

6  
國立中央圖書館



1109084

國立成功大學  
土木工程研究所  
碩士論文

指導教授：邱耀正

火災對鋼結構承載力影響之研究



研究生：陳濟民 學號：676751060

中華民國七十八年六月 日



國立成功大學

碩士論文

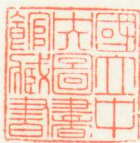
火災對鋼結構承載力影響之研究

研究生：陳濟民

本論文業經審查及口試合格特此證明

論文考試委員

陳培麟  
邱耀正



指導教授：邱耀正 邱耀正

所長：譚建國

中華民國七十八年六月 日



## 目 錄

摘要	I
目錄	II
圖表目錄	III
第一章 緒論	1
第二章 基本理論方程式	3
§ 2 - 1 基本方程式	
§ 2 - 2 外荷重引起之固定端力素	
§ 2 - 3 熱應變引起之固定端力素	
§ 2 - 4 塑性應變引起之固定端力素	
§ 2 - 5 潛變應變引起之固定端力素	
第三章 解析方法	14
§ 3 - 1 局部座標下之元素勁度矩陣	
§ 3 - 2 總體座標下之總體勁度矩陣	
§ 3 - 3 解析步驟	
§ 3 - 4 收斂準則與破壞準則	
第四章 數值計算實例	22
第五章 結論與建議	25
附錄 § [A] 固定端力素推演	56
附錄 § [B] 元素勁度矩陣推演	61
附錄 § [C] 正交適點法	69
附錄 § [D] ASTM.A36型鋼材料性質	72
參考文獻	74



## 圖 表 目 錄

- 圖 (1) 座標軸與位移之示意圖
- 圖 (2) 桿件中相距  $dx$  之元件截取圖
- 圖 (3) 兩端固定之桿件，在外荷重作用下，於固定端所產生軸向力、剪力與彎矩作用之方向圖
- 圖 (4) 兩端固定之桿件，在溫度變化  $\Delta T(x)$  作用下，於固定端所產生軸向力、剪力與彎矩作用之方向圖
- 圖 (5) 兩端固定之桿件，在塑性應變影響下，於固定端所產生軸向力、剪力與彎矩作用之方向圖
- 圖 (6) 斷面內正向應力與時間之關係示意圖
- 圖 (7) 局部座標下，元素之桿端力與桿端變位示意圖
- 圖 (8) 三明治型斷面示意圖
- 圖 (9) 局部座標下，元素之桿端力與適點斷面上軸向力增量、彎矩增量示意圖
- 圖 (10) I 型構架之載重、火源與斷面尺寸示意圖
- 圖 (11) I 型構架直接勁度法元素分割示意圖
- 圖 (12) II 型構架之載重、火源與斷面尺寸示意圖
- 圖 (13) II 型構架直接勁度法元素分割示意圖
- 圖 (14) III IV 型構架之載重與斷面尺寸示意圖 (III 型火源置於一樓，IV 型火源置於二樓)
- 圖 (15) III IV 型構架直接勁度法元素分割示意圖
- 圖 (16) V 型構架之載重、火源與斷面尺寸示意圖
- 圖 (17) V 型構架直接勁度法元素分割示意圖
- 圖 (18) I 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖
- 圖 (19) II 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖
- 圖 (20) III 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖
- 圖 (21) IV 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖
- 圖 (22) V 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖
- 圖 (23) II 型構架於原載重作用下，D 點水平變位、溫度與時間之關係圖
- 圖 (24) II 型構架於原載重作用下，E 點垂直變位、溫度與時間之關係圖





- 圖 (25) II 型構架於原載重作用下，E 點水平變位、溫度與時間之關係圖
- 圖 (26) IV 型構架於原載重作用下，G 點水平變位、溫度與時間之關係圖
- 圖 (27) IV 型構架於原載重作用下，I 點垂直變位、溫度與時間之關係圖
- 圖 (28) V 型構架於原載重作用下，K 點垂直變位、溫度與時間之關係圖
- 圖 (29) V 型構架於原載重作用下，L 點垂直變位、溫度與時間之關係圖
- 圖 (30) I 型構架於不同載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值與時間之關係圖
- 圖 (31) II 型構架於不同載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值與時間之關係圖
- 圖 (32) I 型構架於不同載重作用下，A 點水平變位與時間之關係圖
- 圖 (33) I 型構架於不同載重作用下，B 點水平變位與時間之關係圖
- 圖 (34) II 型構架於不同載重作用下，D 點水平變位與時間之關係圖
- 圖 (35) II 型構架於不同載重作用下，E 點垂直變位與時間之關係圖
- 圖 (36) II 型構架於不同載重作用下，F 點垂直變位與時間之關係圖
- 圖 (37) III 型構架於不同載重作用下，H 點水平變位與時間之關係圖
- 圖 (38) III 型構架於不同載重作用下，I 點垂直變位與時間之關係圖
- 圖 (39) IV 型構架於不同載重作用下，G 點水平變位與時間之關係圖
- 圖 (40) IV 型構架於不同載重作用下，I 點垂直變位與時間之關係圖
- 圖 (41) V 型構架於不同載重作用下，K 點垂直變位與時間之關係圖
- 圖 (42) V 型構架於不同載重作用下，L 點垂直變位與時間之關係圖
- 表 (一) 各型構架在不同載重下破壞時刻表



## 第一章 緒論

結構物在火災情況下，由於火場之熱量經由傳導、對流與輻射等傳遞作用，使得結構物之桿件溫度隨著時間而劇烈上升，因而導致其材料性質（楊氏係數、降伏應力與膨脹係數等）發生重大變化 [3][12]。此時結構物之承載能力已不復火災之前。而災後結構物之承載力是否仍合乎原設計要求，為一安全問題，不容忽視。因此，關於火災對結構物承載力影響之評估，乃成為重要之課題；尤以建築物日益高層化之今日，對於結構物抗火時效性之探討研究，顯得格外迫切需要。而結構物抗火時效之取得，可由火場實體燃燒試驗，求出其破壞時間；然此等破壞性試驗，非但費用高昂，甚不經濟，如無合理之理論分析模式配合，則亦無法預估他種型式結構物之抗火時效。因此，以有系統之理論、健全之學理與合理之假設，配合適當之實驗數據加以分析，方是根本解決之道。

由於鋼結構在國內外建築中日漸普遍，且因其數學模式較易掌握、在高溫狀態下材料性質之既有資料較為齊全，故國內外漸有學者陸續從事其在火害下承載力問題之研究。Dotreppe [6] 曾以差分法解析鋼構架受火害之溫度分佈，並用極限分析理論對構架之抗火時效作一初步研究；Tarn、Lay 和 Wang [13] 則提出正交適點法 (orthogonal collocation method) 解析鋼構架受火害之溫度分佈。可是 Dotreppe 與 Tarn 等之研究對結構非受火區之熱輻射效應忽略不計，以致火源對溫度分佈之影響限為局部效應。



[17]繼續 Tarn 等之研究，對溫度之熱輻射效應作進一步之探討；[16]以 [13]之溫度分佈結果，對鋼構架抗火延時作一初步研究；[18]採用 [17]之研究結果，對鋼構架受火害之應力分佈作一初步分析。[15]則針對單一鋼樑，解析其受火害下之變位。本文繼續 [18]之研究且引用文獻 [17] 依照 BS476.Part8 標準溫度延時曲線所得之溫度分佈，對鋼構架之抗火時效作進一步研究。

構架在受火害情況下，由於溫度之急劇上升，將產生極大之熱應力，而溫度之上升改變材料性質，降伏應力隨溫度增高而遞減。因此，構架內之應力比常溫時提早進入塑性階段，再加上高溫引起之潛變效應，致其內力分佈隨著時間呈劇烈變化。因溫度上升造成楊氏係數與降伏應力之衰減，而熱應變、塑性應變與潛變應變之合效應使軸向力產生變化，故構架之總體勁度矩陣行列式值將隨著時間而遞減，終趨於零，而使得構架呈現不穩定，以致破壞。本文將構架桿件視為樑-柱元素，採用直接勁度法解析構架反應與預測破壞時間，而由於時間為連續性，文中將時間分割成有限時段，採用增量法分析。

文中首先於第二章以樑-柱理論為基礎，介紹非彈性理論之基本方程式，並推導外荷重、熱應變、塑性應變與潛變應變造成之固定端力素 (fixed end forces)。第三章則針對如何運用直接勁度法處理諸效應及求取破壞時間等，加以分析與說明。第四章就各類型構架承受火源及不同載重作用下之抗火時效作實例之數值計算與分析。



## 第二章 基本理論方程式

構架受火害後，其內力分佈將隨著時間而呈劇烈變化，而其內力之變化係由熱應變、塑性應變與潛變應變等效應所產生。本文將桿件視為樑-柱元素，採用直接勁度法，就個別效應造成之固定端力素（即桿件兩端之軸向力、剪力與彎矩）加以推導。

### § 2-1 基本方程式

如圖(1)所示之樑-柱桿件，採用直角座標  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ ，相對應之位移為  $u$ 、 $v$ 、 $w$ ， $X$  軸通過斷面形心。考慮桿件中相距  $dx$  所截取之元件，如圖(2)所示。如取軸向、橫向之力平衡及元件之力距平衡，可得樑-柱桿件上作用之載重、軸向力( $P$ )、剪力( $V$ )與彎矩( $M$ )間之相互關係為

$$\frac{dP}{dx} = p', \quad \frac{dV}{dx} = -q, \quad \frac{dM}{dx} = -V - P \frac{dw}{dx} \quad (2-1)$$

式中， $p'$ 表軸向分佈載重； $q$ 表橫向分佈載重。

假設桿件滿足Bernoulli-Euler假設，則其軸向應變為

$$\epsilon = \kappa_y Y + \kappa_z Z + \epsilon_0 \quad (2-2)$$

式中， $\kappa_y$ 表  $X-Y$  平面之曲率； $\kappa_z$ 表  $X-Z$  平面之曲率； $\epsilon_0$ 表斷面形心處之應變。

軸向應變為彈性應變  $\epsilon_e$  與非彈性應變  $\epsilon_i$  之和 ( $\epsilon_i$  可為熱應變  $\epsilon_t$ 、塑性應變  $\epsilon_p$  或潛變應變  $\epsilon_o$ )，所以軸向應變與





軸向位移之關係為

$$\epsilon = \partial u / \partial x = \epsilon_e + \epsilon_i \quad (2-3)$$

此時應力與應變之關係式為

$$\sigma = E \epsilon_e = E(\epsilon - \epsilon_i) \quad (2-4)$$

由(2-2)與(2-4)式，可得斷面之軸向力與合力矩為

$$P = \int_A \sigma \, dA = E \int_A (\epsilon - \epsilon_i) \, dA = EA \epsilon_o - E \int_A \epsilon_i \, dA \quad (2-5)$$

$$M_y = - \int_A z \sigma \, dA = -E(\kappa_y I_{yz} + \kappa_z I_{yy} - \int_A z \epsilon_i \, dA) \quad (2-6)$$

$$M_z = - \int_A y \sigma \, dA = -E(\kappa_y I_{zz} + \kappa_z I_{yz} - \int_A y \epsilon_i \, dA) \quad (2-7)$$

諸式中， $I_{yy} = \int_A z^2 \, dA$ ， $I_{yz} = \int_A yz \, dA$ ， $I_{zz} = \int_A y^2 \, dA$

令  $E \int_A \epsilon_i \, dA = F_i$  表非彈性軸向力 (inelastic axial force)

$-E \int_A z \epsilon_i \, dA = M_{yi}$  及  $-E \int_A y \epsilon_i \, dA = M_{zi}$  表非彈性彎矩 (

inelastic moments) (2-8)

則由(2-5)式，可得

$$\epsilon_o = \frac{P + F_i}{EA} \quad (2-9)$$

次由(2-6)與(2-7)式，可得曲率與彎矩之關係式：

$$\kappa_y = \frac{(M_y + M_{yi}) I_{yz} - (M_z + M_{zi}) I_{yy}}{E(I_{yy} I_{zz} - I_{yz}^2)} \quad (2-10)$$

$$\kappa_z = \frac{(M_z + M_{zi}) I_{yz} - (M_y + M_{yi}) I_{zz}}{E(I_{yy} I_{zz} - I_{yz}^2)} \quad (2-11)$$

如考慮結構變位為小變形、桿件斷面均勻，且載重作用於 X-Z 對稱面，則可得曲率與橫向位移之關係為

$$\kappa_y = -\partial^2 v / \partial x^2, \quad \kappa_z = -\partial^2 w / \partial x^2 \quad (2-12)$$



而彎矩與橫向位移間之關係則為

$$\frac{M+M_i}{EI} = \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (2-13)$$

式中， $M=M_x$ ， $M_i=M_{x_i}$ ， $I=I_{yy}$ 。

由(2-3)與(2-5)式可知軸向力與軸向位移之關係為

$$\frac{P+F_i}{E} = \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) \quad (2-14)$$

則由(2-1)、(2-13)與(2-14)式，可得非彈性理論之基本方程式：

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw \right] = q + \frac{d^2 M_i}{dx^2} \quad (2-15)$$

$$\frac{d}{dx} \left[ E \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) \right] = p' + \frac{dF_i}{dx} \quad (2-16)$$

當樑-柱桿件承受橫向及軸向分佈荷重 ( $q$ ,  $p'$ )，並考慮非彈性彎矩與軸向力 ( $M_i$ ,  $F_i$ ) 時，其橫向與軸向位移 ( $w$ ,  $u$ )，可由上二式求得。

## § 2-2 外荷重引起之固定端力素

茲考慮一斷面均勻、材料均質、兩端固定之桿件，在承受橫向均佈外荷重  $q$  作用下之固定端力素，如圖(3)所示。此處不考慮軸向荷重 (即  $p'=0$ )、非彈性彎矩 (即  $M_i=0$ ) 與非彈性軸向力 (即  $F_i=0$ )，因此(2-15)與(2-16)式可簡化為

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw \right] = q \quad (2-17)$$

$$\frac{d}{dx} \left[ E \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) \right] = 0 \quad (2-18)$$



因不考慮軸向荷重，所以(2-17)式中軸向力P為常數。而邊界條件為

$$\begin{aligned} x=0, \quad u=w=dw/dx=0 \\ x=1, \quad u=w=dw/dx=0 \end{aligned} \quad (2-19)$$

