}')$所推出的 bPa。因此，或者有 $f(\bar{R}'') \neq f(\bar{R})$，或者是 $f(\bar{R}'') \neq f(\bar{R}')$。假设 $f(\bar{R}'') \neq f(\bar{R})$ 意味着 $d(f(\bar{R}''),\ f(\bar{R})) > 0$。如果 f 是匿名性的，$f(\bar{R}'') = f(\bar{R}''')$ 必定成立。这就意味着 $d(f(\bar{R}''),\ f(\bar{R}''')) = 0 < d(f(\bar{R}''),\ f(\bar{R}))$。因此，虽然$\bar{R}''$更为接近$\bar{R}$，

而不是$\bar{R}'''$，$f(\bar{R}'')$却更为远离 $f(\bar{R})$，而接近 $f(\bar{R}''')$。

如果 $f(\bar{R}'') = f(\bar{R})$，那么 $f(\bar{R}'') \neq f(\bar{R}')$。如果是这样，那么一个同理可证，也就是 $d(f(\bar{R}''), f(\bar{R}''')) < d(f(\bar{R}''), f(\bar{R}'))$，然而，组合$\bar{R}''$和 $\bar{R}'''$之间的距离要大于$\bar{R}''$和 $\bar{R}'$之间的距离。这就证明了社会福利函数不能够满足邻近保留的条件。很有意思的是，传递性在个人偏好的关系中和社会偏好的关系中都没有被使用到。这就意味着这个问题表明了其对于社会福利函数没有约束。贝金特证明了这个问题也出现在社会选择函数中。

10.2 统一规则

本章的第二个主题是讨论无限个可分性商品的分配问题，比如说，一种大宗消费品 M，在一群均是单峰性偏好的个人中进行分配。从第 3 章和第 5 章我们学会了单峰性偏好的个人意味着每个人都有最为偏好的商品水平。一般而言，对于不同的个人有不同偏好的消费水平。进而，一个个人从一个峰值移开到任意一个方向，对于这个个人而言都会是件糟糕的事。是否有“公平”分配呢，也就是存在一个规则或解能够很好地完成这个任务呢？

最简单的情形是，对于代理人的分配的总量是完全平均分配总的偏好消费水平。那么每个个人将会得到他偏好的消费水平。如果这里的分配量是少于偏好水平的总量或者多于偏好水平的总量，那么将会发生什么呢？

如果相当于分配一些消费品，读者可能想要知道为什么

在多于偏好水平的例子中,“剩余的”不能够再被分配。在这个分析中,自由处置是不被允许的。考虑如下状况,在这里的自由处置将根本没有意义。一个例子就是,在有些生产过程中,某些特定的工作必须去做。斯普鲁蒙特(Sprumont, 1991)给出了一个例子:一群代理人参与到某项生产中。每个人都贡献一定量的同质的劳动投入到这个生产中。所需工作总量是一定的。所有的代理人同意他们按劳进行产出比例的分配。斯普鲁蒙特提出这样一个背景,参与者的偏好水平将是单峰性的:“每个代理人都有一个最优的份额,并且具有效用单调递减性”(1991, p. 509),所有代理人的最优份额才能达到工作所需的总量。相比这个最优的量而言,他们可能贡献较少或过多的量。在这个生产过程中,每个人将如何决定他们的配额呢?

在不均衡价格下的定额配给是另外一个例子。想象两个商品的经济,在不均衡下,出于这样或那样的理由,这里的价格是被死卡固定住的。然而,又必须进行分配,因此,就必须设计出一个定量配给的体制。如果在两维空间中,这些代理人的偏好关系是严格凸的,那么当预算线受到限制时,这些偏好就是单峰性的。

为了更确切地说明这些,我们必须引入一些概念。设 $M \in \mathbb{R}_+$ 是一定的无限可分的商品,被分配给集合为 $N = \{1, \cdots, n\}$ 的个人。每个人 i 被假设拥有一个在 $\mathbb{R}_+$ 定义下的连续性偏好关系 R_i,在 R_i 关系中,P_i 是严格偏好关系,I_i 是无差异关系。这些偏好关系都被假设为是单峰性的。对于每一个 R_i,存在一个数 $p(R_i) \in \mathbb{R}_+$,满足于对于所有的 x_i, $x'_i \in \mathbb{R}_+$,如果 $x_i < x'_i \leqslant p(R_i)$ 或 $p(R_i) \leqslant x_i < x'_i$,则

$x_iP_ix_i'$成立。我们称 $p(R_i)$为 R_i 的偏好水平或偏好峰。设$\mathcal{R}$是所有定义在 $\mathbb{R}_+$ 上的这类偏好关系，并且设 $R=(R_1, \cdots, R_n)$ 是定义在 $\mathbb{R}_+$ 上的 n 个连续偏好关系的组合，并且其约束为在区间$[0, M]$上。给定 $\bar{R}\in\mathcal{R}^n$，则 $p(\bar{R})=(p(R_1), \cdots, p(R_n))$ 是偏好消费水平的组合。

按照汤姆森(Thomson, 1994a, b)理论，一个单峰偏好关系 $R_i\in\mathcal{R}$ 能够用函数 $r_i:[0, M]\to[0, M]$ 所描绘，其中定义如下：$r_i(x_i)$是如果存在消费品，在个人 i 偏好消费水平对于 x_i 其无差异的另外一种消费商品数量。如果不存在这种消费，那么 $r_i(x_i)$是在对于这个人所偏好的消费上的另外一个消费上的区间$[0, M]$的终点。更为正式地说，如果这样一个数存在，给定 $x_i\leqslant p(R_i)$，$r_i(x_i)\geqslant p(R_i)$，有 $x_iI_ir_i(x_i)$；否则 $r_i(x_i)=M$。同理可得，如果这样一个数存在，给定 $x_i\geqslant p(R_i)$，$r_i(x_i)\leqslant p(R_i)$，有 $x_iI_ir_i(x_i)$，否则 $r_i(x_i)=0$。

一个经济是一对 $(\bar{R}, M)\in\mathcal{R}^n\times\mathbb{R}_+$。对于 $(\bar{R}, M)\in\mathcal{R}^n\times\mathbb{R}_+$ 的可行分配是一个向量 $x=(x_1, \cdots, x_n)\in\mathbb{R}_+^n$ 满足条件 $\sum_{i\in N}x_i=M$。设 $X(M)$是$(\bar{R}, M)$的可行分配的集合。这个问题的解或分配规则是映射 φ: $\mathcal{R}^n\times\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}_+^n$，这里所包含的每个经济$(\bar{R}, M)\in\mathcal{R}^n\times\mathbb{R}_+$ 是 $X(M)$上的非空子集。下面，我们将致力于关注这个映射 φ 上的单值性。设 φ_i 表示对于个人 i 的配额。

一个分配规则将要满足什么样的性质呢？斯普鲁蒙特(Sprumont, 1991)提出了两个条件集合。我们首先讨论第一个条件集合：这个解应该是帕累托效率的、匿名性和防策略影

响的。读者已经对于这三个条件有所熟悉。效率的定义有些不同于我们先前章节中所提出来的。因此，为了方便起见，再次陈述一下这三个性质。

效率 对所有的 $\bar{R} \in \mathcal{R}^n$，

$$\left\{\sum_{i \in N} p(R_i) \leqslant M\right\} \rightarrow \{\varphi_i(\bar{R}, M) \geqslant p(R_i), \text{对所有的 } i \in N\}$$

$$\left\{\sum_{i \in N} p(R_i) \geqslant M\right\} \rightarrow \{\varphi_i(\bar{R}, M) \leqslant p(R_i), \text{对所有的 } i \in N\}$$

我们现在考虑所有在集合 N 上包含典型元素 σ 的排列，所以有 $\bar{R}^\sigma = (R_{\sigma(1)}, \cdots, R_{\sigma(n)})$。这个与多数规则的联系，我们论证了对个人进行重新的编号，也就是改变他们的名称，不会产生任何影响。

匿名性 对于所有在 N 上的排列 σ，所有 $\bar{R} \in \mathcal{R}^n$，有 $\varphi_i(\bar{R}^\sigma, M) = \varphi_{\sigma(i)}(\bar{R}^\sigma, M)$，这里 $\bar{R}^\sigma = (R_{\sigma(1)}, \cdots, R_{\sigma(n)})$。

防策略影响 对于所有 $i \in N$，所有 $\bar{R} \in \mathcal{R}^n$ 和 $R'_i \in \mathcal{R}$，有 $\varphi_i(R_i, R_{-i}; M) R_i \varphi_i(R'_i, R_{-i}; M)$，这里 $R_{-i} = (R_1, \cdots, R_{i-1}, R_{i+1}, \cdots, R_n)$。

这里三个公理描述了一个唯一规则(unique rule)的特点，这个所谓的统一分配规则(uniform allocation rule)是在商品定价文献中而出名的((Benassy, 1982)，在定义域 $\mathcal{R}^n \times [0, M]$ 和值域$[0, M]^n$ 的单值映射，其个人配额 φ_i 总计到 M。

定义 10.1(统一分配规则) 统一分配规则 $\hat{\varphi}: \mathcal{R}^n \times [0, M] \rightarrow \times [0, M]^n$，满足条件是对于所有的 $i \in N$，有：

$$\hat{\varphi}(\bar{R}, M) = \begin{cases} \min\{p(R_i), \lambda(\bar{R})\}, & \text{如果} \sum_{i \in N} p(R_i) \geqslant M \\ \max\{p(R_i), \mu(\bar{R})\}, & \text{如果} \sum_{i \in N} p(R_i) < M \end{cases}$$

这里，$\lambda(\bar{R})$的解 $\sum\min\{p(R_i),\lambda(\bar{R})\}=M$ 和$\mu(\bar{R})$的解为 $\sum\max\{p(R_i),\mu(\bar{R})\}=M$。

现在我们来解释这个规则。如果 M 是小的（即 $\sum_{i\in N}p(R_i)\geqslant M$），那么所有代理人收到了同样的数量，也就是 $\lambda(\bar{R})$。这一直成立，直到所有人收到等于最小峰值的数量。剩下的代理人中，任意增加 M 的量来平等地分配，这里代理人具有最小偏好消费保留在他的峰值上。这个过程一直持续到每个剩余的代理人都收到均等的第二最小偏好的消费品的数量……并且直到每个人都收到其偏好水平上的数量为止。

举例说明，考虑如下三个代理人的例子，$p(R_1)=2$，$p(R_2)=4$，$p(R_3)=6$，对于 $M=1.5$，$\lambda(\bar{R})=0.5$，因此，$\hat{\varphi}_1=\hat{\varphi}_2=\hat{\varphi}_3=0.5$；对于 $M=3$，$\lambda(\bar{R})=1$，因此，$\hat{\varphi}_1=\hat{\varphi}_2=\hat{\varphi}_3=1$；对于 $M=6$，$\hat{\varphi}_1=p(R_1)=2$，$\hat{\varphi}_2=\hat{\varphi}_3=2$。对于 $M=9$，$\hat{\varphi}_1=p(R_1)=2$，$\hat{\varphi}_2=\hat{\varphi}_3=3.5$。对于 $M=10$，$\hat{\varphi}_1=p(R_1)=2$，$\hat{\varphi}_2=p(R_2)=4$，$\hat{\varphi}_3=4$。对于 $M=12$，$\hat{\varphi}_1=p(R_1)=2$，$\hat{\varphi}_2=p(R_2)=4$，$\hat{\varphi}_3=p(R_3)=6$。所有代理人都实现了他们偏好水平。最终，对于 $\sum p(R_i)>M$，例如 $M=14$，$\hat{\varphi}_1=\hat{\varphi}_2=4$，$\hat{\varphi}_3=6$。并且现在有斯普鲁蒙特(Sprumont，1991)的结论。

定理 10.3(统一规则的特征) 分配规则 φ：$\mathcal{R}^n\times[0,M]\rightarrow[0,M]^n$ 是有效率的，匿名的和防策略影响的，当且仅当 $\varphi=\hat{\varphi}$。

斯普鲁蒙特检验的第二个条件集合包含有效性，防策略影响和一个新的条件称为无嫉妒性(envy-freeness)，这个概

念可以追溯到福利(Foley, 1967)和科姆(Kolm, 1971)。

无嫉妒性 对于所有 $\bar{R} \in \mathcal{R}^n$ 和所有 $i, j \in N$, 有:

$$\varphi_i(\bar{R}, M) R_i \varphi_j(\bar{R}, M)$$

这意味着在这个经济中,不存在嫉妒,无论任何时候每个人 i 都会发现他的份额 φ_i 至少和其他所有人的份额 φ_j 一样好。

我们得到了:

定理 10.3′ 统一分配规则具有如下三个条件的特征:有效性、防策略影响和无嫉妒性。

这个统一规则好像是不只唯一的规则。考虑其他的分配规则。平等主义规则 $\varphi_i^e(\bar{R}, M) = \frac{1}{n}$。$M$ 对于所有 i 是不受策略影响的并且也是匿名的,但是却是无效率的。更为细致地说,它是无嫉妒的。比例规则(proportional rule) $\varphi_i^{pr}(\bar{R}, M) = p(R_i)/\sum_j p(R_j)$ 是匿名的和有效的,但不是不受策略影响的。在如下例子中,也不满足无嫉妒的性质(Thomson, 1994a)。设 $N = \{1, 2\}$, 并且 $\bar{R} \in \mathcal{R}^2$ 满足 $P(\bar{R}) = (2, 4)$, 和 $1.5 I_1 4$, 也就是, $r(1.5) = 4$。设 $M = 4.5$, 那么 $\varphi^{pr}(\bar{R}, M) = (1.5, 3)$。因为代理人 1 偏好共享 3 甚于共享 1.5,这里存在嫉妒。汤姆森也证明了这种比例规则不一定选出"从平均分配中得出的个人合理性"的分配。后者意味着对于每一个 $i \in N$, 将有如下函数: $\varphi_i \mathrm{R}_i(M/n)$。再次设 $N = \{1, 2\}$, $\bar{R} \in \mathcal{R}^2$, 使得 $p(\bar{R}) = (3, 6)$, 并且使 $M = 6$。那么 $\varphi_i^{pr}(\bar{R}, M) = (2, 4)$。因为 $M/2 = 3$, 并且 $3 P_1 2$, 这个比例解违背了平等分配的个人的合理性。按照统一规则的解释,很显然,这个统一规则满足了这个条件。

这就是著名的瓦尔拉均衡分配,并且平均分配是有效和无嫉妒性的。这也满足了按照平等分配的个人的理性原则。但是,需要注意的是,这个瓦尔拉机制要求个人的偏好在任何时候都是单调的,当然这对于单峰性偏好是不成立的。

一旦分配总量发生变化将会如何呢?如果所有个人具有单调的偏好,并且所有代理人被视为是相类似的,在增加分配总量肯定将会影响所有人。在单峰性偏好的例子中,可能有更多的商品不被社会所欲求。因此,这个条件似乎很自然,当分配总量上升或下降时,所有个人都一起得或失。这个被汤姆森(Thomson, 1994a)称为资源单调性。但是,他也证明了在平等分配下的个人理性化的概念和无嫉妒的要求是不能和资源单调性相兼容的。因此,他提出了这个条件较为放松的情况,将其仅仅应用到对于所有的 $M, M' \in \mathbb{R}_+$,或者有 $M \leqslant \sum p(R_i)$ 和 $M' \leqslant \sum p(R_i)$,或 $\sum p(R_i) \leqslant M$ 和 $\sum p(R_i) \leqslant M'$。也就是,如果分配总量前后都发生改变,那么它或者对于 $\sum p(R_i)$ 是缺乏的,或者对于 $\sum p(R_i)$ 是过多了,代理人必然都收到了同样的影响。汤姆森称这个条件"单方面的资源单调性"。

有些解的概念满足这个条件,其中包含比例解,但是如上面的概述,比例解的问题在无嫉妒性上。另外,统一规则却不符合这个条件(Thomson, 1994a)。

当我们在第 3 章讨论单峰性时,我们没有提到单峰性能够在一些方面被普遍化。一个可能是在最优项的集合中,在单峰性偏好的偏好水平是单元素集合,在正实数的集合是一个非退化区间(non-degenerate interval)。也就是,"在顶部

达到稳定”是可能的。对于单峰达到稳定性(single-plateaued)的偏好定义域,钦(Ching, 1992)证明统一规则是仅有的可以满足帕累托效率、帕累托无差异性、防策略影响和无嫉妒性的分配规则。在第 2.4 节我们定义了帕累托无差异性。在现在的例子中,这个条件说明了如果有两个分配 x 和 y,满足对于所有 $i \in N$, $x_i I_i y_i$,那么当且仅当 y 是一个解时,x 是一个解。现在,我们知道钦的分配规则实际上是一个对应的多值函数。从作者的前提来考虑达到稳定性,就非常自然。

10.3 选择的自由

现在到了这章最后一个问题,并且也是这本入门书的一个重要问题。这个问题被称为“选择的自由”。是否这是社会选择问题必须涉及的呢?如果对于这个概念的解释不那么狭隘的话,事实上这些就存在许许多多相互的联系。森(Sen, 1988)指出,“在判断经济政策的成功时,要考虑一个社会的成员的生活质量的重要性,很容易就能发现自由选择是经济评价和评估的中心”。并且森继续论述道,“通过更多地从自由的角度来关注使得诸如个人幸福、社会福利、生活标准、一致性的选择和理性行为这些基本的经济概念能够得以充分重新审视”(1988, pp. 269～270)。

有种区分是,纯粹的结果论者或工具主义者将选择的自由视为价值,或者认为其是一种本质。对于自由市场的长久而激烈的讨论教会了我们在市场上不受阻碍的交易,对于每个在市场上交易的个人而言,是实现更高效用水平的一个工

具。迄今为止还是这样,但是现在让我们进行如下两个变量的假设。变量 1,给定个人的预算集,一个特别市场配置 $\hat{x}$,已经通过自由缔约而得以实现,这里每个人都实现了他们的效用最大化商品束。在变量 2 中,一个中央计划的官僚体制通过指令来配置 $\hat{x}$,每个代理人 i 被命令一个消费束 $\hat{x}_i$,准确地说,这些人将会得到在自由交换中同样的商品束。这两个状态中,从社会福利的角度来看是否有什么不同呢?