(2-17)、(2-18)式配合邊界條件(2-19)式，可解得

$$\begin{aligned} w(x) = \frac{ql}{2P\mu} \left[ \cot \frac{\mu l}{2} \cos \mu x + \sin \mu x \right] + \frac{q}{2P} (x^2 - lx) - \\ \frac{ql}{2P\mu} \cot \frac{\mu l}{2}, \quad \mu = (P/EI)^{1/2} \end{aligned} \quad (2-20)$$

$$\int_A u(x) dA = 0 \quad (2-21)$$

則由上二式，可得外荷重引起之固定端力素為

$$\begin{aligned} R_a = -V(x) \Big|_{x=0} &= \left[ \frac{d}{dx} (EI \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw) \right] \Big|_{x=0} = \frac{ql}{2} \\ R_b = V(x) \Big|_{x=1} &= - \left[ \frac{d}{dx} (EI \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw) \right] \Big|_{x=1} = - \frac{ql}{2} \\ M_a = -M(x) \Big|_{x=0} &= - \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right] \Big|_{x=0} = \frac{-q}{\mu^2} \left( 1 - \frac{\mu l}{2} \cot \frac{\mu l}{2} \right) \\ M_b = M(x) \Big|_{x=1} &= \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right] \Big|_{x=1} = \frac{q}{\mu^2} \left( 1 - \frac{\mu l}{2} \cot \frac{\mu l}{2} \right) \\ F_a = -F(x) \Big|_{x=0} &= - \left[ E \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) \right] \Big|_{x=0} = 0 \\ F_b = F(x) \Big|_{x=1} &= \left[ E \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) \right] \Big|_{x=1} = 0 \end{aligned} \quad (2-22)$$

式中， $R_a$ 、 $R_b$ 、 $M_a$ 、 $M_b$ 、 $F_a$ 與  $F_b$ 之方向如圖(3)所示。



### § 2-3 熱應變引起之固定端力素

桿件受到火場溫度的影響，其材料性質隨溫度之上升而改變，且溫度分佈並非均勻，此時材料呈不均質性 (non-homogeneity)。由於桿件斷面尺寸遠較長度為小，致熱量在斷面之傳遞較軸向迅速，因此假設桿件中同一斷面之溫度為均勻分佈，熱量傳遞僅在軸向。

考慮一斷面均勻、材料非均質、兩端固定之桿件，在承受溫度變化函數  $\Delta T(X)$  作用下之固定端力素，如圖(4)所示。此處不考慮外荷重之作用 (即  $p'=0, q=0$ )，由(2-15)、(2-16)式可知控制方程式為

$$\frac{d^2}{dx^2} [E(x) I \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw] = \frac{d^2 M_t}{dx^2} \quad (2-23)$$

$$\frac{d}{dx} [E(x) \frac{d}{dx} (\int_A u dA)] = \frac{dF_t}{dx} \quad (2-24)$$

式中， $M_t$  與  $F_t$  分別表熱應變造成之非彈性彎矩與軸向力。而邊界條件為

$$\begin{aligned} x=0, \quad u=w=dw/dx=0 \\ x=l, \quad u=w=dw/dx=0 \end{aligned} \quad (2-25)$$

(2-23)、(2-24)式經由 Laplace 變換，配合邊界條件可得 (詳細推導過程見附錄 [A])

$$w(x) = \int_0^x \frac{M_t(\tau) + C_1 \tau - C_0 - Pw(\tau)}{E(\tau) I} (x-\tau) d\tau \quad (2-26)$$

$$\int_A u(x) dA = \int_0^x \frac{F_t(\tau) + C_2}{E(\tau)} d\tau \quad (2-27)$$

式中，

$$C_0 = \frac{1}{\alpha \tau - \beta^2} \left\{ \int_0^1 \frac{(\tau - \beta \tau) M_t(\tau)}{E(\tau)} d\tau + P(\beta \tau - \gamma \xi) \right\}$$





$$C_1 = \frac{1}{\alpha_T - \beta^2} \left\{ \int_0^1 \frac{(\beta - \alpha\tau) M_t(\tau)}{E(\tau)} d\tau + P(\alpha\gamma - \beta^2\zeta) \right\}$$

$$C_2 = -\frac{1}{\alpha} \int_0^1 \frac{F_t(\tau)}{E(\tau)} d\tau$$

其中，

$$\alpha = \int_0^1 \frac{d\tau}{E(\tau)}, \quad \beta = \int_0^1 \frac{\tau d\tau}{E(\tau)}, \quad \gamma = \int_0^1 \frac{\tau^2 d\tau}{E(\tau)}$$

$$\zeta = \int_0^1 \frac{w(\tau) d\tau}{E(\tau)}, \quad \eta = \int_0^1 \frac{w(\tau) \tau d\tau}{E(\tau)}$$

則由(2-26)、(2-27)式，可得熱應變引起之固定端力素為

$$R_a = -V(x) \Big|_{x=0} = \left[ \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw - M_t \right) \right] \Big|_{x=0} = C_1$$

$$R_b = V(x) \Big|_{x=1} = - \left[ \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw - M_t \right) \right] \Big|_{x=1} = -C_1$$

$$M_a = -M(x) \Big|_{x=0} = - \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} - M_t \right] \Big|_{x=0} = C_0$$

$$M_b = M(x) \Big|_{x=1} = \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} - M_t \right] \Big|_{x=1} = C_1 l - C_0$$

$$F_a = -F(x) \Big|_{x=0} = - \left[ E \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) - F_t \right] \Big|_{x=0} = -C_2$$

$$F_b = F(x) \Big|_{x=1} = \left[ E \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) - F_t \right] \Big|_{x=1} = C_2$$

(2-28)

而由(2-8)式可知  $F_t$ 、 $M_t$  與熱應變增量之關係為

$$F_t = E \int_A \Delta \epsilon_t dA, \quad M_t = -E \int_A \Delta \epsilon_t z dA \quad (2-29)$$

其中， $\Delta \epsilon_t$  為熱應變增量，可表示為

$$\Delta \epsilon_t = \alpha_0(x) \Delta T(x) \quad (2-30)$$

$\alpha_0$  表膨脹係數，為溫度之函數；而由於熱量僅在軸向傳遞



，故  $\alpha_o$  可表為  $X$  之函數。將 (2-30) 式代入 (2-29) 式可得

$$F_t = EA\alpha_o(x)\Delta T(x), \quad M_t = 0 \quad (2-31)$$

再將 (2-31) 式代入 (2-28) 式，可將固定端力素簡化為

$$\begin{aligned} R_a &= \frac{P(\alpha\gamma - \beta\xi)}{\alpha\gamma - \beta\xi^2}, & R_b &= \frac{-P(\alpha\gamma - \beta\xi)}{\alpha\gamma - \beta\xi^2} \\ M_a &= \frac{P(\beta\gamma - \gamma\xi)}{\alpha\gamma - \beta\xi^2}, & M_b &= \frac{P[(\alpha\gamma - \beta\xi)l - (\beta\gamma - \gamma\xi)]}{\alpha\gamma - \beta\xi^2} \\ F_a &= \frac{A}{\alpha} \int_0^1 \alpha_o(x)\Delta T(x) dx, & F_b &= -\frac{A}{\alpha} \int_0^1 \alpha_o(x)\Delta T(x) dx \end{aligned} \quad (2-32)$$

式中， $A$  表桿件之斷面積。 $R_a$ 、 $R_b$ 、 $M_a$  與  $M_b$  涉及橫向變位  $w(x)$  之積分，但 (2-26) 式為一積分方程式，可經由正交適點法解得適點上之諸變位值，再將之代入積分式中，利用高斯積分法，最後解得

$$R_a = R_b = M_a = M_b = 0 \quad (\text{求解過程詳見附錄 [A]})$$

乃因熱量僅在軸向傳遞，故桿件兩端不產生剪力與彎矩。某時刻及其前一時刻桿件之溫度分佈既已求知，兩時刻間之溫度變化  $\Delta T(x)$  自當可知；而楊氏係數與膨脹係數亦可由前一時刻之溫度分佈求得。

## § 2-4 塑性應變引起之固定端力素

一般構架多屬超靜定結構，當其遭受火害時，桿件因無法自由伸張，隨著溫度之逐漸上升，勢將造成愈來愈大之熱應力；而楊氏係數與降伏應力亦隨溫度之上升而衰減



。因此，構架內之應力將比常溫時提早進入塑性階段。

考慮一斷面均勻、材料非均質、兩端固定之桿件，如圖(5)所示。設桿件內之應力已達塑性階段，則在斷面X處存有塑性軸向力 $F_p$  (plastic axial force) 與塑性彎矩 $M_p$  (plastic moment)。其控制方程式與(2-23)、(2-24)相似

，為

$$\frac{d^2}{dx^2} [E(x) I \frac{d^2 w}{dx^2} + P w] = \frac{d^2 M_p}{dx^2} \quad (2-33)$$

$$\frac{d}{dx} [E(x) \frac{d}{dx} (\int_A u dA)] = \frac{d F_p}{dx} \quad (2-34)$$

而邊界條件仍為(2-35)式，經由前節相同之推導過程可解得

$$w(x) = \int_0^x \frac{M_p(\tau) + a_1 \tau - a_0 - P w(\tau)}{E(\tau) I} (x - \tau) d\tau \quad (2-35)$$

$$\int_A u dA = \int_0^x \frac{F_p(\tau) + a_2}{E(\tau)} d\tau \quad (2-36)$$

式中，

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\alpha\gamma - \beta^2} \left\{ \int_0^1 \frac{(\gamma - \beta\tau) M_p(\tau)}{E(\tau)} d\tau + P(\beta\gamma - \gamma\xi) \right\} \\ a_1 &= \frac{1}{\alpha\gamma - \beta^2} \left\{ \int_0^1 \frac{(\beta - \alpha\tau) M_p(\tau)}{E(\tau)} d\tau + P(\alpha\gamma - \beta\xi) \right\} \\ a_2 &= -\frac{1}{\alpha} \int_0^1 \frac{F_p(\tau)}{E(\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (2-37)$$

其中， $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\xi$ 、 $\eta$ 與前節之表示式相同。

則由(2-35)、(2-36)式，經前節相同之推導，可得塑性應變引起之固定端力素為

$$\begin{aligned} F_a &= -a_2, \quad R_a = a_1, \quad M_a = a_0 \\ F_b &= a_2, \quad R_b = -a_1, \quad M_b = a_1 l - a_0 \end{aligned} \quad (2-38)$$

而由(2-8)式可知 $F_p$ 、 $M_p$ 與塑性應變增量之關係為



$$F_p = E \int_A \Delta \epsilon_p dA, \quad M_p = -E \int_A \Delta \epsilon_p z dA \quad (2-39)$$

由於應力增量尚未求得，致塑性應變增量  $\Delta \epsilon_p$  未可求知，故  $F_p(x)$  與  $M_p(x)$  仍為待定係數。而  $R_a$ 、 $R_b$ 、 $M_a$ 、 $M_b$  又涉及橫向變位  $w(x)$  之積分，加以 (2-35) 式為一積分方程式， $w(x)$  亦未可知。在數值計算上，利用正交適點法，選取桿件內部  $k$  個適點點位斷面加以分析。先將適點上之諸橫向變位值以諸適點上之  $F_p$ 、 $M_p$  表示（詳見附錄 [A]），再將之代入積分式中，利用高斯積分法，可將 (2-38) 以矩陣表示如下：

$$\{\bar{Q}\}_{r,p} = [\bar{C}] \{\bar{x}_p\} \quad (2-40)$$

式中， $\{\bar{Q}\}_{r,p} = \{F_a, R_a, M_a, F_b, R_b, M_b\}^T$ ； $[\bar{C}]$  為可求知之係數矩陣； $\{\bar{x}_p\}$  為未知之行向量，表桿件上所選取之  $k$  個適點斷面上  $F_p$  與  $M_p$  之集合。

## § 2-5 潛變應變引起之固定端力素

潛變行為會造成應力鬆弛，構架在受火害之過程中，初期由於潛變效應不明顯，致桿件應力會隨溫度之上升而迅速增加，但後期階段潛變效應愈益顯著，適反造成應力隨溫度之上升而衰減 [18]。故在高溫時，潛變效應不容忽視。

考慮一斷面均勻、材料非均質、兩端固定之桿件，在潛變效應作用下之固定端力素。其控制方程式與 (2-23)、(2-24) 式相似，為





$$\frac{d^2}{dx^2} [E(x) I \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw] = \frac{d^2 M_c}{dx^2} \quad (2-41)$$

$$\frac{d}{dx} [E(x) \frac{d}{dx} (\int_A u dA)] = \frac{dF_c}{dx} \quad (2-42)$$

式中， $M_c$ 與 $F_c$ 分別表潛變應變所造成之非彈性彎矩與軸向力，而邊界條件仍為(2-25)式，依然經前節相同之推導過程，可得

$$w(x) = \int_0^x \frac{M_c(\tau) + C_1^* \tau - C_0^* - Pw(\tau)}{E(\tau) I} (x-\tau) d\tau \quad (2-43)$$

$$\int_A u dA = \int_0^x \frac{F_c(\tau) + C_2^*}{E(\tau)} d\tau \quad (2-44)$$

式中，

$$C_0^* = \frac{1}{\alpha r - \beta^2} \left\{ \int_0^1 \frac{(r - \beta \tau) M_c(\tau)}{E(\tau)} d\tau + P(\beta \gamma - \gamma \xi) \right\}$$

$$C_1^* = \frac{1}{\alpha r - \beta^2} \left\{ \int_0^1 \frac{(\beta - \alpha \tau) M_c(\tau)}{E(\tau)} d\tau + P(\alpha \gamma - \beta \xi) \right\}$$

$$C_2^* = -\frac{1}{\alpha} \int_0^1 \frac{F_c(\tau)}{E(\tau)} d\tau$$

其中， $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\xi$ 、 $\eta$ 與前節之表示式相同。

而固定端力素則為

$$\begin{aligned} F_a &= -C_2^* , & R_a &= C_1^* , & M_a &= C_0^* \\ F_b &= C_2^* , & R_b &= -C_1^* , & M_b &= C_1^* l - C_0^* \end{aligned} \quad (2-45)$$

由(2-8)式知 $F_c$ 、 $M_c$ 與潛變應變增量之關係為

$$F_c = E \int_A \Delta \epsilon_c dA , \quad M_c = -E \int_A \Delta \epsilon_c z dA \quad (2-46)$$

而潛變應變增量 $\Delta \epsilon_c$ 可由 Mechanical Equation of State 求得，該方程式顯示潛變應變速率為潛變應變、應力與溫度之函數，即

$$d\epsilon_c/dt = f(\epsilon_c, \sigma, T)$$



潛變行為與時間有關，如圖(6)所示為桿件內某點位之應力與時間關係曲線，該曲線可以取微小之時間增量所形成之階梯折線模擬之[10]，於每一微小時段中應力可視為定值；該時段之潛變應變速率可由前一時段之潛變應變、應力與溫度值予以求得，則潛變應變增量自亦可得。

在數值計算上，如同前面諸節，利用正交適點法與高斯積分法，可求解(2-45)式。

在本節與前面兩節中，諸固定端力素多涉及橫向變位  $w(x)$  之積分與一般積分式，而  $w(x)$  又涉及積分方程式，於處理方式上之所以採用正交適點法配合高斯積分法，乃因正交適點法所選取之適點恰為高斯積分之積分點位，且高斯積分法之精確度良好。



### 第三章 解析方法

由前章之論述知，構架在受火害前溫度保持一般常溫，僅須考慮外荷重之影響；而受火害之後，溫度逐漸增加，則須將熱應變、塑性應變與潛變應變三者一併考慮，其後因溫度之急劇增加，三者之效應愈益顯著，且愈演愈烈，終使構架呈現不穩定現象，以致破壞。

對於構架受火害終致破壞之過程，本文以直接勁度法處理之。在本章中，將針對如何以直接勁度法處理諸效應及求取破壞時間等，作一推導與說明。

#### § 3-1 局部座標下之元素勁度矩陣

如圖(7)所示，考慮一斷面均勻、材料非均質之桿件， $O-\bar{X}-\bar{Y}$ 為局部座標系統， $X$ 軸沿桿件中心建立。則桿件之桿端力與桿端變位間之關係可表示如下：

$$\{\bar{Q}\} = (\bar{S}) \{\bar{q}\} \quad (3-1)$$

式中， $\{\bar{Q}\}$ 為桿端軸向力、剪力與彎矩所形成之行向量； $[\bar{S}]$ 表桿件在局部座標下之元素勁度矩陣 (element stiffness matrix)； $\{\bar{q}\}$ 為桿端軸向變位、橫向變位與旋轉角所形成之行向量。

一般結構矩陣理論，於推導元素勁度矩陣時，大多針對均質桿件，但當桿件遭受火害時，溫度分佈並非均勻，其材料已呈不均質性，故一般結構理論之元素勁度矩陣並



不適用於此。文獻[18]曾就非均質桿件推導其元素勁度矩陣，但文獻[18]將軸向力對彎矩之影響予以忽略；而本文基於樑-柱理論，將軸向力之影響考慮進來，重新推導桿件之勁度矩陣（詳細推導過程見附錄〔B〕），其結果如下：

$$(\bar{S}) = (\bar{S}_e) + (\bar{S}_g) \quad (3-2)$$

式中，

$$(\bar{S}_e) = \begin{pmatrix} \frac{A}{\alpha} & & & & & \\ 0 & \frac{\alpha I}{\Phi} & & & & \\ 0 & \frac{\beta I}{\Phi} & \frac{\gamma I}{\Phi} & & & \\ -\frac{A}{\alpha} & 0 & 0 & \frac{A}{\alpha} & & \\ 0 & \frac{-\alpha I}{\Phi} & \frac{-\beta I}{\Phi} & 0 & \frac{\alpha I}{\Phi} & \\ 0 & \frac{(\alpha I - \beta) I}{\Phi} & \frac{(\beta I - \gamma) I}{\Phi} & 0 & \frac{-(\alpha I - \beta) I}{\Phi} & \frac{(\gamma - 2\beta I + \alpha I^2) I}{\Phi} \end{pmatrix} \text{Sym.}$$

$$(\bar{S}_g) = P \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\chi_2}{\Phi} & -\frac{\chi_3}{\Phi} & 0 & -\frac{\chi_5}{\Phi} & -\frac{\chi_6}{\Phi} \\ 0 & \frac{\psi_2 + \Phi}{\Phi} & \frac{\psi_3}{\Phi} & 0 & \frac{\psi_5}{\Phi} & \frac{\psi_6}{\Phi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\chi_2}{\Phi} & \frac{\chi_3}{\Phi} & 0 & \frac{\chi_5}{\Phi} & \frac{\chi_6}{\Phi} \\ 0 & \frac{-(\chi_2 I + \psi_2)}{\Phi} & \frac{-(\chi_3 I + \psi_3)}{\Phi} & 0 & \frac{-(\chi_5 I + \psi_5) - \Phi}{\Phi} & \frac{-(\chi_6 I + \psi_6)}{\Phi} \end{pmatrix}$$

其中，  $\alpha = \int_0^1 \frac{d\tau}{E(\tau)}$  ,  $\beta = \int_0^1 \frac{\tau d\tau}{E(\tau)}$  ,  $\gamma = \int_0^1 \frac{\tau^2 d\tau}{E(\tau)}$

$$\Phi = \alpha \gamma - \beta^2, \quad \chi_i = (\beta \xi_i - \alpha \eta_i), \quad \psi_i = (\beta \eta_i - \gamma \xi_i)$$

$$i=2, 3, 5, 6$$

而  $\xi_i = \int_0^1 \frac{w_i(\tau) d\tau}{E(\tau)}$  ,  $\eta_i = \int_0^1 \frac{w_i(\tau) \tau d\tau}{E(\tau)}$

$$i=2, 3, 5, 6$$





其中， $w_i$  為桿件在第  $i$  個自由度產生一單位位移所造成之橫向變位。

$(\bar{S}_e)$  與文獻 [18] 所推導之勁度矩陣相同； $(\bar{S}_g)$  則是考慮軸向力之影響所產生者，與軸向力  $P$  有關。而所須注意者，勁度矩陣應具對稱性， $(\bar{S}_g)$  於形式上雖未具對稱，但可經由數值計算證明其為對稱（見附錄 [B]）。

(3-1) 式中，桿端力  $\{\bar{Q}\}$  與元素勁度矩陣  $(\bar{S})$  皆與軸向力  $P$  有關，因此該式代表桿端力與桿端變位間之一非線性關係式；當轉成總體座標系時，整個構架之外力與變位間亦將呈現非線性關係。

### § 3 - 2 總體座標下之總體勁度矩陣

當構架中每根桿件於自身局部座標下之勁度矩陣求得後，須先將其轉換成總體座標下之元素勁度矩陣，再將所有桿件元素組合起來，以構成總體座標下之總體勁度矩陣 (global stiffness matrix)。

總體座標下之元素勁度矩陣  $(S)$  與局部座標下之元素勁度矩陣  $(\bar{S})$  間之關係為

$$(S) = (T)^T (\bar{S}) (T) \quad (3-3)$$

式中， $(T)$  表轉換矩陣 (transfer matrix)



$$[T] = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

其中， $\theta$ 表桿件與總體座標系 X 軸之夾角，以逆時針方向為正。

構架之總體勁度矩陣 [K] 則可表示為

$$[K]_{n \times n} = \sum (S) = \sum (T)^T (\bar{S}) (T) \quad (3-4)$$

式中，n為構架之自由度總數。

### § 3 - 3 解析步驟

對構架作數值分析時，由第二章之論述知其涉及積分方程式及一般積分式，因此除了須將構架分成 m 個元素外，並須於每個元素上選取 k 個適點 (collocation points, 即高斯積分之積分點位) 以處理之，而後將構架分受火前與受火後兩部份依序分析。

(一) 受火前：

僅須考慮外荷重之作用；將外荷重引起之固定端力素反向施加於結點上，並化為總體座標下之結點力後，則整個構架之未束縛結點力 {P}。與未束縛結點變位 {U}。間之關係可表示如下

$$\{P\} = [K] \cdot \{U\} \quad (3-5)$$

式中，[K]。表示構架受火前之總體勁度矩陣。式 (3-5) 為一非線性式，本文使用迭代方法求解。因 [K]。與各桿件軸



向力有關，而各桿件軸向力尚未求知，故可假設各桿件之軸向力為零做為起始值，依序迭代，直到收斂為止。

## (二)受火後：

須同時考慮熱應變、塑性應變與潛變應變等效應。由於時間為連續性，因此可將時間予以分割成有限時段，依序分析每一時段。

由第二章之論述知，熱應變與潛變應變引起之固定端力素  $\{\bar{Q}\}_{f,t}$  與  $\{\bar{Q}\}_{f,c}$  為可求得之量，而塑性應變引起之固定端力素  $\{\bar{Q}\}_{f,p}$  則為未知量。於是可將  $\{\bar{Q}\}_{f,t}$  與  $\{\bar{Q}\}_{f,c}$  反向施加於構架結點上，並化為總體座標下之結點力，據以表示成

$$\{P_{t,c}\}^i = [K]^i \{U_{t,c}\}^i \quad (3-6)$$

式中， $\{P_{t,c}\}^i$  表第  $i$  個時段內，熱應變與潛變應變作用下之未束縛結點力； $[K]^i$  表第  $i$  個時段內之總體勁度矩陣； $\{U_{t,c}\}^i$  表第  $i$  個時段內，熱應變與潛變應變作用下之未束縛結點變位。

每一元素之桿端變位  $\{q\}$  可表示成

$$\{q\}^i = \{q_{t,c}\}^i + [C]^i \{x_p\}^i \quad (3-7)$$

式中， $\{q_{t,c}\}^i$  表第  $i$  個時段內，熱應變與潛變應變作用下之桿端變位，可由 (3-6) 式中以迭代法先予求得； $[C]^i$  表該時段內之係數矩陣，可由 (2-40) 式之  $[\bar{C}]$  經轉換組合而成； $\{x_p\}^i$  表該時段內， $m \times k$  個適點斷面上  $\Delta F_p$  (塑性軸向力增量) 與  $\Delta M_p$  (塑性彎矩增量) 形成之未知向量。

而局部座標下元素之桿端力為

$$\{\bar{Q}\}^i = [\bar{S}]^i [T] \{q\}^i + \{\bar{Q}\}_{f,t}^i + \{\bar{Q}\}_{f,c}^i + \{\bar{Q}\}_{f,p}^i \quad (3-8)$$

將 (2-40) 與 (3-7) 式代入 (3-8) 式，可得



$$\{\bar{Q}\}' = [\bar{S}]' [T] \{q_{tc}\}' + \{\bar{Q}\}'_{ft} + \{\bar{Q}\}'_{fc} + [\bar{S}]' [T] [C]' \{x_p\}' + [\bar{C}]' \{x_p\}' \quad (3-9)$$

至此，每一元素之桿端力可表為  $m \times k$  個適點斷面上  $\Delta F_p$  與  $\Delta M_p$  之線性組合。

茲考慮桿件斷面為三明治型斷面 (sandwich section) [4]，上下腹板面積各為  $A_f$ ，相距  $h$ ，該時段與前一時段之應力增量各為  $\Delta \sigma_1$ 、 $\Delta \sigma_2$ ，如圖 (8) 所示。則應力增量與軸向力增量  $\Delta F$ 、彎矩增量  $\Delta M$  間之關係為

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_1 &= (\Delta F/2 - \Delta M/h) / A_f \\ \Delta \sigma_2 &= (\Delta F/2 + \Delta M/h) / A_f \end{aligned} \quad (3-10)$$

由於塑性應變為應力之函數，即  $\epsilon_p = f(\sigma)$ ，故對強化材料 (work-hardening material) 而言，塑性應變增量可表為

$$\Delta \epsilon_p = \begin{cases} df(\sigma) \Delta \sigma / d\sigma & , \Delta \sigma \geq 0 \text{ (加載)} \\ 0 & , \Delta \sigma < 0 \text{ (卸載)} \end{cases} \quad (3-11)$$

由 (2-39) 知

$$\begin{aligned} \Delta F_p &= E \int_A \Delta \epsilon_p dA = EA_f (\Delta \epsilon_{p1} + \Delta \epsilon_{p2}) \\ \Delta M_p &= -E \int_A \Delta \epsilon_p z dA = hEA_f (\Delta \epsilon_{p2} - \Delta \epsilon_{p1}) / 2 \end{aligned} \quad (3-12)$$

將 (3-10)、(3-11) 式代入 (3-12) 式，可得

$$\begin{aligned} \Delta F_p &= E [f'(\sigma_2) (\Delta F/2 + \Delta M/h) + f'(\sigma_1) (\Delta F/2 - \Delta M/h)] \\ \Delta M_p &= hE [f'(\sigma_2) (\Delta F/2 + \Delta M/h) - f'(\sigma_1) (\Delta F/2 - \Delta M/h)] / 2 \end{aligned} \quad (3-13)$$

上式僅適用於  $\sigma_1$  與  $\sigma_2$  為加載之情況。

如圖 (9) 所示，軸向力增量與彎矩增量可以桿端力表示，即

$$\Delta F = -\bar{Q}_1, \quad \Delta M = \bar{Q}_2 X - \bar{Q}_3 \quad (3-14)$$

由 (3-9) 與 (3-14) 式知  $\Delta F$  與  $\Delta M$  亦可表為  $m \times k$  個適點斷面上





$\Delta F_p$ 與 $\Delta M_p$ 之線性組合，將 $\Delta F$ 與 $\Delta M$ 代入(3-13)式中，可得二線性方程式。就整個斷面取 $m \times k$ 個適點斷面而言，每個斷面有兩個未知數 $\Delta F_p$ 、 $\Delta M_p$ ，則共有 $2k \times m$ 個未知數；然每個斷面可取(3-13)式之二方程式，故可得到 $2k \times m$ 個方程式，於是構成一線性聯立方程組，恰可解得每個斷面之 $\Delta F_p$ 與 $\Delta M_p$ 。至此，該時段之分析並未完成，尚須檢查下列兩點：

(i) 前一時段已達降伏應力之點位，其於該時段內之應力增量 $\Delta\sigma$ 是否為加載情況，倘若不是，則屬卸載情況，須令(3-13)式中 $f'(\sigma_1)=0$ 與 $f'(\sigma_2)=0$ ，以取得一新的聯立方程組，重新求解 $\Delta F_p$ 與 $\Delta M_p$ 後再做檢查，如此迭代直到剩餘的降伏點位皆為加載之情況為止。