如果社会福利的判断仅仅基于代理人在配置 $\hat{x}_i$ 下所实现的效用,那么就没有什么不同。

显然,每个人的机会集(他的预算集)在变量 1 中"非常大",在变量 2 中已经收缩为一个单独的点。但是,在这两种状况中,最后的结果是完全一样的。如果效用是最终的衡量标准,而放弃机会集合,换句话讲,失去选择的自由就并不重要。

但是,请稍定片刻。考虑一个跨时期的背景,这里对于未来的品位存在不确定性(Kreps, 1979)。是否这种机会集合的缩小会不利于相关的人群,甚至这个范围的缩小即使像变量 2 这种极端到机会只剩下一个点的例子中,是否会对于相关的人产生危害呢?考虑图 10.2。这里范围从集合 A 缩小到子集 B 上。在时期 $t=0$,当机会从 A 缩小到 B 的时候,这里没有人有效用的损失。但是,设想在时期 $t=1$,个人的机会无差异等高线用虚线曲线来表示。那么,从 A 到 B 范围的缩小在效用上是有意义的。但是,注意,认为在 A 上相比 B 拥有较为丰富的选择或较高程度的灵活性仍旧是一种工具性的论点,因为这也仅仅只是进行了效用方面的考虑,尽管确实在跨时期背景的这个角度下范围有了扩大。现在,自由是一种对于获得更好的不确定前途的工具。这种工具主义的角度

在很多不同的情况下都适用。在大学中更为深入的教育获得了更多选择的集合，使得对于未来找工作有了更好的前途。更为世俗地，下个周六晚上在备有各国风味的国际饭店里定位，就会使你更少担心你和你朋友的口味在这个特别的晚宴上得不到满足。

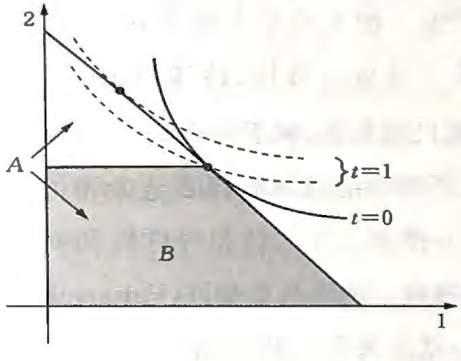


图 10.2

举出这些例子，就是说明了森(Sen, 1988)和其他一些人称之为自由的内在价值。存在已久的自由主义传统相信，自由本身就是一种价值，不关乎它是否能够使人们获得更高的效用水平。帕坦奈克和许(Pattanaik and Xu, 1998)引用诺齐克(Nozick, 1974, p. 50)所叙述的关于选择自由对于长期生活的规划和引导一个有意义的生活其所具有的内在的价值。“一个人根据某些总体的规划来塑造他的生活，因而得到他生命的意义；只有有能力如此塑造其生活的人，才能具有或争取一种有意义的生命。”

当强调这样一种自由的内在价值时，如何能够根据选择

的自由来评价所要选择的各种状况呢？提供这样非常简单，但是在第一步不同状况下将判断自由的程度化简为在这些选择状况下可选择的数量却颇具争议。

让我们更为正式地讨论这些。设 X 是可行的选择集合，并且是有限集。X 的项可以是商品束，或者具有物质特性束(Lancaster，1966)，或者是某些功用的束(Sen，1985)。设 K 是 X 的非空子集。相关的个人将面对评价 K 项的问题。设 $\succsim$ 是定义在 K 上具有反身性、传递性的二元关系(不一定具有完备性)。到目前为止，对于所有的 A, $B \in K$，$A \succsim B$ 意味着可行集合 A 所提供的自由的程度至少和可行集合 B 所提供的自由的程度一样多。$A \succsim B$ 非对称性和对称性也就是 $\succ$ 和 $\sim$ 也将据此来解释。帕坦奈克和许(Pattanaik and Xu，1990)引入了三个性质，就是关系 $\succsim$ 将会满足这三个性质。

在非选择状况中的无差异(*INS*) 关系 $\succsim$ 满足 INS，当且仅当对于所有的 x, $y \in X$，$\{x\} \sim \{y\}$。

严格单调性(*SM*) 关系 $\succsim$ 满足 SM，当且仅当对于所有的 x, $y \in X$，$\{x\} \succ \{y\}$。

独立性(*IND*) 关系 $\succsim$ 满足 IND，当且仅当对于所有的 A, $B \in K$ 和对于所有的 $x \in X-(A \cup B)$，[$A \succsim B$ 当且仅当 $A \cup \{x\} \succsim B \cup \{x\}$]。

帕坦奈克和许非常谨慎地指出了这个公理体系的局限性。性质 INS 要求两个单元集合被视为从选择自由的意义看是等价的。这两个集合都不能对于选择的个人赋予任何程

度上的自由。注意这个结论,从个人的角度而言,x 是较高的欲求而 y 是厌恶的,或者相反,是完全独立的。这只是关系到选择的自由,没有包含偏好的概念。

性质 SM 表达的是,具有一些选择的状况,根据选择的自由而言,将视其为比根本没有选择要好。此外,额外的可选择项 y 的欲求在这里并不是问题。最后,条件 IND 如果在 A 和 B 中,添加 $A \cup B$ 之外的任意的可选择项 x,那么要求根据选择的自由在 A 和 B 之间进行排序也能够成立。在 x 与在 A 和 B 中项之间可能的互补性或替代性关系,都是各自不需要考虑的。

帕坦奈克和许定义了如下基数性基础的排列规则。

定义 10.2 当且仅当对于所有的 $A, B \in K$, $A \succsim B$,当且仅当 $|A| \geqslant |B|$,这里 $|A|$, $|B|$ 表示集合 A 和集合 B 各自的基数,则二元关系 $\succsim$ 称为简单的基数性基础排序。

帕坦奈克和许(Pattanaik and Xu, 1990)获得了如下的结论:

定理 10.4(基数性的选择自由) 当且仅当 $\succsim$ 满足性质 INS、SM 和 IND 时,关系 $\succsim$ 是一个简单的基数基础的排序。

给定上面三个公理,这个结论就不会令人吃惊。一方面,这是个非常清晰的结论——仅仅计算元素项的原理是非常简单的。另一方面,这个原理因为所需要的公理是严格被约束的,所以也受到严格的限制。例如,为什么加入另外一个可选择项,无论这个可选择项如何糟糕,按照选择的自由而言,这个可选择项都可能提高这个状况呢?帕坦奈克和许引发了针对它们的第三个条件,就是独立性公理的争论。假设运输方

式的可选择项是选择去哪里。让我们来假设乘火车和乘蓝色汽车表示了同等程度的选择的自由(正如公理 *INS* 所表示的)。但是,很有可能人们视可选择集{火车,红色汽车}要比{火车,蓝色汽车}具有更高的选择自由度,与性质 *IND* 产生矛盾。这个例子背后的问题是在两个目标之间非常相似或接近。一辆红色汽车和蓝色汽车几乎是一样的,然而火车和汽车,不管颜色如何,都是非常不同的交通工具。

然而接近或距离是这个问题的关键所在,在最初的一些讨论中,作为评价机制的个人偏好,其任何概念的缺乏都会是个问题。很显然,如果可以评价的方面或个人偏好被完全忽略,人们就不能够说是"糟糕"的选择。人们只能够说存在或不存在一个额外的可选择项。

森(Sen, 1993)对帕坦奈克和许的基数方法提出了强烈批评,"我从特定要实现的列表中享有对于自由的评价,必须依赖于一个关键性,就是在于我如何评价在这个列表的每一项。一个人所享有的自由的集合的'大小'或'范围',除非在非常特殊的例子中,是不能够不涉及个人的价值和偏好而被判断的"(1993, p. 528)。涉及基数方法时,森质疑是否这三个被视为"差"、"糟糕"和"灾难性"的可选择项可能与具有另外三个被视为"好"、"很好"和"极为好"的可选择项得到相同的选择自由。"如果后者的集合被视为给我们更多的自由去实现——给我们更多的机会去按照我们想要选择的方式生活——那么,这恰恰是因为我们的偏好在自由评价中的重要性"(Sen, 1993, p. 529)。