(ii) 由於構架之結點力與結點變位呈非線性關係，故須檢查每兩個迭代過程間，桿件之軸向力是否收斂，若未收斂，則須重覆(3-6)式以後步驟，直到收斂為止，並以做為下一時段桿件軸向力之起始值。

上述檢查工作完成之後，方可進行下一時段之分析。

### § 3 - 4 收斂準則與破壞準則

前述之分析步驟中，因結點力與結點變位之關係呈非線性，故必須進行軸向力之迭代。而構架中諸多桿件之軸向力收斂與否，較適當之準則為：使兩次迭代過程中，構架之總體勁度矩陣的行列式值改變率不超過千分之一[2]，即



$$\left| \frac{|K|_n - |K|_{n-1}}{|K|_{n-1}} \right| \leq 0.001 \quad (3-15)$$

式中， $|K|_n$ 與 $|K|_{n-1}$ 分別表該次與前次迭代過程中之總體勁度矩陣行列式值。

如前所述，溫度上升會造成楊氏係數衰減，而溫度隨著時間持續上升，因之，楊氏係數隨著時間逐漸衰減。由(3-2)式知，楊氏係數衰減會使桿件勁度矩陣中之每一元素衰減，而軸向壓力會使衰減速度增快。由此推知，構架之總體勁度矩陣行列式值將隨時間之進行呈遞減現象。當該行列式值趨近於零時，構架即屬不穩定結構，不能再承受任何的外力，本文即定義該時刻為構架之整體破壞時刻。



## 第四章 數值計算實例

一般構架常用之鋼材為ASTM.A36，而其各項材料性質可由材料手冊中查得。本章將針對ASTM.A36型鋼，依照BS476.Part8標準溫度延時曲線所得之溫度分佈，對各種型式之構架在不同載重作用下，其抗火時效及影響因素等，作一探討。

本文解析之各類型構架數據如下：

### I 型構架：

如圖(10)所示之單間山形構架 (gable frame)，承受正向均佈載重及結點集中載重。兩邊柱之斷面尺寸採用 W 10x68型鋼，斜樑則為 W12x35型鋼，火源置於其間。在直接勁度法處理方式上，將構架分成18個元素，每個元素上採取4個適點斷面，如圖(11)所示。

### II 型構架：

如圖(12)所示之雙間山形構架，承受載重及斷面尺寸與I型構架相似，惟火源置於左間。處理上，將構架分成17個元素，每個元素上亦採取4個適點斷面，如圖(13)所示。

### III 型構架：

如圖(14)所示之單間雙層構架，承受向下均佈載重及側向集中載重。斷面尺寸樑採用 W12x35，柱則採用 W10x68，火源置於一樓。處理上，將構架分成18個元素，每個元素上仍採取4個適點斷面，如圖(15)所示。



#### IV 型構架：

與 III 型構架相同，惟火源置於二樓。

#### V 型構架：

如圖 (16) 所示之三間三層構架，承受向下均佈載重，無側向集中載重。所有斷面均採用 W12x35，火源置於二樓中間。而在直接勁度法處理方式上，由於構架、載重及火源均具對稱性，故取構架一半分析，分成 12 個元素，每個元素上採取 4 個適點斷面，如圖 (17) 所示。

茲將數值計算結果分析、討論如下：

圖 (18)~(22) 為各類型構架在不同載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖，其中總體勁度矩陣行列式值係採用對數座標。諸圖顯示，大多數之點位於破壞前一刻皆產生明顯之變位，且有傾向無窮大之趨勢，足見該時刻構架已呈不穩定現象。由圖 (19) 中 c、e 二曲線、圖 (20) 中 d、e 二曲線與圖 (22) 中 b、c、d 三曲線可知，接近破壞時，受火區之垂直變位遠較非受火區明顯；而比較 III 型構架 [圖 (20)] 與 IV 型構架 [圖 (21)] 二者之破壞時刻 (分別為 82、134 分鐘)，可知火源位置不同，構架之破壞時刻亦不盡相同。

圖 (23)~(29) 列舉 II 型、IV 型與 V 型構架，在考慮潛變效應之有無，諸點變位、溫度與時間之關係圖。由諸圖中可知，構架受火害之過程中，潛變效應於初期低溫時並不顯著，致其與忽略潛變效應所得之結果極為接近；然於後期高溫 (600~700°C) 時，潛變效應逐漸增大，遂使其間之差異漸趨明顯。





另就各類型構架於不同載重作用下求其破壞時刻，將結果綜合列於表(一)。由表中可知，載重愈大，構架之破壞時刻愈早。圖(30)、(31)列舉 I 型與 II 型構架，在不同載重作用下，其總體勁度矩陣行列式值與時間之關係圖。圖中各曲線於前期階段幾近重合，而於破壞時刻前忽有落差(jump)，使行列式值突趨於零。乃因前期階段載重造成之軸力對總體勁度矩陣影響甚小，其後溫度劇烈上升，楊氏係數隨之衰減，以致於破壞時刻前，軸力對總體勁度矩陣佔有舉足輕重之影響力，遂使行列式值趨降於零。

圖(32)~(42)為各型構架在不同載重作用下，諸點變位與時間之關係圖。諸圖中顯示構架在各載重作用下，其破壞前各點變位之趨勢大多一致，惟圖(37) III 型構架中，H 點於原載重、2倍載重、4倍載重作用下，其破壞前水平變位為左傾趨向，而於 8倍載重作用下則為右傾趨向，顯示於 8倍載重作用下，火源對 H 點水平變位之影響不及載重作用。



## 第五章 結論與建議

本文提出無防火護層之鋼構架受火害影響下之非彈性非線性分析方法，在考慮結構穩定準則下，預測各類型構架之抗火時效。由前面諸章節之推論與結果分析，可以得知：

1. 構架承受火害，其外加載重愈大者，愈早破壞。而本文於理論模式中，考慮軸力對勁度矩陣之影響，實有其必要性，因於破壞前夕，軸力對結構之穩定影響極大。
2. 構架受火害之過程中，潛變效應於初期低溫時不甚明顯；後期高溫(600~700°C)時，結構體溫度愈高，其效應則愈益顯著。
3. 構架於破壞前一刻，受火區之變位通常較非受火區明顯，且有傾向無窮大之趨勢。
4. 構架破壞亦受火源位置影響，火源位置不同，構架之破壞時刻往往不盡相同。

本文探討無防火護層鋼構架受火害時之抗火時效，係根據小變形理論，同時考慮三明治型之理想斷面。為作進一步之分析，可考慮真實斷面，並以大變形理論對構架之抗火時效重新評估；然一般建築物大多為鋼筋混凝土結構或鋼骨結構，故對其受火害時抗火時效之研究與評估，乃有待後續者之努力。



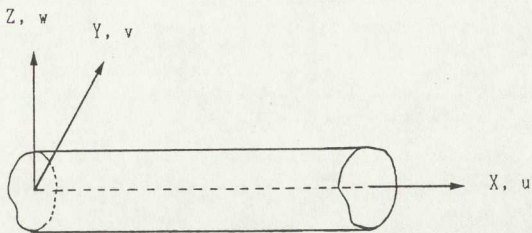


圖 (1) 座標軸與位移之示意圖

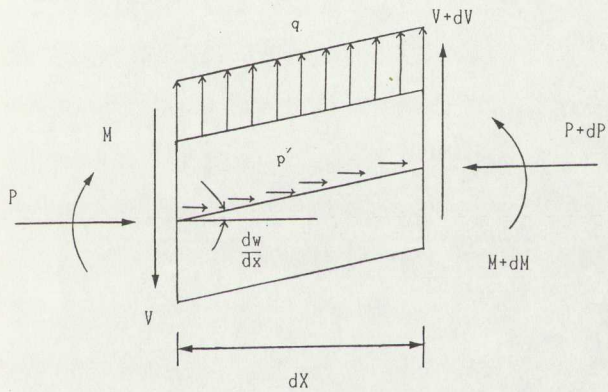
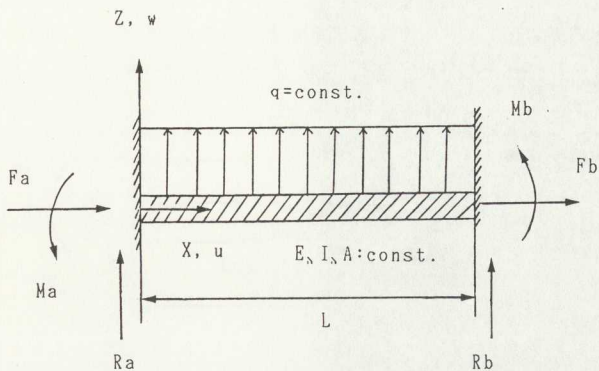
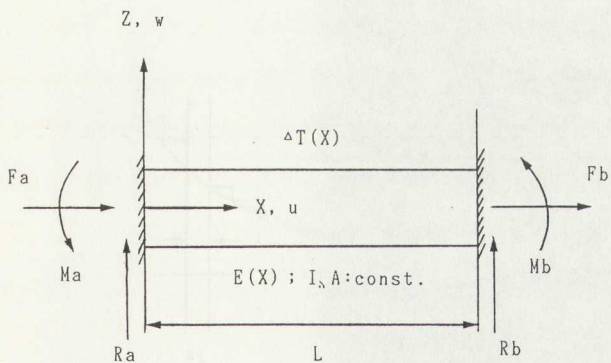


圖 (2) 桿件中相距  $dx$  之元件截取圖





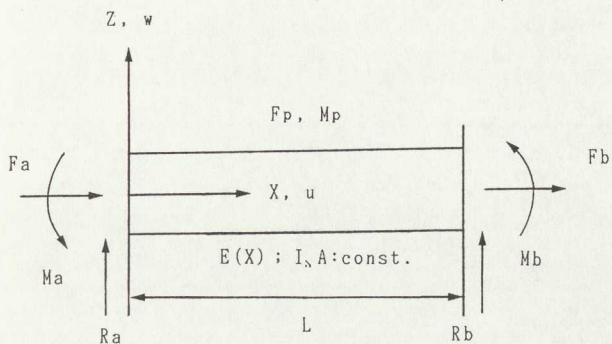
圖(3) 兩端固定之桿件，在外荷重作用下，於固定端所產生軸向力、剪力與彎矩作用之方向圖



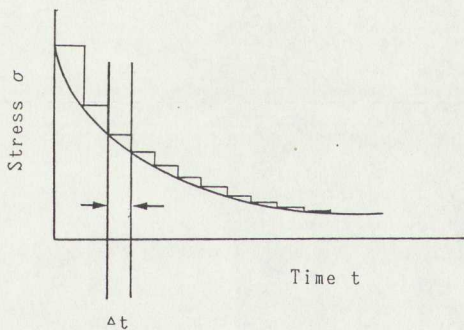
圖(4) 兩端固定之桿件，在溫度變化  $\Delta T(x)$  作用下，於固定端所產生軸向力、剪力與彎矩作用之方向圖







圖(5) 兩端固定之桿件，在塑性應變影響下，於固定端所產生軸向力、剪力與彎矩作用之方向圖



圖(6) 斷面內正向應力與時間之關係示意圖



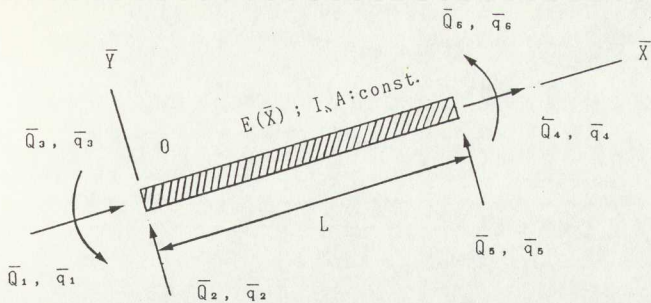


圖 (7) 局部座標下，元素之桿端力與桿端變位示意圖

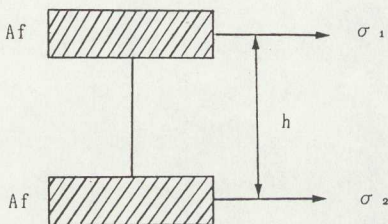


圖 (8) 三明治型斷面示意圖

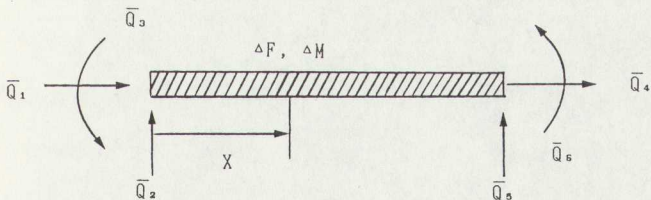
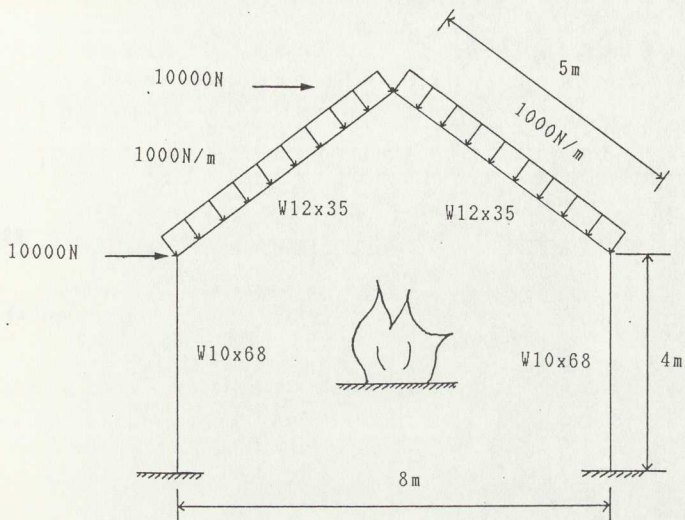
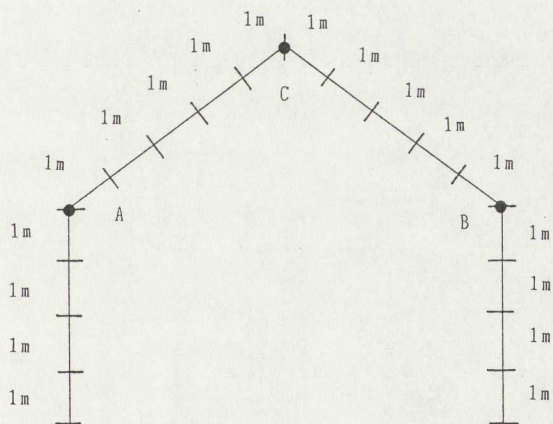


圖 (9) 局部座標下，元素之桿端力與適點斷面上軸向力增量、彎矩增量示意圖





圖(10) I型構架之載重、火源與斷面尺寸示意圖



圖(11) I型構架直接勁度法元素分割示意圖



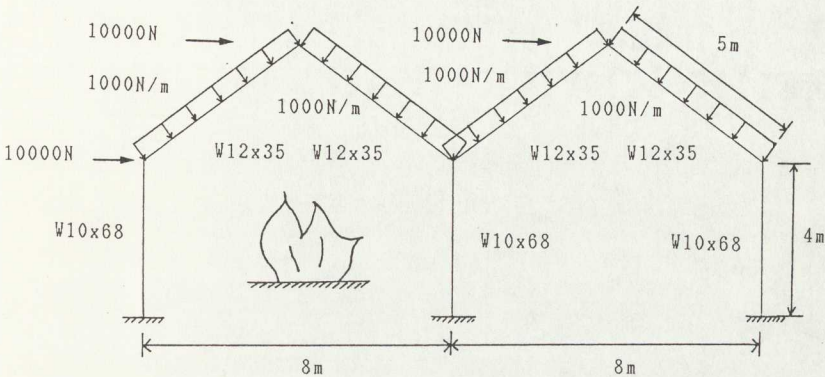


圖 (12) II 型構架之載重、火源與斷面尺寸示意圖

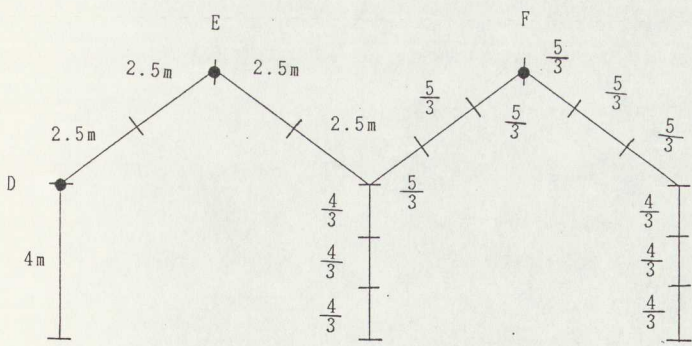


圖 (13) II 型構架直接勁度法元素分割示意圖





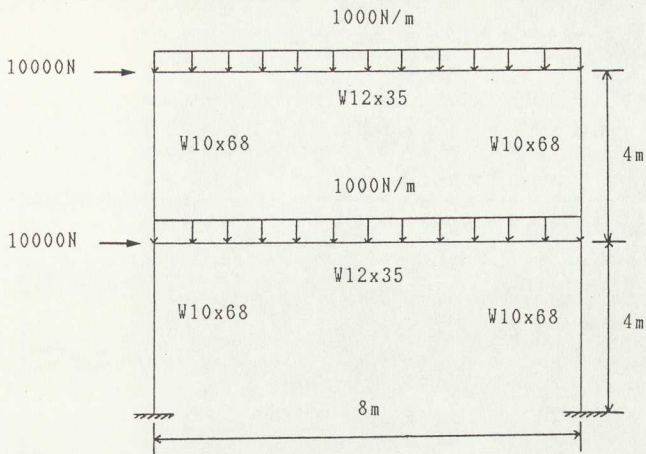


圖 (14) III IV 型構架之載重與斷面尺寸示意圖  
 (III 型火源置於一樓，IV 型火源置於二樓)

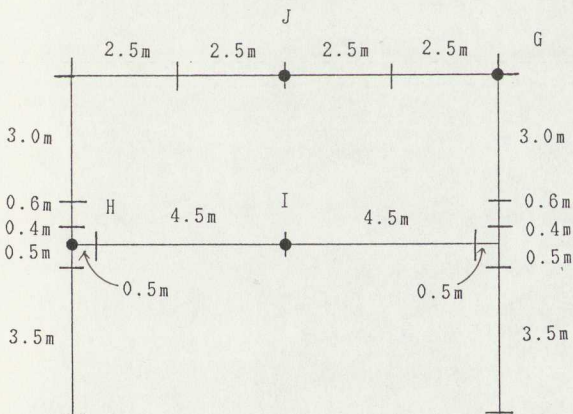


圖 (15) III IV 型構架直接勁度法元素分割示意圖



All members: W12x35

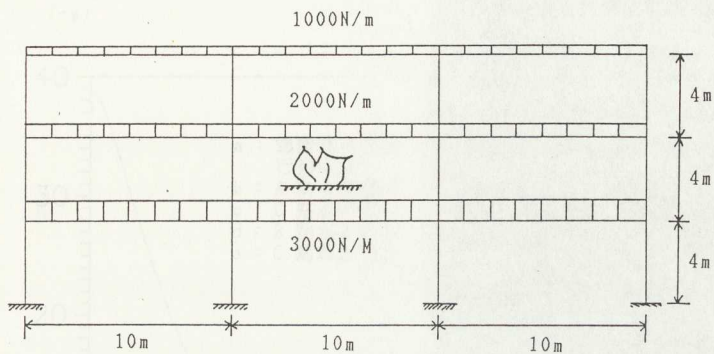


圖 (16) V 型構架之載重、火源與斷面尺寸示意圖

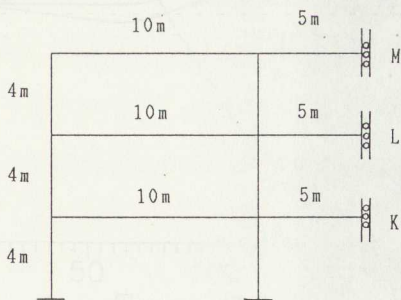
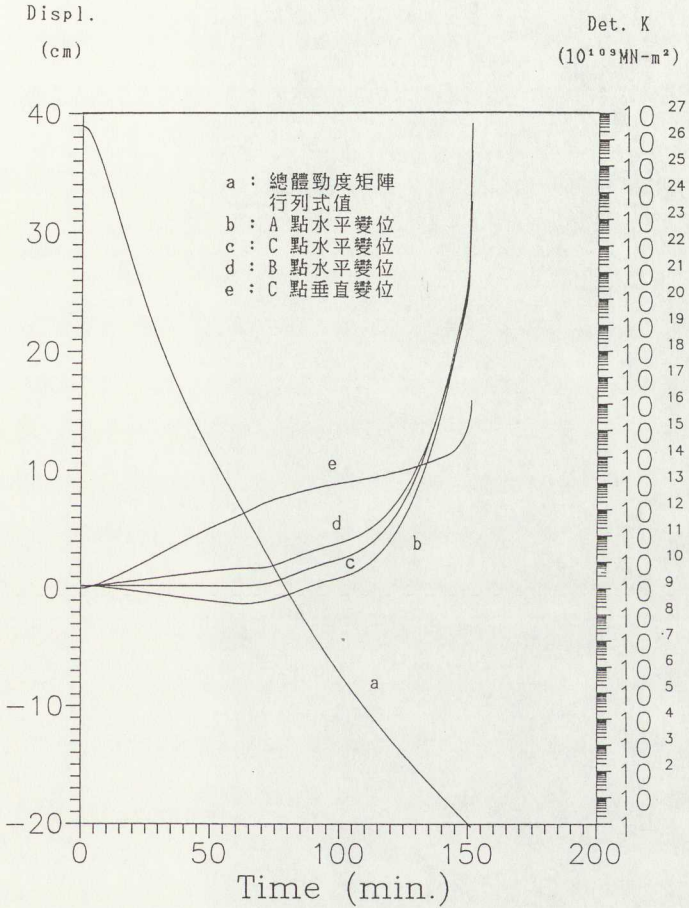


圖 (17) V 型構架直接勁度法元素分割示意圖





圖(18) I 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖



Displ.  
(cm)

Det. K  
( $10^9 \text{ MN-m}^2$ )

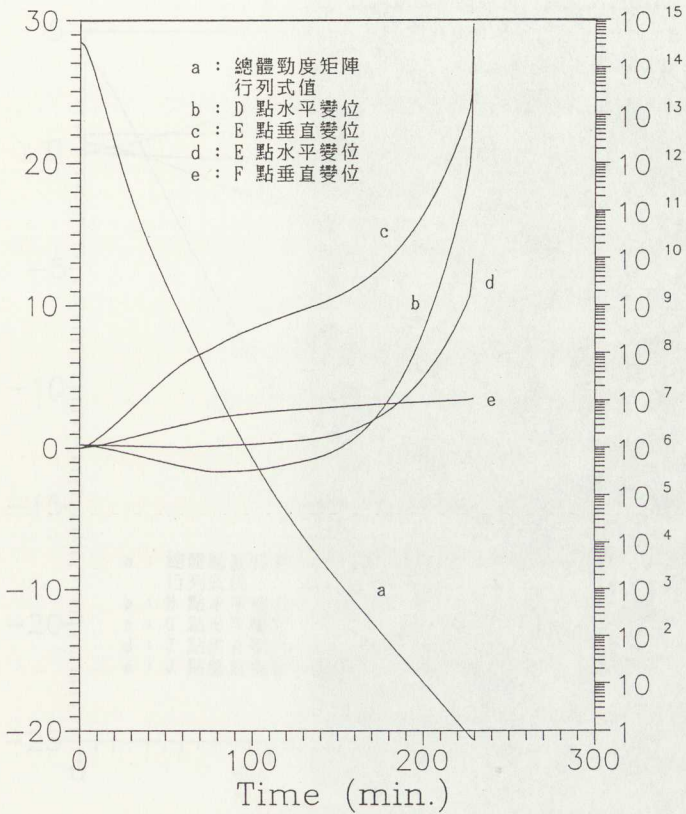


圖 (19) I 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖





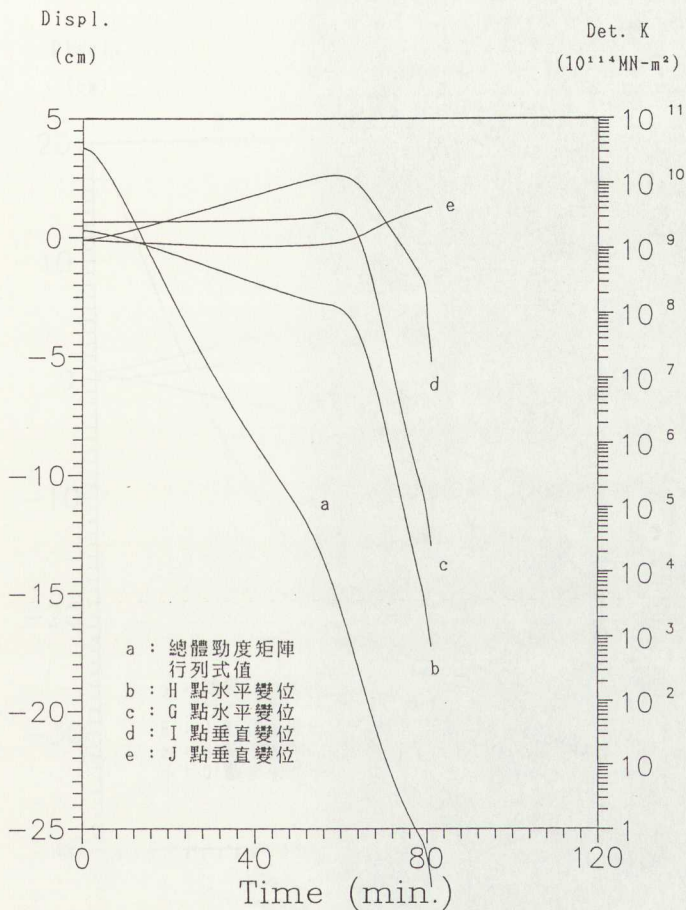


圖 (20) III 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖



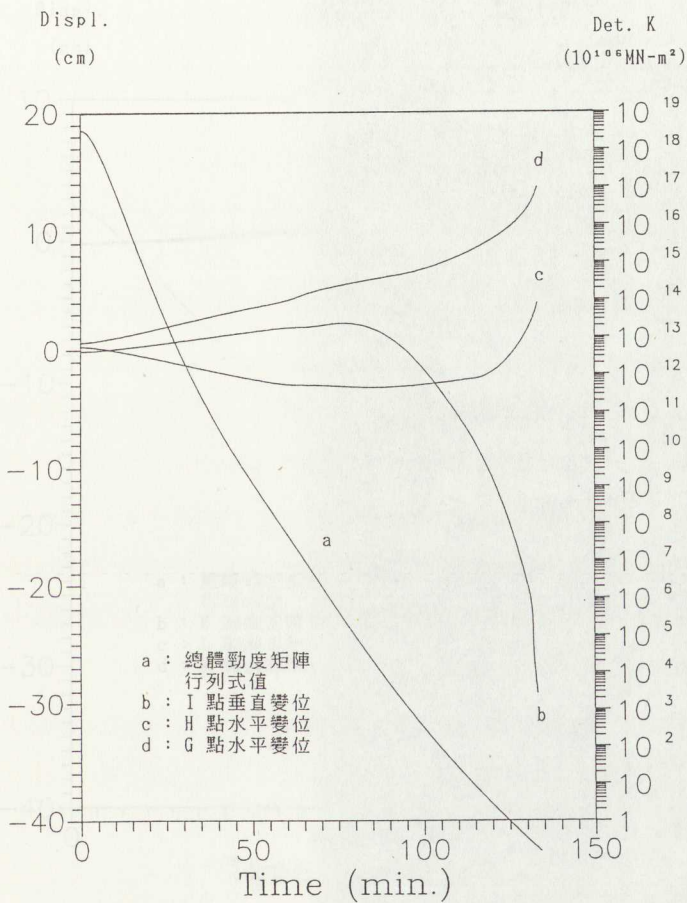


圖 (21) IV 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖



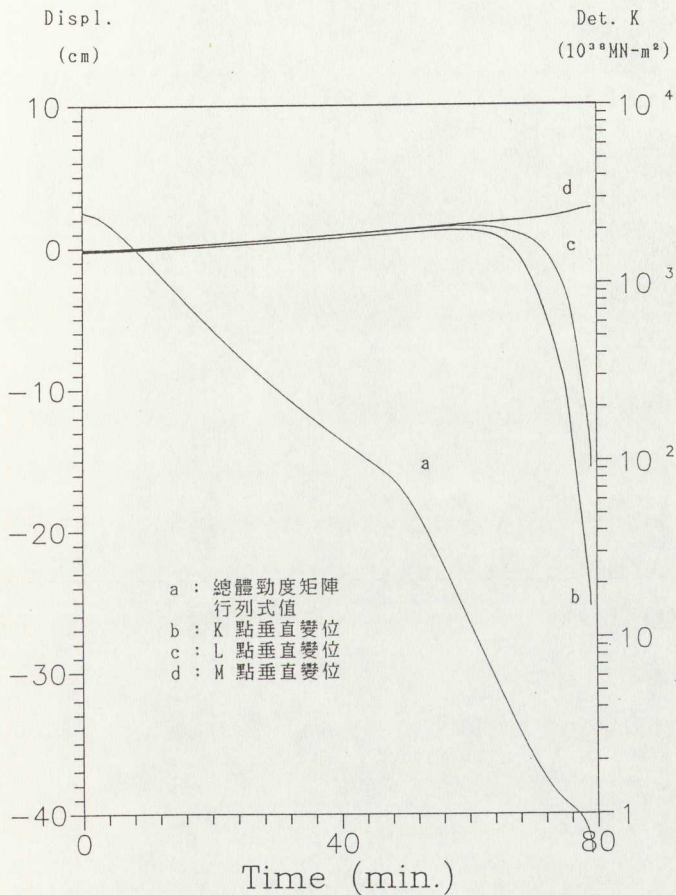


圖 (22) V 型構架於原載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值、諸點變位與時間之關係圖