因此,这个问题此时就是偏好的衡量问题:一个人目前的偏好,他或她未来的偏好,"合理的"或可能"重要的"偏好,如

何来定义这些呢？下面我们将会讨论帕坦奈克和许(Pattanaik and Xu，1998)后续的一篇文章，他们论证了在评价选择自由的内在价值时，对于偏好的考虑是非常重要的。但是，关键在于，这样的一个评价“既不是代理人实际上拥有的真实偏好，这个偏好排序也不是像作为他未来偏好排序所出现时具有的正概率，而是在代理人的状况下，一个理性化的个人所具有的这个偏好排序”(1998，p.180)。

设$\mathcal{P}$是一个理性化的个人能够在代理人的状况下所有可能排序的集合。我们用 $\mathcal{P}=\{R_1, \cdots, R_n\}$ 表示在 X 上的偏好参考集，可选择项的集合是普遍和有限集。K 是 X 上所有非空子集的集合。对于所有的 $R\in\mathcal{P}$ 和所有 $A\in K$，我们令 $\max(A)$ 表示所有 $a\in A$ 的集合，并且满足对于一些 $R\in\mathcal{P}$，在 A 中的 a 是一个 R 最大化的项。因此，$\max(A)$是所有在 A 上的可选择项 x 的集合，并且满足 x 是对于在$\mathcal{P}$上的一些偏好排序是最优的可选择项。读者可能会发现，帕坦奈克和许对森尖锐的批评非常重视。在代理人的状况下，从一个理性化的个人的角度来看，可选择项是“被详细审视”过的。当读者遵循如下定义时，这些将会变得更为明显。

他们定义，对于所有的 $X\in X$ 和所有的$A\in K$，有：

$$x[I]A\text{，当且仅当 }\max(A\cup\{x\})=A\cup\{x\}$$
$$x[P]A\text{，当且仅当 }\{x\}=\max(A\cup\{x\})$$
$$A[P]x\text{，当且仅当 }x\notin\max(A\cup\{x\})$$

第一个表达式，也就是 $x[I]A$ 成立，当且仅当在代理人状态下，一个理性的个人相关的偏好排序在 $A\cup\{x\}$ 的每一个可选择项是 $A\cup\{x\}$ 中最优的可选择项。第二个表达式

$x[P]A$意味着在代理人状况下一个理性的个人可能具有的每一个排序，在 A 上的所有可选择项是被严格排列的。对于每个在代理人状况下一个理性的个人所有可能的排序中，$A[P]x$表示当且仅当一些在 A 上的可选择项要严格优于 x。这些关系的“适合性”将在我们的讨论中变得更为清楚。

下面，我们将只讨论帕坦奈克和许(Pattanaik and Xu，1998)其中的一个以偏好为基础的结论，也就是这个定理一方面“接近”他们先前的结论，但是另外一方面，也证明了偏好如何能够被“合理地”应用在其分析之中。

在 K 的二元关系$\succsim$的第一个条件是性质 INS，也就是在非选择的状况下是无差异的。这个性质没有什么改变，就此接受在这个理论中。第二个条件是[I]单调性(IM)。在 K 上的关系$\succsim$满足 IM，当且仅当对于所有 A，$B \in K$ 和所有 $x \in X-A$，($x[I]A$ 和 $A \succsim B$) 意味着 $[A \cup \{x\} \succ B]$。

这个定理和上面的性质 SM 具有某些相似之处，但是事实上是不同的。对于森的批评(Sen，1993)，即使添加了一个可选择项在一个给定的集合中，也不一定意味着选择的自由就会增加，这里给出了一个回应。森的例子是那种添加“黎明时就被斩首”的选择在给定的可选择项的集合中的极端例子。是否这里的选择增加了选择的自由呢？在给定的“正常”偏好下，很有可能是没有。但是也不能过于草率就下结论。

现在，IM 意味着什么呢？为了说明这点，我们必须更为谨慎地进行讨论。公理 IM 表达了如果集合 A 提供了和集合 B 至少是一样的自由，并且如果再添加到 A 中一个可选择项 $X-A$，使得对于每一个在 $A \cup \{x\}$ 上的可选择项 a，对于每

一个理性化的个人 a 是 $A\cup\{x\}$ 上最优的可选择项，那么 $A\cup\{x\}$ 就严格提供了比 B 更多的自由。注意，按照 P 上的一些排序而言，公理 IM 要求每个在 $A\cup\{x\}$ 上的可选择项是在 $A\cup\{x\}$ 最优的。

现在回溯到森的例子中，假设一个特定个人的机会集合包括仅仅一个选择，也就是在隔绝的暗室中度过余生。现在加上一个额外的选择就是黎明时被斩首。这是否增加了这个人的自由呢？可能答案是“是”，如果一个理性的人能够认为在黎明前被斩首至少和在隔绝的监牢中度过余生一样好，或者如果一个理性的人能够认为在隔绝的监牢中度过余生至少是和砍头一样好的话。如果情况就是这样，并且读者认识到这个公式化的精妙，那么功利 IM 将被认为是选择被扩展的集合对于原来的集合，且有严格得多的自由。

下一个公理考虑这样的一种状况，即添加一个“令人乏味”的可选择项到一个机会集合中。

被占优可选择项的无关性(IDA) K 上的二元关系 $\succsim$ 满足 IDA，当且仅当对于所有的 $A, B\in K$ 和所有 $x\in X$，如果有 $A[P]x$，那么有 $[A\succsim B$，当且仅当 $A\cup\{x\}\succsim B]$ 和 $[B\succsim A$，当且仅当 $B\succsim A\cup\{x\}]$。

这个性质要求，如果一个选择 x 是满足对于一个理性人所有可能的偏好排序，至少在 A 上有一个可选择项是严格排列在 x 之前的，那么 $A\cup\{x\}$ 和 B 的排列就必须完全与 A 和 B 的排列一样，并且 B 和 $A\cup\{x\}$ 的排列也必须完全与 B 和 A 的排列一样。换句话说，如果按照一个理性人的每一个可能的排序，至少在一个存在的机会集合 A 上有一个可选择项

是严格偏好于新的选择 x 的，那么 x 被添加到集合 A 中，就不能使得这个代理人的自由度增加。

最后，考虑如下的要求，与独立性公理 IND 相关的一些条件。

合成(COM) 在 K 上的二元关系 $\succsim$ 满足 COM，当且仅当对于所有 $A, B, C, D \in K$，满足 $A \cap C = B \cap D = \varnothing$，并且 $\max(A \cup C) = A \cup C$，$\max(B \cup D) = B \cup D$，

$$[A \succsim B,\ C \succsim D]，意味着[A \cup C \succsim B \cup D]，且$$

$$[A \succsim B,\ C \succ D]，意味着[A \cup C \succ B \cup D]$$

注意，这个公理的适用性在许多方面都受到约束。首先，$A \cap C = \varnothing$ 和 $B \cap D = \varnothing$ 约束排除着这样一种状况，就是 A 和 C 有许多共同的项，而 B 和 D 没有什么共同项，以至于添加 D 的一些项到 B 能够使得个人实际上的选择数量增加，而添加 C 的一些项到 A 却不能使得个人实际上的选择数量增加。其次，在 $A \cup C$ 上的每一个可选择项都能够被一个理性人视为至少和所有在 $A \cup C$ 上的可选择项一样好，并且在 $B \cup D$ 上这个假设也同样成立。帕坦奈克和许(Pattanaik and Xu，1998)得到了如下的一个结论：

定理 10.5(精炼的基数性) 关系 $\succsim$ 满足性质 INS，IM，IDA 和 COM，当且仅当对于所有的 $A, B \in K$，有：

$$A \succsim B \text{ 当且仅当 } |\max(A)| \geqslant |\max(B)|$$

这里 $|\max(A)|$ 是所有在 A 上的可选择项 x 的基数性，满足在 A 中对于在 $\mathcal{P}$ 上的一些排序，x 是最优的可选择项(对于

$|\max(B)|$ 也有同样类似的解释)。

对于基于在 $R \in \mathcal{P}$ 中的一些集合上 R 最大项数量上的机会集合，现在根据选择自由的排列规则对其进行排序。换句话说，基数性指的是在理性个人所考虑的最优化上的每个集合项的数量。注意，如果$\mathcal{P}$由所有在 X 上的可能偏好排序组成，即一个理性个人的每个可能的偏好排序能够成立，上面的排序规则为基于帕坦奈克和许的先前的简单基数性的规则导出的一个精炼的基数性规则。

在我们这一节前面一部分的讨论中，是否偏好应该被考虑(并且我们提出一些理由**为什么**偏好应该在选择的自由这种分析中被考虑到)？我们主张偏好应该被考虑进来。这个问题不能够“一劳永逸”地得出结论，而是存在许多种方法可以作为很好的论证。帕坦奈克和许为在代理人状况下的理性的个人所具有的偏好排序而辩护。对于在无知之幕下，至少在当社会的某一方面是不确定的环境中所选择的偏好将是一个很有力的论证。普珀(Puppe，1996)避免了假设对于每一个非空选择集合 $A \in K$ 存在一个可选择项 $x \in A$ 满足 A 严格排序在 $A-\{x\}$ 之前。这样的一个可选择项 x 能够成为对决策者有价值的或重要的。普珀(Puppe)正确地指出了这类的假设要比帕坦奈克和许(Pattanaik and Xu，1990)提出的数量的计数是无差别的第一种方法条件要弱。后者显然意味着对于每一个 $x \in A$，A 是严格排列在 $A-\{x\}$ 之前的。换句话说，至少在某些程度上，每一个可选择项对于决策者而言都是有价值的。普珀(Puppe，1996)提出了基本的可选择项 $E(A)=\{x \in A: A \succ A-\{x\}\}$ 的集合并且得到了各种特性。当然，这个方法不能够应用于那些仅仅是微不足道或极

为可怕的可选择项上，但幸运的是，这类状况在通常情况下极为罕见。或者是否这个观点过于乐观了？

最后，作为本书结尾的一部分，关注于选择的自由的内在重要性是对于个人选择和集体选择理论更为有价值的洞察。我们谈及这些，并不是想要轻视自由中那些工具论的言论，这些言论实际上也常常激起了对于民主和自由市场的深刻讨论。

10.4 代替总结的尾声

诚然，社会选择理论并非始于阿罗的不可能定理，但是可以准确地说，在集体选择中，精确的、正式的分析很大程度上归功于阿罗 1951 年的著作《社会选择和个人价值》(*Social Choice and Individual Values*)。在法国大革命前后的孔多塞和博尔达是这个领域最为重要的先驱。此外，还有一些学者也不应该被我们遗忘。特别是，我们在这本入门书一开始的简要历史回顾中所提到的勒尔(Lull)和库萨(Cusanus)。当然，在阿罗提出理论之前的十到十五年的时间里，是所谓的新福利经济学家探求严格正式分析的时代，但不幸的是，希克斯(Hicks)、卡尔多(Kaldor)和其他人在他们试图通过引入补偿假设的观念来超越帕累托关系时，碰到了一致性这个难题。

这本书试图描述出一个覆盖这个理论的广泛谱系。我们查考了诸如多数规则以及严格或放松的投票机制类型这些制度设计，处理了在集体选择中权利执行和个人自治之间的关系，并且也广泛讨论了不同的分配正义原则，以及在讨价还价状况中的合作方案。所有这些过程彼此之间具有明显的区

别，分别关注在不同的层面上，使用了不同的方式，并且信息的量也有所不同。

多数规则能够被视为在一个制度化的背景下个人观点加总的适当机制。在这类的环境中，所需条件诸如个人的平等对待（匿名性）、可选择项或问题的平等对待（中立性）这些都是非常合理的，但是通常不一定是必须的。一个社会可能对于不同重要程度的问题要求不同数量的多数规则。在决定一个新的成员加入俱乐部时可能只基于简单多数的结果就可以。另一方面，重新引入死刑或对其他国家宣战更为合理的是基于一个更大规模的多数决定。就公平的状况而言，简单多数规则应用有时也显得不太合适。尽管可选择项能够被非常复杂地描述，一个正反两方的简单计数可能在信息上过为“单薄”。多数规则有时对于少数派可能是非常可怕和残忍的。在某些决策中，人们可能希望使用可以理解的“数据和事实”，这些主要基于非效用的信息上。法定权利和历史性的权利需要，财富的信息或出于社会特定阶层贫穷的程度，可能是和这些背景最为相关的。但是，通常在科学和实际生活中，这些观点并非都是无可争议的。例如，在关于分配正义的问题上，罗尔斯反对考虑现状或不能达成契约点，而高蒂尔（Gauthier）为这些存在自然差异的人寻求一致的协议来进行辩护。这些争论的存在，对于科学而言是一个良性的标志，特别是对于社会选择理论而言。

上面谈到了，我们试图讨论对于社会选择问题入门这些话题中更为广泛的一个谱系，但是我们也必须认识到，事实上，还有很多非常有趣的理论没有涉及。幸运的是，我们能够在其他的出版物中学习到这些。

参考文献

Amiel, Y. and Cowell, F. A. (1999). *Thinking about Inequality. Personal Judgment and Income Distributions.* Cambridge: Cambridge University Press.

Arrow, K. J. (1951, 1963). *Social Choice and Individual Values*, 2nd edn. New York: John Wiley.

—— (1959). 'Rational Choice Functions and Orderings'. *Economica*, 26: 121–127.

Baigent, N. (1987a). 'Metric Rationalization of Social Choice Functions According to Principles of Social Choice'. *Mathematical Social Sciences*, 13: 51–65.

—— (1987b). 'Preference Proximity and Anonymous Social Choice'. *The Quarterly Journal of Economics*, 102: 161–169.

—— (2002). 'Topological Theories of Social Choice', Manuscript. To appear in K. J. Arrow, A. K. Sen, and K. Suzumura (eds.), *Handbook of Social Choice and Welfare*, vol. 2. Amsterdam: Elsevier.

—— and Klamler, Ch. (2004). 'Transitive Closure, Proximity and Intransitivities'. *Economic Theory*, 23: 175–181.

Barberà, S. (2001). 'An Introduction to Strategy-Proof Social Choice Functions'. *Social Choice and Welfare*, 18: 619–653.

—— Gul, F. and Stacchetti, E. (1993). 'Generalized Median Voter Schemes and Committees'. *Journal of Economic Theory*, 61: 262–289.

—— Sonnenschein, H., and Zhou, L. (1991). 'Voting by Committees'. *Econometrica*, 59: 595–609.

Beckmann, S. R., Formby, J. P., Smith, W. J., and Zheng, B. (2002). 'Envy, Malice and Pareto Efficiency: An Experimental Examination'. *Social Choice and Welfare*, 19: 349–367.

Benassy, J.-P. (1982). *The Economics of Market Disequilibrium.* New York: Academic Press.

Bentham, J. (1776). *A Fragment on Government.* T. Payne, London. Revised and edited by J. H. Burns and H. L. A. Hart. London: Athlone Press, 1977.

Bergson, A. (1938). 'A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics'. *Quarterly Journal of Economics*, 52: 310–334. Reprinted in (1966): *Essays in Normative Economics*. Cambridge, Mass.: Belknap Press, Harvard University Press, 3–26.

—— (1948). 'Socialist Economics'. In H. S. Ellis (ed.), *A Survey of Contemporary Economics.* Reprinted in (1966): Essays in Normative Economics. Cambridge, Mass.: Belknap Press, Harvard University Press, 193–236.

—— (1976). 'Social Choice and Welfare Economics under Representative Government'. *Journal of Public Economics*, 6: 171–190.

Black, D. (1948). 'On the Rationale of Group Decision Making'. *The Journal of Political Economy*, 56: 23–34.

—— (1958). *The Theory of Committees and Elections.* Cambridge: Cambridge University Press.

Blackorby, Ch., Donaldson, D., and Weymark, J. A. (1984). 'Social Choice with Interpersonal Utility Comparisons: A Diagrammatic Introduction'. *International Economic Review*, 25: 327–356.

Blau, J. H. (1957). 'The Existence of Social Welfare Functions'. *Econometrica*, 25: 302–313.

Blin, J.-M. and Satterthwaite, M. A. (1976). 'Strategy-Proofness and Single-Peakedness'. *Public Choice*, 26: 51–58.

Borda, J. C. de (1781). 'Mémoire sur les élections au scrutin'. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, 657–665.

Braithwaite, R. B. (1955). *Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher.* Cambridge: Cambridge University Press.

Chichilnisky, G. (1980). 'Social Choice and the Topology of Spaces of Preferences'. *Advances in Mathematics*, 37: 165–176.

—— (1982). 'Social Aggregation Rules and Continuity'. *Quarterly Journal of Economics*, 97: 337–352.

—— and Heal, G. (1983). 'Necessary and Sufficient Conditions for a Resolution of the Social Choice Paradox'. *Journal of Economic Theory*, 31: 68–87.

Ching, St. (1992). 'A Simple Characterization of the Uniform Rule'. *Economics Letters*, 40: 57–60.

Clarke, E. H. (1971). 'Multipart Pricing of Public Goods'. *Public Choice*, 11: 17–33.

Condorcet, Marquis de (1785). *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix.* Paris.

Cusanus, N. (1434). 'De concordantia catholica'. In G. Kallen (ed.), *Nicolai de Cusa Opera Omnia*, vol. XIV. Hamburg: Felix Meiner, 1964.

D'Aspremont, C. and Gevers, L. (1977). 'Equity and the Informational Basis of Collective Choice'. *Review of Economic Studies*, 44: 199–209.

Deb, R., Pattanaik, P. K., and Razzolini, L. (1997). 'Game Forms, Rights, and the Efficiency of Social Outcomes'. *Journal of Economic Theory*, 72: 74–95.