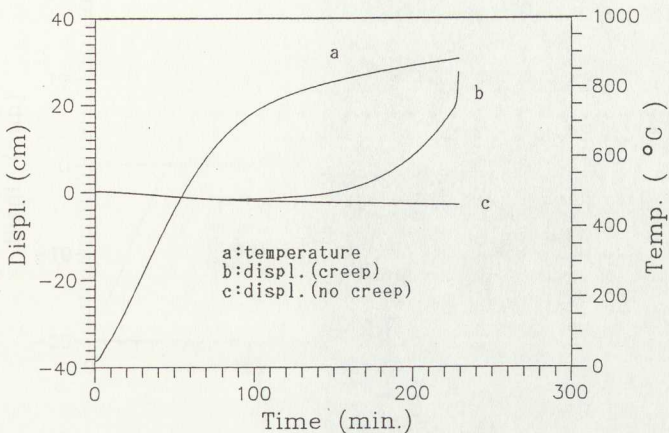


圖 (23) II 型構架於原載重作用下，D 點水平變位、溫度與時間之關係圖

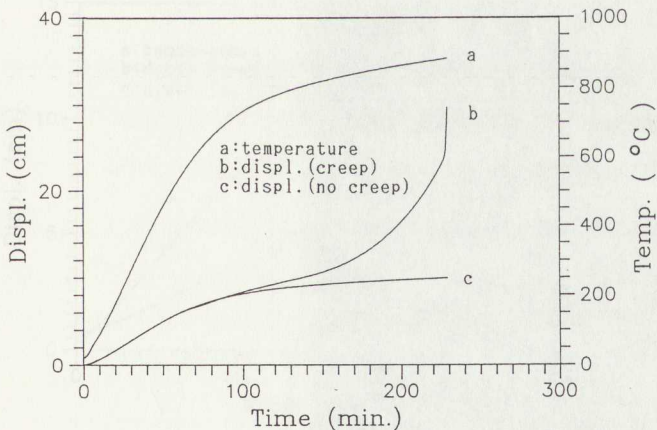


圖 (24) II 型構架於原載重作用下，E 點垂直變位、溫度與時間之關係圖





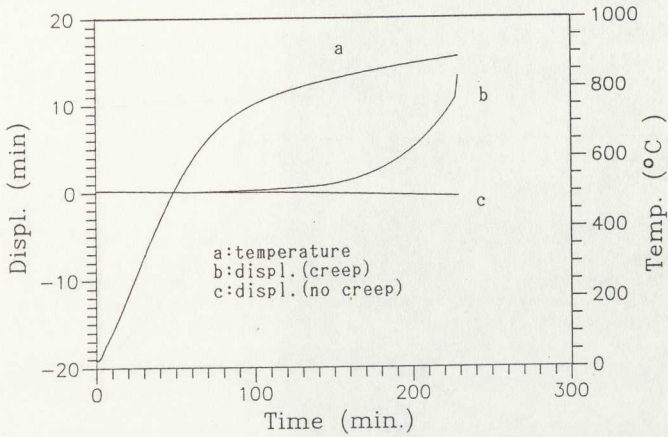


圖 (25) II 型構架於原載重作用下，E 點水平變位、溫度與時間之關係圖

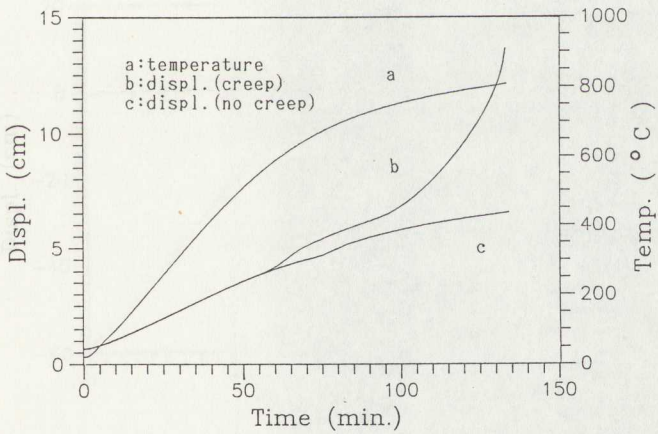
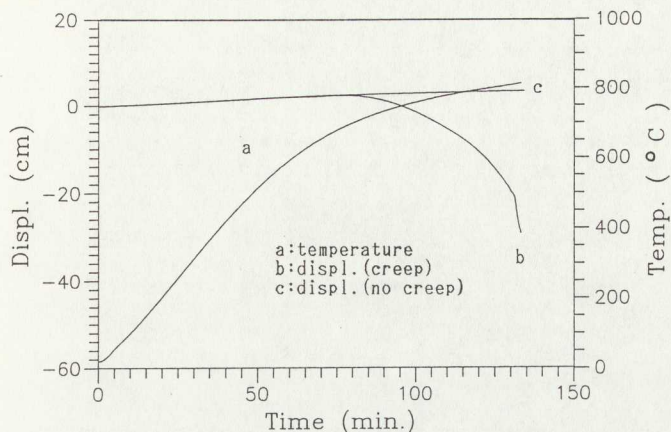
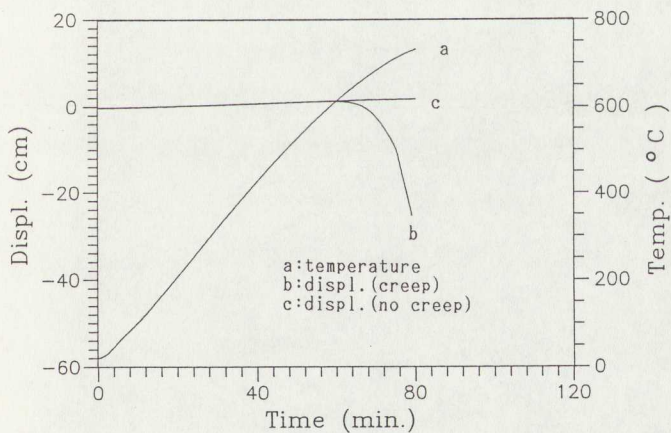


圖 (26) IV 型構架於原載重作用下，G 點水平變位、溫度與時間之關係圖



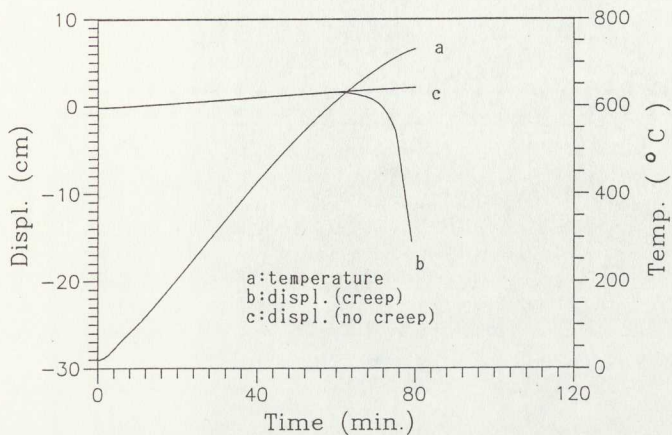


圖(27)IV型構架於原載重作用下，I點垂直變位、溫度與時間之關係圖



圖(28)V型構架於原載重作用下，K點垂直變位、溫度與時間之關係圖





圖(29) V型構架於原載重作用下，L點垂直變位、溫度與時間之關係圖

	I	II	III	IV	V
原載重	152	230	82	134	80
2倍載重	109	136	78	113	78
4倍載重	88	105	77	93	75
8倍載重	79	82	75	86	69

表(一) 各型構架在不同載重下破壞時刻表(單位:分鐘)



Det. K  
 ( $10^{10} \text{ MN-m}^2$ )

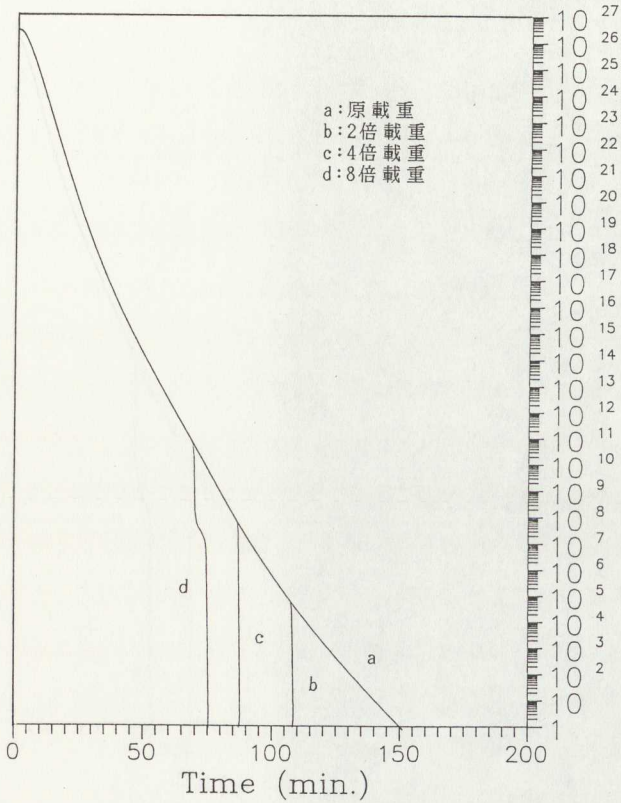


圖 (30) I 型構架於不同載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值與時間之關係圖





Det. K  
 $(10^9 \text{ MN-m}^2)$

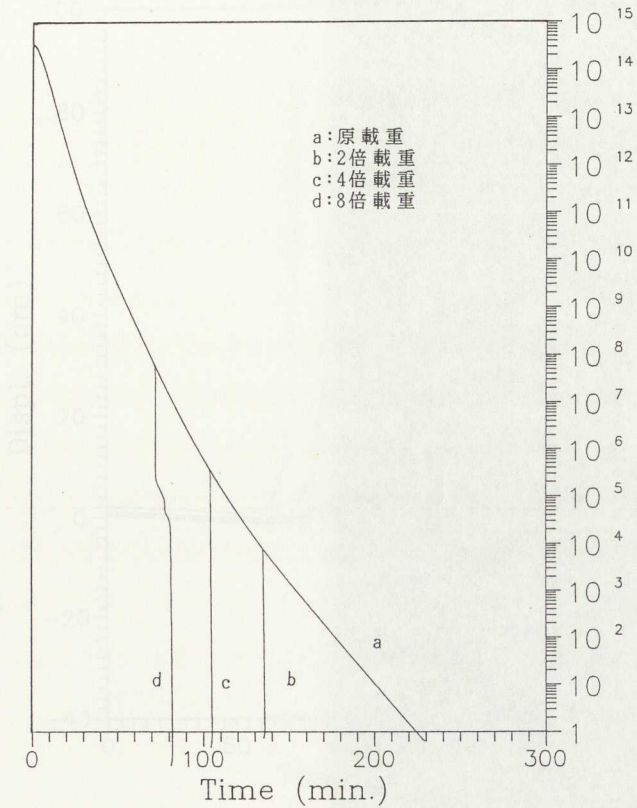


圖 (31) II 型構架於不同載重作用下，其破壞前總體勁度矩陣行列式值與時間之關係圖



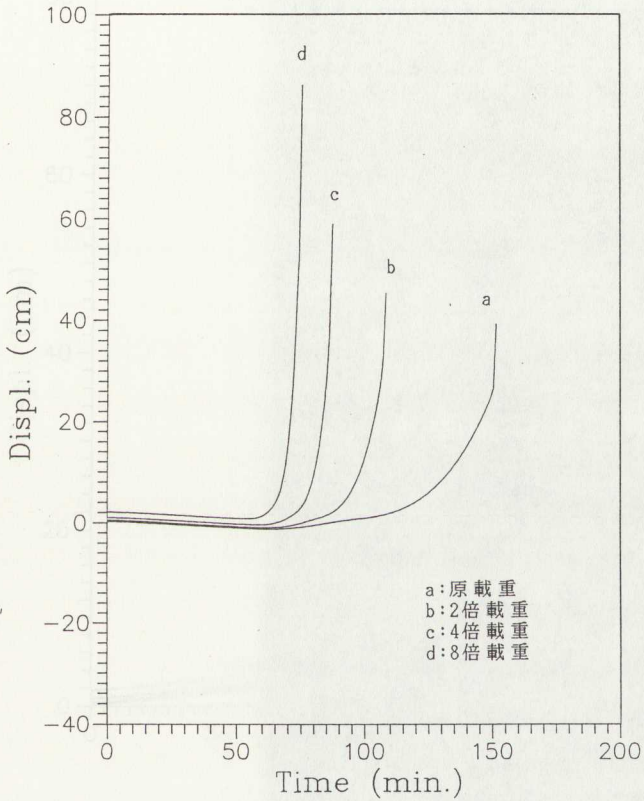
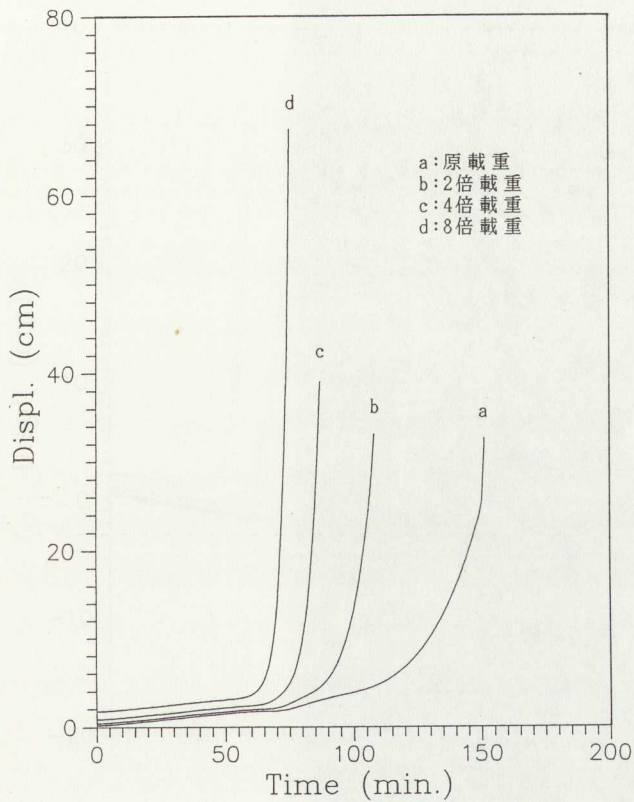


圖 (32) I 型構架於不同載重作用下，A 點水平變位與時間之關係圖





圖(33) I型構架於不同載重作用下，B點水平變位與時間之關係圖



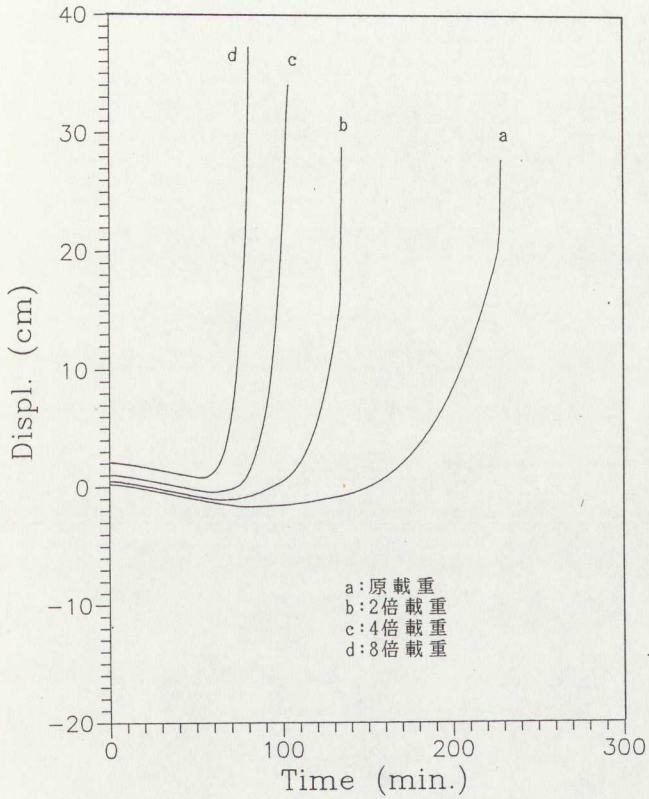


圖 (34) I 型構架於不同載重作用下，D 點水平變位與時間之關係圖





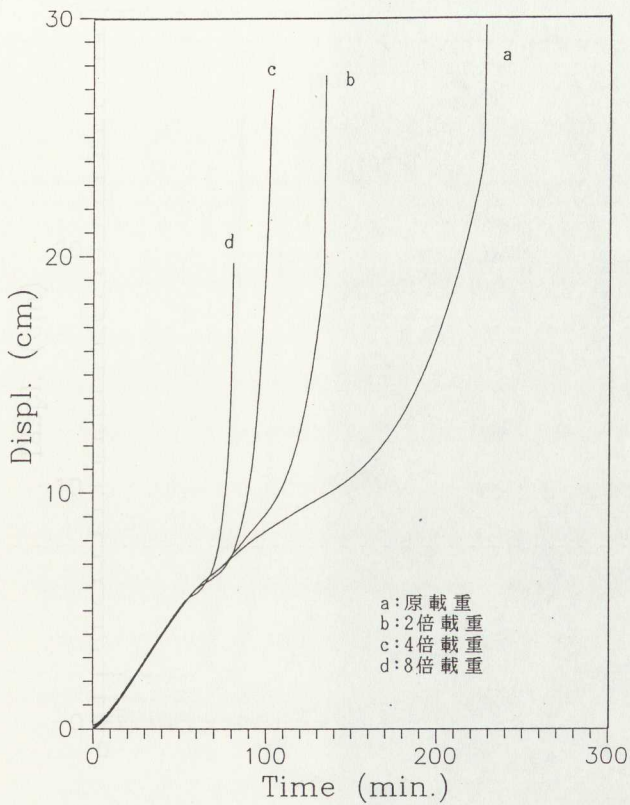
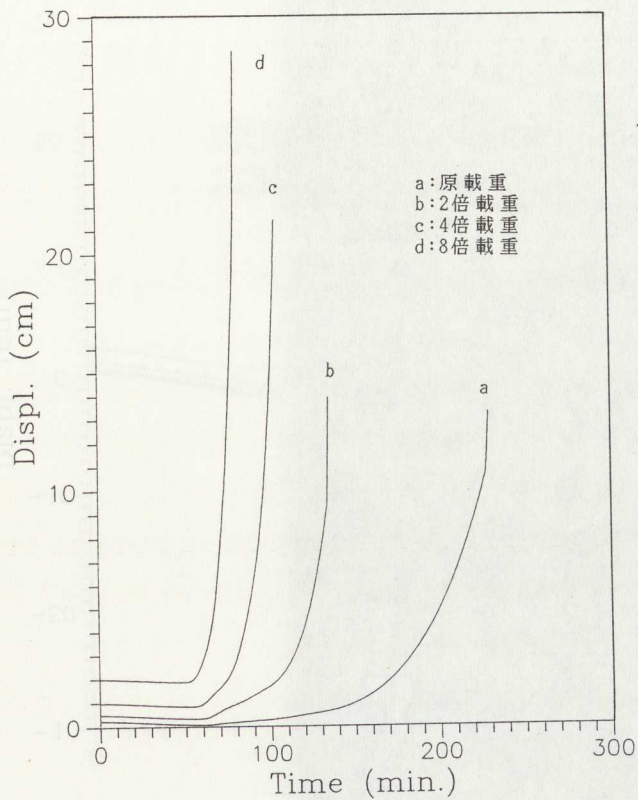


圖 (35) II 型構架於不同載重作用下，E 點垂直變位與時間之關係圖





圖(36) II型構架於不同載重作用下，F點垂直變位與時間之關係圖



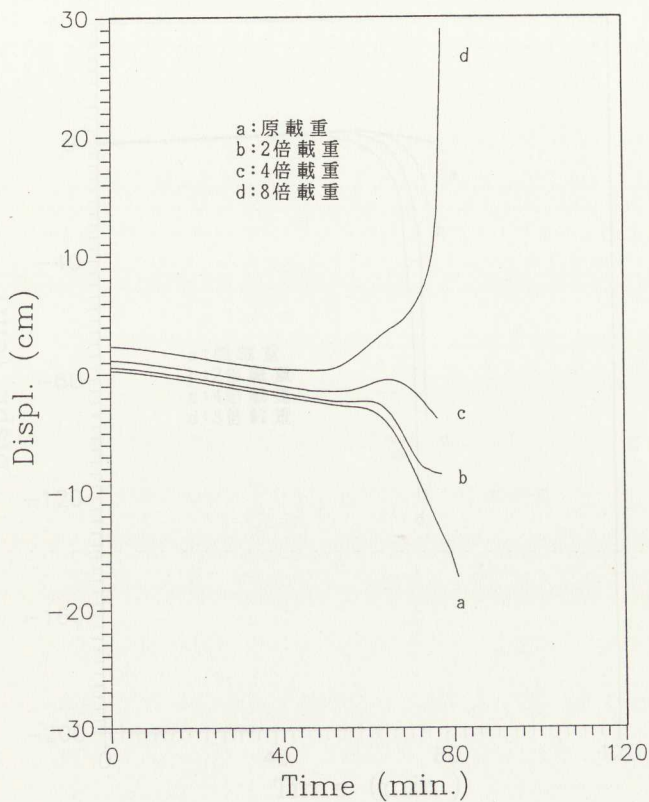


圖 (37) Ⅲ 型構架於不同載重作用下，H 點水平變位與時間之關係圖



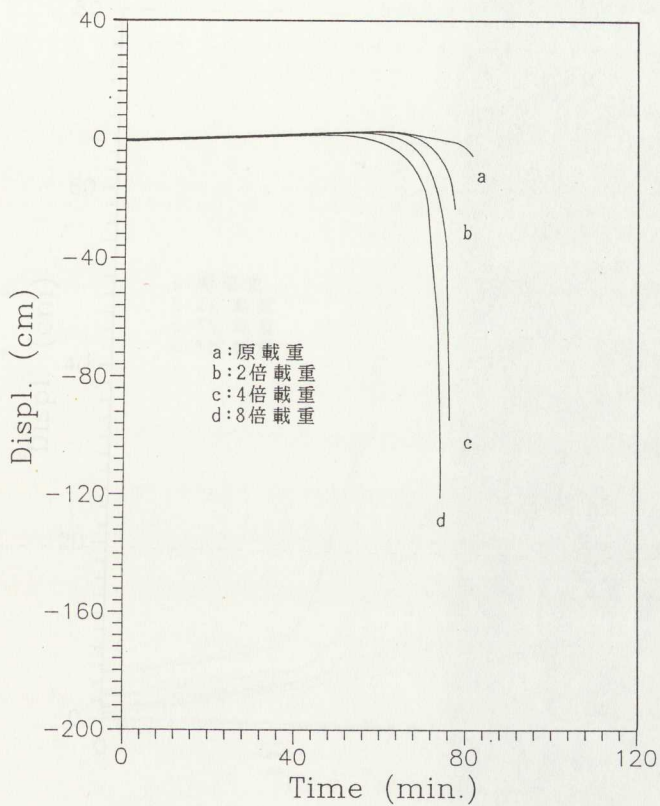


圖 (38) III 型構架於不同載重作用下，I 點垂直變位與時間之關係圖





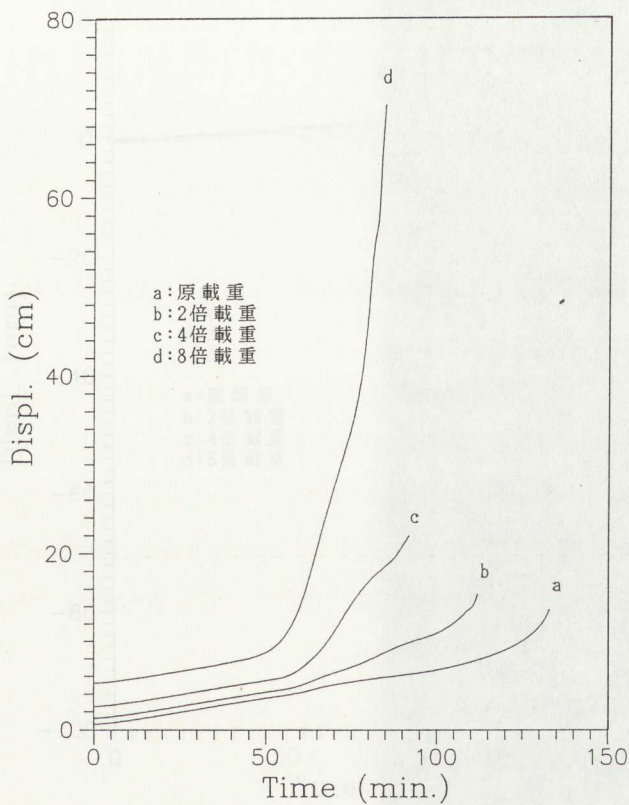
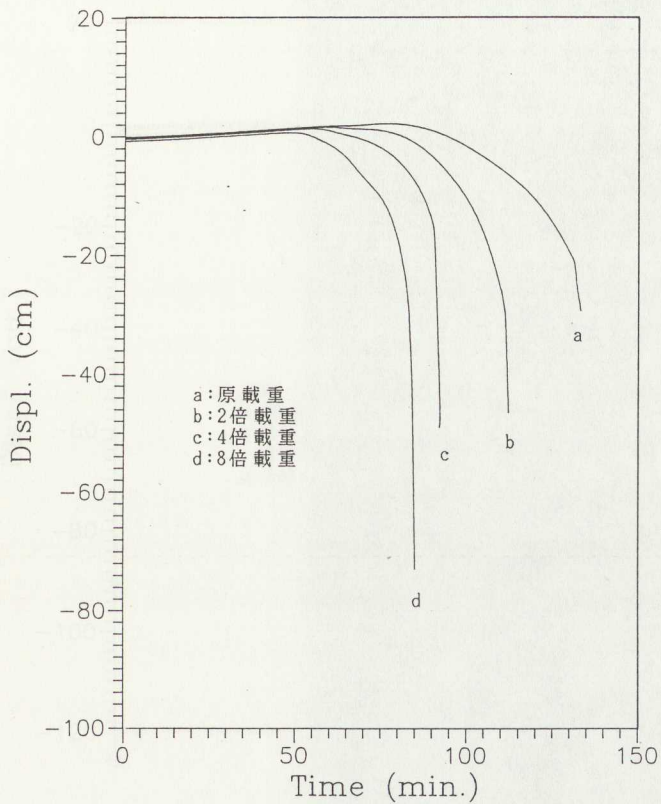