Dodgson, C. L. [Lewis Carroll] (1876). *A Method of Taking Votes on More than Two Issues.* Oxford: Clarendon Press.

Dummett, M. and Farquharson, R. (1961). 'Stability in Voting'. *Econometrica*, 29: 33–43.

Dutta, B. (1977). 'Existence of Stable Situations, Restricted Preferences and Strategic Manipulation under Democratic Group Decision Rules'. *Journal of Economic Theory*, 15: 99–111.

Farquharson, R. (1969). *Theory of Voting.* New Haven: Yale University Press.

Fishburn, P. (1973). *The Theory of Social Choice.* Princeton: Princeton University Press.

Fleurbaey, M. and Gaertner, W. (1996). 'Admissibility and Feasibility in Game Forms'. *Analyse & Kritik*, 18: 54–66.

Foley, D. (1967). 'Resource Allocation and the Public Sector'. *Yale Economic Essays*, 7: 45–98.

Gärdenfors, P. (1973). 'Positionalist Voting Functions'. *Theory and Decision*, 4: 1–24.

Gaertner, W. (1983). 'Equity- and Inequity-Type Borda Rules'. *Mathematical Social Sciences*, 4: 137–154.

—— (1986). 'Pareto, Interdependent Rights Exercising and Strategic Behaviour'. *Journal of Economics*, Suppl.: 5, 79–98.

—— (1992). 'Distributive Judgments', chapter 2 in W. Gaertner and M. Klemisch-Ahlert (eds.), *Social Choice and Bargaining Perspectives on Distributive Justice.* Berlin, Heidelberg, New York:

Springer-Verlag.

—— (1993). 'Rights and Game Forms, Types of Preference Orderings and Pareto Inefficiency'. In W. E. Diewert, K. Spremann, and F. Stehling (eds.), *Mathematical Modelling in Economics. Essays in Honor of Wolfgang Eichhorn.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

—— (1994). 'Distributive Justice: Theoretical Foundations and Empirical Findings'. *European Economic Review*, 38: 711–720.

—— (2001). *Domain Conditions in Social Choice Theory.* Cambridge: Cambridge University Press.

—— (2005). 'De Jure Naturae et Gentium: Samuel von Pufendorf's Contribution to Social Choice Theory and Economics'. *Social Choice and Welfare*, 25: 231–241.

—— and Heinecke, A. (1977). 'On Two Sufficient Conditions for Transitivity of the Social Preference Relation'. *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 37: 61–66.

—— and Jungeilges, J. (2002). 'Evaluation via Extended Orderings: Empirical Findings from Western and Eastern Europe'. *Social Choice and Welfare*, 19: 29–55.

—— Jungeilges, J., and Neck, R. (2001). 'Cross-Cultural Equity Evaluations: A Questionnaire-Experimental Approach'. *European Economic Review*, 45: 953–963.

—— and Krüger, L. (1981). 'Self-Supporting Preferences and Individual Rights: The Possibility of Paretian Libertarianism'. *Economica*, 48: 17–28.

—— Pattanaik, P. K., and Suzumura, K. (1992). 'Individual Rights Revisited'. *Economica*, 59: 161–177.

Gans, J. S. and Smart, M. (1996). 'Majority Voting with Single-Crossing Preferences'. *Journal of Public Economics*, 59: 219–237.

Gauthier, D. (1978). 'Social Choice and Distributive Justice'. *Philosophia*, 7: 239–253.

—— (1985). 'Bargaining and Justice'. In E. Frankel Paul, J. Paul, and F. D. Miller Jr. (eds.), *Ethics and Economics*. Oxford: Blackwell.

—— (1986). *Morals by Agreement.* Oxford: Clarendon Press.

Geanakoplos, J. (1996). *Three Brief Proofs of Arrow's Impossibility Theorem*, mimeo. Cowles Foundation, Yale University.

Gehrlein, W. V. (1983). 'Condorcet's Paradox'. *Theory and Decision*, 15: 161–197.

Guilbaud, G. Th. (1952). 'Les théories de l'interêt général et le problème logique de l'agrégation'. *Economie Appliquée*, 15: 502–584.

Gibbard, A. (1973). 'Manipulation of Voting Schemes: A General Result'. *Econometrica*, 41: 587–602.

—— (1974). 'A Pareto-Consistent Libertarian Claim'. *Journal of Economic Theory*, 7: 388–410.

Groves, T. (1973). 'Incentives in Teams'. *Econometrica*, 41: 617–631.

Hammond, P. J. (1976). 'Equity, Arrow's Conditions, and Rawls' Difference Principle'. *Econometrica*, 44: 793-804.

Harsanyi, J. C. (1953). 'Cardinal Utility in Welfare Economics and in the Theory of Risk-Taking'. *Journal of Political Economy*, 61: 434–435.

—— (1955). 'Cardinal Welfare, Individualistic Ethics, and Interpersonal Comparisons of Utility'. *Journal of Political Economy*, 63: 309–321.

—— (1975). 'Can the Maximin Principle Serve as a Basis for Morality? A Critique of John Rawls's

Theory'. *The American Political Science Review*, 69: 594–606.

—— (1977). *Rational Behavior and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations.* Cambridge: Cambridge University Press.

—— (1978). 'Bayesian Decision Theory and Utilitarian Ethics'. *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 68: 223–228.

Helvétius, C. A. (1758). 'De l'esprit'. Discours I, IV in *Oeuvres Complètes*, Tome I-XIV. Paris 1795. Reprint by Georg Olms Verlagsbuchhandlung. Hildesheim, 1969.

Hurwicz, L. (1972). 'On Informationally Decentralized Systems'. In C. B. McGuire and R. Radner (eds.), *Decision and Organization. A Volume in Honor of Jacob Marschak.* Amsterdam: North-Holland.

Hutcheson, F. (1725). *An Inquiry into the Original of Our Ideas of Beauty and Virtue.* London.

Imai, H. (1983). 'Individual Monotonicity and Lexicographic Maxmin Solution'. *Econometrica*, 51: 389–401. Erratum in *Econometrica*, 51, 1603.

Inada, K. (1969). 'The Simple Majority Decision Rule'. *Econometrica*, 37: 490–506.

Jackson, M. O. (2001). 'A Crash Course in Implementation Theory'. *Social Choice and Welfare*, 18: 655–708.

Jehle, G. A. and Reny, Ph. J. (2001). *Advanced Microeconomic Theory*, 2nd edn. Boston: Addison Wesley.

Kalai, E. (1977). 'Proportional Solutions to Bargaining Situations: Interpersonal Utility Comparisons'. *Econometrica*, 45: 1623–1630.

—— (1985). 'Solutions to the Bargaining Problem'. In L. Hurwicz, D. Schmeidler, and H. Sonnenschein (eds.), *Social Goals and Social Organization. Essays in Memory of Elisha Pazner.* Cambridge: Cambridge University Press.

—— and Smorodinsky, M. (1975). 'Other Solutions to Nash's Bargaining Problem'. *Econometrica*, 43: 513–518.

Kelly, J. S. (1988). *Social Choice Theory: An Introduction.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

—— (1993). 'Almost All Social Choice Rules are Highly Manipulable, But a Few Aren't'. *Social Choice and Welfare*, 10: 161–175.

Kemeny, J. (1959). 'Mathematics without Numbers'. *Daedalus*, 88: 571–591.

Klemisch-Ahlert, M. (1992). 'Axiomatic Characterizations of Gauthier's Bargaining Solution'. Chapter 4 in W. Gaertner and M. Klemisch-Ahlert (eds.), *Social Choice and Bargaining Perspectives on Distributive Justice.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

Kolm, S.-Ch. (1971). *Justice et équité.* Paris: CEPREMAP.

Konow, J. (2001). 'Fair and Square: The Four Sides of Distributive Justice'. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 46: 137–164.

—— (2003). 'Which is the Fairest One of All? A Positive Analysis of Justice Theories'. *Journal of Economic Literature*, 41: 1188–1239.

Kreps, D. M. (1979). 'A Representation Theorem for Preference for Flexibility'. *Econometrica*, 47: 565–577.

Lagerspetz, E. (1986). 'Pufendorf on Collective Decisions'. *Public Choice*, 49: 179–182.

Lancaster, K. J. (1966). 'A New Approach to Consumer Theory'. *Journal of Political Economy*

74: 132–157.

Leininger, W. (1993). 'The Fatal Vote: Berlin versus Bonn'. *Finanzarchiv N.F.*, 50: 1–20.

Luce, R. D. and Raiffa, H. (1957). *Games and Decisions.* New York: John Wiley.

McLean, I. and London, J. (1990). 'The Borda and Condorcet Principles: Three Medieval Applications'. *Social Choice and Welfare*, 7: 99–108.

Mas-Colell, A. and Sonnenschein, H. (1972). 'General Possibility Theorems for Group Decisions'. *Review of Economic Studies*, 39: 185–192.

Maskin, E. (1995). 'Majority Rule, Social Welfare Functions, and Game Forms'. In K. Basu, P. K. Pattanaik, and K. Suzumura (eds.), *Choice, Welfare and Development. Festschrift for Amartya Sen.* Oxford: Clarendon Press.

May, K. O. (1952). 'A Set of Independent Necessary and Sufficient Conditions for Simple Majority Decision'. *Econometrica*, 20: 680–684.

Michaud, P. (1985). *Hommage Condorcet (version intégrale pour le bicentenaire de l'essai de Condorcet).* Centre Scientifique IBM France, Report No. F-094.

Mill, J. S. (1859). *On Liberty.* In H. B. Acton (ed.), *Utilitarianism, Liberty, Representative Government.* London: J. M. Dent & Sons, 1972.

Mishan, E. J. (1960). 'A Survey of Welfare Economics, 1939–1959'. *The Economic Journal*, 70: 197–265.

Mongin, Ph. (2001). 'The Impartial Observer Theorem of Social Ethics'. *Economics and Philosophy*, 17: 147–179.

Moulin, H. (1980). 'On Strategy-Proofness and Single-Peakedness'. *Public Choice*, 35: 437–455.

—— (1988). *Axioms of Cooperative Decision Making.* Cambridge: Cambridge University Press.

Muller, E. and Satterthwaite, M. A. (1977). 'The Equivalence of Strong Positive Association and Strategy-Proofness'. *Journal of Economic Theory*, 14: 412–418.

Nash, J. F. (1950). 'The Bargaining Problem'. *Econometrica*, 18: 155–162.

—— (1953). 'Two-Person Cooperative Games'. *Econometrica*, 21: 128–140.

Ng, Y.-K. (1979). *Welfare Economics. Introduction and Development of Basic Concepts.* London and Basingstoke: Macmillan.

Nitzan, S. (1981). 'Some Measures of Closeness to Unanimity and Their Implications'. *Theory and Decision*, 13: 129–138.

Nozick, R. (1974). *Anarchy, State and Utopia.* New York: Basic Books.

Nurmi, H. (2002). *Voting Procedures under Uncertainty.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

Pattanaik, P. K. (1976). 'Collective Rationality and Strategy-Proofness of Group Decision Rules'. *Theory and Decision*, 7: 191–203.

—— (1978). *Strategy and Group Choice.* Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

Pattanaik, P. K. and Xu, Y. (1990). 'On Ranking Opportunity Sets in Terms of Freedom of Choice'. *Recherches Economiques de Louvain*, 56: 383–390.

———— (1998). 'On Preference and Freedom'. *Theory and Decision*, 44: 173–198.

Peleg, B. (1998). 'Effectivity Functions, Game Forms, Games, and Rights'. *Social Choice and Welfare*, 15: 67–80.

Puppe, C. (1996). 'An Axiomatic Approach to "Preference for Freedom of Choice"'. *Journal of Economic Theory*, 68: 174–199.

Ratliff, T. C. (2001). 'A Comparison of Dodgson's Method and Kemeny's Rule'. *Social Choice and Welfare*, 18: 79–89.

Rawls, J. (1971). *A Theory of Justice*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Reny, Ph. J. (2001). 'Arrow's Theorem and the Gibbard–Satterthwaite Theorem: A Unified Approach'. *Economics Letters*, 70: 99–105.

Roberts, K. W. S. (1977). 'Voting over Income Tax Schedules'. *Journal of Public Economics*, 8: 329–340.

Roemer, J. E. (1996). *Theories of Distributive Justice*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Roth, A. E. (1979). 'An Impossibility Result Concerning *n*-Person Bargaining Games'. *International Journal of Game Theory*, 8: 129–132.

Rubinstein, A., Safra, Z., and Thomson, W. (1992). 'On the Interpretation of the Nash Bargaining Solution and Its Extension to Non-Expected Utility Preferences'. *Econometrica*, 60: 1171–1186.

Saari, D. G. (1995). *Basic Geometry of Voting*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

—— (1997). 'Informational Geometry of Social Choice'. *Social Choice and Welfare*, 14: 211–232.

Saari, D. G. and Merlin, V. R. (2000). 'A Geometric Examination of Kemeny's Rule'. *Social Choice and Welfare*, 17: 403–438.

Samuelson, P. A. (1947). *Foundations of Economic Analysis*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

—— (1967). 'Arrow's Mathematical Politics'. In S. Hook (ed.), *Human Values and Economic Policy*, 41–51. New York: New York University Press.

Saporiti, A. and Tohmé, F. (2004). 'Strategy-Proofness and Single-Crossing'. *Discussion Paper*, Queen Mary College, London, Department of Economics.

Saposnik, R. (1975). 'On Transitivity of the Social Preference Relation under Simple Majority Rule'. *Journal of Economic Theory*, 10: 1–7.

Satterthwaite, M. A. (1975). 'Strategy-Proofness and Arrow's Conditions: Existence and Correspondence Theorems for Voting Procedures and Social Welfare Functions'. *Journal of Economic Theory*, 10: 187–217.

Schokkaert, E. (1999). 'Tout-le-monde est "post-welfariste". Opinions sur la justice redistributive'. *Revue économique*, 50: 811–831. Available in English as: 'Mr. Fairmind is Post-Welfarist. Opinions on Distributive Justice'. Discussion Paper DPS 98.09. Catholic University of Leuven, Department of Economics.

Scitovsky, T. (1942). 'A Reconsideration of the Theory of Tariffs'. *Review of Economic Studies*, 9: 89–110.

Sen, A. K. (1966). 'A Possibility Theorem on Majority Decisions'. *Econometrica*, 34: 491–499.

—— (1969). 'Quasi-Transitivity, Rational Choice and Collective Decisions'. *Review of Economic Studies*, 36: 381–394.

—— (1970a). 'The Impossibility of a Paretian Liberal'. *The Journal of Political Economy*, 78: 152–157.

—— (1970b). *Collective Choice and Social Welfare*. San Francisco, Cambridge: Holden-Day.

—— (1973). *On Economic Inequality.* Oxford: Clarendon Press.

—— (1977a). 'Social Choice Theory: A Re-Examination'. *Econometrica*, 45: 53–89.

—— (1977b). 'On Weights and Measures: Informational Constraints in Social Welfare Analysis'. *Econometrica*, 45: 1539–1572.

—— (1985). *Commodities and Capabilities.* Amsterdam: North-Holland.

—— (1986). 'Social Choice Theory'. In K. J. Arrow and M. D. Intriligator (eds.), *Handbook of Mathematical Economics*, vol. III. Amsterdam: North-Holland.

—— (1987). 'Social Choice'. In J. Eatwell, M. Milgate, and P. Newman (eds.), *The New Palgrave.* London and Basingstoke: Macmillan.

—— (1988). 'Freedom of Choice. Concept and Content'. *European Economic Review*, 32: 269–294.

—— (1993). 'Markets and Freedoms: Achievements and Limitations of the Market Mechanism in Promoting Individual Freedoms'. *Oxford Economic Papers*, 45: 519–541.

—— (1995). 'Rationality and Social Choice'. *American Economic Review*, 85: 1–24.

—— and Pattanaik, P. K. (1969). 'Necessary and Sufficient Conditions for Rational Choice under Majority Decision'. *Journal of Economic Theory*, 1: 178–202.

Sengupta, M. and Dutta, B. (1979). 'A Condition for Nash-Stability under Binary and Democratic Group Decision Functions'. *Theory and Decision*, 10: 293–309.

Sprumont, Y. (1991). 'The Division Problem with Single-Peaked Preferences: A Characterization of the Uniform Allocation Rule'. *Econometrica*, 59: 509–519.

Strasnick, S. (1976). 'Social Choice Theory and the Derivation of Rawls' Difference Principle'. *Journal of Philosophy*, 73: 85–99.

Suzumura, K. (1999). 'Paretian Welfare Judgements and Bergsonian Social Choice'. *Economic Journal*, 109: 204–220.

Thomson, W. (1994a). 'Resource-Monotonic Solutions to the Problem of Fair Division When Preferences Are Single-Peaked'. *Social Choice and Welfare*, 11: 205–223.

—— (1994b). 'Consistent Solutions to the Problem of Fair Division When Preferences Are Single-Peaked'. *Journal of Economic Theory*, 63: 219–245.

—— (1994c). 'Cooperative Models of Bargaining'. In R. J. Aumann and S. Hart (eds.), *Handbook of Game Theory*, vol. 2. Amsterdam: North-Holland.

—— and Lensberg, T. (1989). *Axiomatic Theory of Bargaining with a Variable Number of Agents.* Cambridge: Cambridge University Press.

von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior.* Princeton: Princeton University Press.

von Pufendorf, S. (1672). *De jure naturae et gentium, libri octo.* Translated into English (using the edition of 1688) by C. H. and W. A. Oldfather, 2 vols. (1934). Oxford: Clarendon Press.

Weymark, J. (1991). 'A Reconsideration of the Harsanyi–Sen Debate on Utilitarianism'. In J. Elster and J. E. Roemer (eds), *Interpersonal Comparisons of Well-Being*, 255–320. Cambridge: Cambridge University Press.

Yaari, M. E. and Bar-Hillel, M. (1984). 'On Dividing Justly'. *Social Choice and Welfare*, 1: 1–24.

Young, H. P. (1974). 'An Axiomatization of Borda's Rule'. *Journal of Economic Theory*, 9: 43–52.

—— (1975). 'Social Choice Scoring Functions'. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 28: 824–838.

—— (1988). 'Condorcet's Theory of Voting'. *American Political Science Review*, 82: 1231–1244.

Zeckhauser, R. (1973). 'Voting Systems, Honest Preferences and Pareto Optimality'. *The American Political Science Review*, 67: 934–946.

Zeuthen, F. (1930). *Problems of Monopoly and Economic Warfare*. London: Routledge & Kegan Paul.

练习提示

第 1 章

1.1 (b) $xPy \leftrightarrow [xRy \wedge \neg yRx]$。

因此,我们得到 $xRy \wedge yRz$,因为传递性,我们推论出 xRz。假设 zRx。那么 $[yRz \wedge zRx] \rightarrow yRx$。然而,这与 xPy 相矛盾。回忆我们上面的定义,$xPy \leftrightarrow [xRy \wedge \neg yRx]$。因此,$zRx$ 不能成立。那么就有 xPz。证明完毕。

1.2 $C(\{x, y, z, w\}, R) = \{x, y\}$。

1.3 从 S 中的成对(x_1, x_2)开始。因为 R 的反身性和完备性,在这对(x_1, x_2)中存在最优项。现在证明如果在集合$(x_1, x_2, \cdots, x_i)$中存在一个最优项,对于集合 $(x_1, x_2, \cdots, x_i, x_{i+1})$ 也存在最优项。也就是如果 x_h 是前面集合的最优项,即对于所有 $g \in \{1, \cdots, i\}$,有 x_hRx_g,那么有 x_hRx_{i+1} 或 $x_{i+1}Px_h$。如果 $x_{i+1}Px_h$,那么 x_{i+1} 不是在 $(x_1, x_2, \cdots, x_i, x_{i+1})$ 中的最优项。如果在 $g \in \{1, \cdots, i\}$ 中存在某些 x_g 使得 x_gPx_{i+1}。但是给定的 R 是拟传递性的,与后者就导致矛盾。

1.4　两个集合都是空集。

1.7　$F = 32 + 9/5 \cdot C$; $C = 5/9(F - 32)$。

第 2 章

2.1　考虑所谓的孔多塞悖论或投票悖论，这里个人 1 偏好 x 甚于 y，偏好 y 甚于 z，个人 2 偏好 y 甚于 z，偏好 z 甚于 x，并且个人 3 偏好 z 甚于 x，偏好 x 甚于 y。
对于其中任何个人偏好的组合，弱帕累托原则不能够产生出一个完备性社会关系。

2.4　给定 $D(x, y)$，假设 xP_Jy 和 yP_Ju，并且对于所有其他个人 i，有 yP_ix 和 yP_iu。我们得到 xPu 意味着 $\bar{D}(x, u)$。下一步留给读者自己。

2.8　$\beta = \dfrac{\bar{u}_1 - b_1}{\bar{u}_1 - a_1}$; $\delta = \dfrac{b_2 - \bar{u}_2}{a_2 - \bar{u}_2}$。

第 3 章

3.6　$xSz \wedge zSy \wedge ySw$ 沿着水平轴。

3.9　例如，弱排序 yP_2zI_2x 能够被转化为 $yPzPx$ 和 $yPxPz$，在多数规则下，每个计数“一半”。

3.10　提示能够在如上的练习 3.9 中找到。

3.11　我们能够到萨波斯尼卡(Saposnik, 1975)自己对于在第 3.3 节中定理 3.4 的证明中找到答案。

第 4 章

4.1　读者可以回到第 1 章的定理 1.1 中。

4.3　在吉伯德(Gibbard)结构中的选择集是$\{(bw), (wb)\}$。

4.4　定理 4.4 在非限定域中成立。当然,存在偏好组合满足非条件性,而不产生出一个空的选择集合。

第 5 章

5.1　在第一个例子中,个人 1 的国家需求是 $x_1^1=\frac{1}{2}\cdot\frac{p_1}{p_2}$ 和 $x_2^1=\frac{1}{2}$。对于个人 2,这个需求是 $x_1^2=\frac{1}{2}$ 和 $x_2^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{p_1}{p_2}$。在第二个例子中,个人 1 的需求是 $x_1^1=\sqrt{\frac{p_1}{p_2}}-1$ 和 $x_2^1=1-\sqrt{\frac{p_1}{p_2}}+\frac{p_1}{p_2}$。

现在设需求等于供给。

5.3　注意,这个社会结果是 xPy 或 yPx。假设 xPy 成立,个人 i 的偏好是 xP_iy。那么就不能推出可操纵性。假设 yPx 成立,个人 i 的偏好是 xP_iy。那么通过伪装成 yP_ix,这个个人将会强化对于 y 多数,但是这个个人不能够操纵这个结果。

5.6　(b) $1'$:$yxwz$。

5.7　(1) 1:zxy; 2:yxz。

(2) 1:zxy; 2:yzx。

(3) 1:yzx; 2:zxy。

(4) 1:yxz; 2:zxy。

5.9　单峰性不被满足。

第 6 章

6.1　不,不能一般化。

6.5 参考练习 6.1 可能有帮助。

6.8 例如，V'包含 6 个投票人，具有如下偏好：

1—3	4—5	6
x	y	z
y	z	x
z	x	y

以及，V''包含 9 个投票人，具有如下偏好：

7—9	10—12	13—15
z	x	y
y	z	x
x	y	z

对于 V'，科普兰（Copeland）方法选出 x。从 V'' 中，Copeland 方法选出 x，y 和 z。因此，x 是来自 V'和 V'' 的选择。但是，科普兰方法只能从 $V' \cup V''$中选出。

6.9 考虑如下组合：

1	2	3	4
x	x	y	z
y	v	v	x
z	z	x	y
v	y	z	v

从这里得出答案。

6.11 (a) $y > z > x$

6.13 是，可选择 z。

第 7 章

7.1 (a) 例如，可取 $u^2(\cdot, i) = 6 + [u^1(\cdot, i)]^2$。

(b) 例如，可取 $u^2(\cdot, i) = 10 + 3u^1(\cdot, i)$；$u^2(\cdot, j) = -2 + 3u^1(\cdot, j)$；$u^2(\cdot, k) = 5 + 3u^1(\cdot, k)$

7.8 $U(A) = 4$；$U(B) = 5$。

第 8 章

8.2 察看公理 1。

8.4 $f_1(S, d) = 5$；$f_2(S, d) = 4$。

8.5 $a_1 = 1/3$，$a_2 = 1/4$；$b_1 = -4/3$，$b_2 = -3/2$。

8.6 $f_1(S, d) = 2.45$；$f_2(S, d) = 3.465$。

8.8 纳什解 $f_1(S, d) = f_2(S, d) = 5$。

卡莱—斯莫罗廷斯基解：$f_1(S, d) = 5.882$；$f_2(S, d) = 4.118$。

第 9 章

练习 9.2—练习 9.5 的答案包含在表 9.1 中。

图书在版编目(CIP)数据

社会选择理论基础/(德)盖特纳著;李晋,马丽译. —上海:格致出版社:上海人民出版社,2013
(当代经济学系列丛书/陈昕主编. 当代经济学译库)
ISBN 978-7-5432-2236-6

Ⅰ. ①社… Ⅱ. ①盖… ②李… ③马… Ⅲ. ①公共选择(经济学)-研究 Ⅳ. ①F062.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 046054 号

责任编辑 谷 雨
装帧设计 敬人设计工作室
吕敬人

[德]沃尔夫·盖特纳 著
社会选择理论基础
李晋 马丽 译

格致出版社·上海三联书店·上海人民出版社
(200001 上海福建中路 193 号 24 层 www.ewen.cc)

编辑部热线 021-63914988
市场部热线 021-63914081
www.hibooks.cn

世纪出版集团发行中心发行
上海图宇印刷有限公司印刷
2013 年 5 月第 1 版
2013 年 5 月第 1 次印刷
开本:850×1168 1/32
印张:9.75 插页:5 字数:165,000

ISBN 978-7-5432-2236-6/F·637 定价:32.00 元

A Primer in Social Choice Theory　Revised Editon
Wulf Gaerthner

Reprinted 2010

本书根据 Oxford University Press 2010 年英文修订版译出
2013 年中文版专有出版权属格致出版社
本书授权只限在中国大陆地区发行

上海市版权局著作权合同登记号:图字 09-2011-451 号