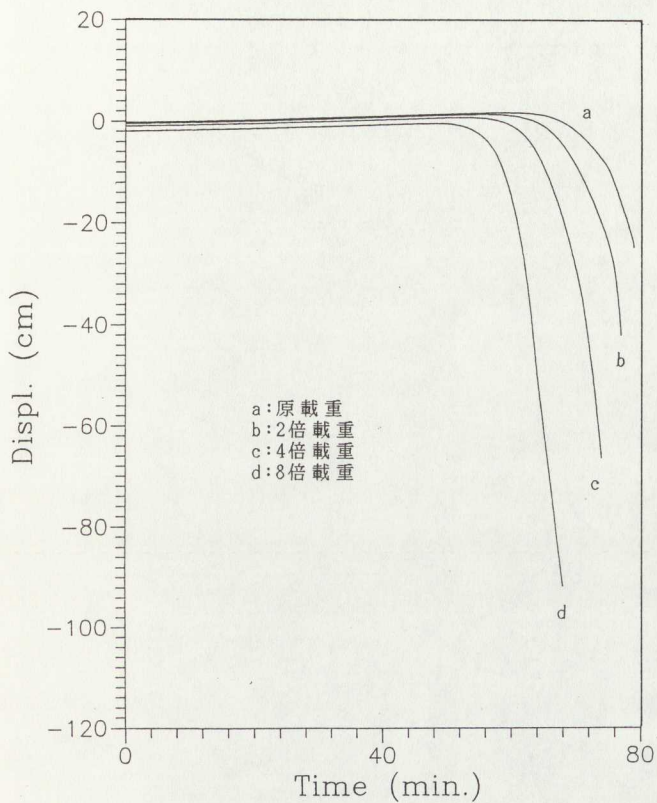
圖 (39) IV 型構架於不同載重作用下，G 點水平變位與時間之關係圖





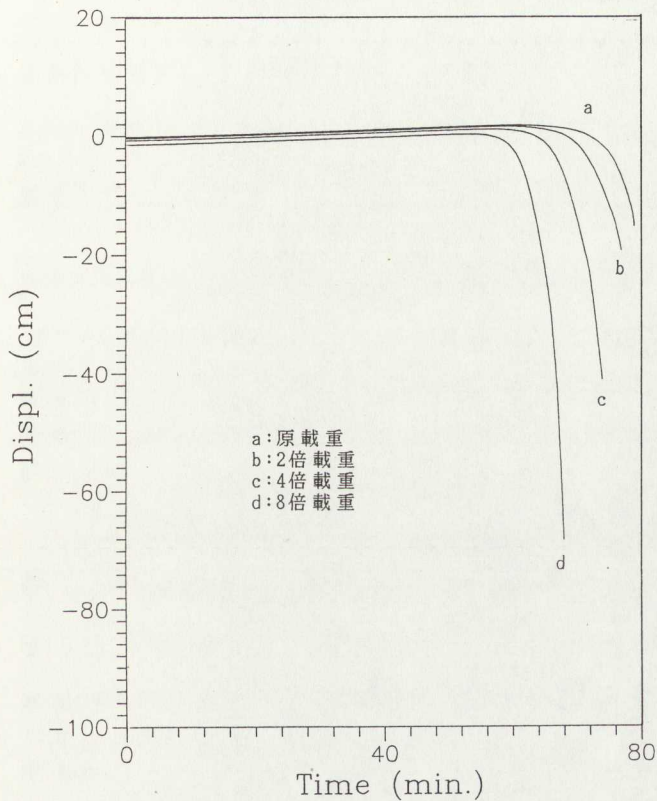
圖(40) IV型構架於不同載重作用下，I點垂直變位與時間之關係圖





圖(41) V型構架於不同載重作用下，K點垂直變位與時間之關係圖





圖(42) V型構架於不同載重作用下，L點垂直變位與時間之關係圖





§ 附 錄 [ A ] 固 定 端 力 素 推 演

( a ) 橫 向 位 移  $w(x)$

$$\text{控制方程式: } \frac{d^2}{dx^2} [E(x) I \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw] = \frac{d^2 M_1}{dx^2} \quad (\text{A-1})$$

式中,  $M_1$  表非彈性應變引起之非彈性彎矩, 可為  $M_t$ 、 $M_p$  或  $M_o$ 。

$$\text{邊界條件: } x=0, w=dw/dx=0 \quad (\text{A-2a})$$

$$x=1, w=dw/dx=0 \quad (\text{A-2b})$$

令  $A(x) = E(x) I \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw$ , 對 (A-1) 式作 Laplace 變換, 可得

$$s^2 \bar{A}(s) - sA(0) - A'(0) = s^2 \bar{M}_1(s) - sM_1(0) - M_1'(0) \quad (\text{A-3})$$

式中,  $\bar{A}(s) = L\{A(x)\}$ ,  $\bar{M}_1(s) = L\{M_1(x)\}$

整理 (A-3) 式, 並令  $C_0 = M_1(0) - A(0)$ ;  $C_1 = A'(0) - M_1'(0)$

$$\text{可得 } \bar{A}(s) = \bar{M}_1(s) - C_0/s + C_1/s^2 \quad (\text{A-4})$$

將 (A-4) 式反變換得

$$A(x) = M_1(x) - C_0 + C_1 x = E(x) I \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw$$

$$\text{即 } \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M_1(x) - C_0 + C_1 x - Pw}{E(x) I} \quad (\text{A-5})$$

令  $B(x) = \frac{M_1(x) - C_0 + C_1 x - Pw}{E(x) I}$ , 再對 (A-5) 式作 Laplace

$$\text{變換, 可得 } s^2 \bar{w}(s) - sw(0) - w'(0) = \bar{B}(s) \quad (\text{A-6})$$

式中,  $\bar{w}(s) = L\{w(x)\}$ ;  $\bar{B}(s) = L\{B(x)\}$

將邊界條件 (A-2a) 式代入 (A-6) 式中, 得

$$\bar{w}(s) = B(s)/s^2 \quad (\text{A-7})$$

利用捲旋定理 (convolution theorem) 將 (A-7) 式反變換後, 得一積分方程式:

$$w(x) = \int_0^x \frac{M_1(\tau) + C_1 \tau - C_0 - Pw(\tau)}{E(\tau) I} (x-\tau) d\tau \quad (\text{A-8})$$



再由萊布尼茲法則 (Leibnitz's rule) 可得

$$dw(x)/dx = \int_0^x \frac{M_1(\tau) + C_1\tau - C_0 - Pw(\tau)}{E(\tau)I} d\tau \quad (A-9)$$

將邊界條件 (A-2b) 式代入 (A-8) 與 (A-9) 式, 得

$$\int_0^1 \frac{M_1(\tau) + C_1\tau - C_0 - Pw(\tau)}{E(\tau)I} (1-\tau) d\tau = 0 \quad (A-10)$$

$$\int_0^1 \frac{M_1(\tau) + C_1\tau - C_0 - Pw(\tau)}{E(\tau)I} d\tau = 0 \quad (A-11)$$

由 (A-10) 與 (A-11) 式, 可解得

$$C_0 = \frac{1}{\alpha\tau - \beta^2} \left\{ \int_0^1 \frac{(\tau - \beta\tau) M_1(\tau)}{E(\tau)} d\tau + P(\beta\gamma - \gamma\xi) \right\} \quad (A-12)$$

$$C_1 = \frac{1}{\alpha\tau - \beta^2} \left\{ \int_0^1 \frac{(\beta^2 - \alpha\tau) M_1(\tau)}{E(\tau)} d\tau + P(\alpha\gamma - \beta\xi) \right\} \quad (A-13)$$

其中,

$$\begin{aligned} \alpha &= \int_0^1 \frac{d\tau}{E(\tau)}, \quad \beta = \int_0^1 \frac{\tau d\tau}{E(\tau)}, \quad \gamma = \int_0^1 \frac{\tau^2 d\tau}{E(\tau)} \\ \xi &= \int_0^1 \frac{w(\tau) d\tau}{E(\tau)}, \quad \eta = \int_0^1 \frac{w(\tau) \tau d\tau}{E(\tau)} \end{aligned} \quad (A-14)$$

則桿端之剪力與彎矩為

$$\begin{aligned} R_a &= -V(x) \Big|_{x=0} = \left[ \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw - M_1 \right) \right] \Big|_{x=0} = C_1 \\ R_b &= V(x) \Big|_{x=1} = - \left[ \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d^2 w}{dx^2} + Pw - M_1 \right) \right] \Big|_{x=1} = -C_1 \\ M_a &= -M(x) \Big|_{x=0} = - \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} - M_1 \right] \Big|_{x=0} = C_0 \\ M_b &= M(x) \Big|_{x=1} = \left[ EI \frac{d^2 w}{dx^2} - M_1 \right] \Big|_{x=1} = C_1 l - C_0 \end{aligned} \quad (A-15)$$



由於  $R_a$ 、 $R_b$ 、 $M_a$  與  $M_b$  涉及橫向變位  $w(x)$  之積分，而 (A-8) 式為一積分方程式，所以可採用正交適點法處理如下：

取桿件兩端點及內部  $n$  點共  $(n+2)$  點做為適點，則  $d^2w/dx^2$  在第  $i$  個適點  $x_i$  上之值可表為

$$\left. \frac{d^2w}{dx^2} \right|_{x_i} = \frac{1}{l^2} \sum_{j=1}^{n+2} B_{ij} \bar{w}_j \quad (A-16)$$

式中， $B_{ij}$  為正交適點法中已知之係數矩陣元素（見附錄 [C]）； $\bar{w}_j$  表第  $j$  個適點  $x_j$  上之橫向變位值。

因高斯積分之積分點位即適點，故可用高斯積分將 (A-14) 中之  $\xi$  與  $\eta$  表為

$$\xi = l \sum_{j=1}^{n+2} W_j \bar{w}_j / E_j, \quad \eta = l \sum_{j=1}^{n+2} W_j x_j \bar{w}_j / E_j \quad (A-17)$$

式中， $W_j$  表高斯積分之加權值， $E_j$  表第  $j$  個適點上之楊氏係數值。

將 (A-17) 代入 (A-12) 與 (A-13) 式中，再與 (A-16) 一併代入 (A-5) 式中，對桿件內部  $n$  個適點取  $w(x)$  之二次導數值，利用高斯積分，最後可表為

$$\sum_{j=1}^{n+2} \left\{ \frac{B_{ij}}{l^2} + \frac{P l W_j [(\beta - \alpha x_j) x_i + (\beta x_j - \gamma)]}{E_i E_j I (\alpha r - \beta^2)} \right\} \bar{w}_j + \frac{P \bar{w}_i}{E_i I} = \frac{(M_i)_i}{E_i I} + \frac{(M_i)_j}{E_i I (\alpha r - \beta^2)} \sum_{j=1}^{n+2} \left\{ \frac{l W_j}{E_j} [(\beta - \alpha x_j) x_i + (\beta x_j - \gamma)] \right\} \\ , \quad i=2, 3, \dots, n+1 \quad (A-18)$$

式中， $(M_i)_i$  與  $(M_i)_j$  分別表第  $i$  個與第  $j$  個適點上之  $M_i$  值。而邊界條件 (A-2a) 與 (A-2b) 可表成

$$\bar{w}_1 = 0 \quad ; \quad \frac{1}{l} \sum_{j=1}^{n+2} A_{1j} \bar{w}_j = 0 \\ \bar{w}_{n+2} = 0 \quad ; \quad \frac{1}{l} \sum_{j=1}^{n+2} A_{n+2j} \bar{w}_j = 0 \quad (A-19)$$



式中， $A_{1j}$ 與 $A_{n+2j}$ 為正交適點法中已知之係數矩陣元素（見附錄〔C〕）。

(A-19)式中，可任取其二與(A-18)式構成一線性聯立方程組，茲就非彈性彎矩 $M_i$ 可能之情況討論如下：

(1)若 $M_i$ 為 $M_t$ ，由正文2-3節知 $M_t=0$ ，將之代入(A-18)式中，可知適點上之橫向變位 $\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_{n+2}$ 皆為零；因之，(A-12)與(A-13)式可得 $C_0=0$ 及 $C_1=0$ ，故桿端之剪力與彎矩皆不存在，即 $R_a=R_b=M_a=M_b=0$ 。

(2)若 $M_i$ 為 $M_p$ ，由正文2-4節知 $M_p$ 尚未可知，即諸適點上之 $M_p$ 值為未知數。因此，可由(A-18)式將 $\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_{n+2}$ 以適點上 $M_p$ 之線性組合表示，再將之代入(A-12)、(A-13)式中，最後桿端之剪力與彎矩可表為諸適點上 $M_p$ 之線性組合，以資正文3-3節解析步驟中迭代求解之用。

(3)若 $M_i$ 為 $M_0$ ，由正文2-5節知諸適點上之 $M_0$ 值為已求得之量，則依照(1)之敘述，可解得桿端之剪力與彎矩值。

(b) 軸向位移 $u(x)$

$$\text{控制方程式：} \quad \frac{d}{dx} \left[ E(x) \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) \right] = \frac{dF_i}{dx} \quad (\text{A-20})$$

式中， $F_i$ 表非彈性應變引起之非彈性軸向力，可為 $F_t$ 、 $F_p$ 或 $F_0$ 。

$$\text{邊界條件：} \quad \begin{aligned} x=0, \quad u=0 \\ x=1, \quad u=0 \end{aligned} \quad (\text{A-21})$$

令 $C(x)=E(x) \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right)$ ，對(A-20)式作Laplace變換，可





得  $s\bar{C}(s) - C(0) = sF_1(s) - F_1(0)$  (A-22)

式中,  $\bar{C}(s) = L\{C(x)\}$ ;  $F_1(s) = L\{F_1(x)\}$

整理 (A-22) 式, 並令  $C_2 = C(0) - F_1(0)$ , 可得

$$\bar{C}(s) = F_1(s) + C_2/s$$
 (A-23)

上式之反變換為

$$C(x) = F_1(x) + C_2 = E(x) \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right)$$

即  $\frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) = \frac{F_1(x) + C_2}{E(x)}$  (A-24)

將 (A-24) 式兩邊積分, 可得

$$\int_A u dA = \int_0^x \frac{F_1(\tau) + C_2}{E(\tau)} d\tau + C_3$$
 (A-25)

將邊界條件 (A-21) 式代入 (A-25) 式, 可得

$$C_2 = -\frac{1}{\alpha} \int_0^1 \frac{F_1(\tau)}{E(\tau)} d\tau ; C_3 = 0$$
 (A-26)

則桿端之軸向力為

$$F_a = -F(x) \Big|_{x=0} = - \left[ E \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) - F_1 \right] \Big|_{x=0} = -C_2$$

$$F_b = F(x) \Big|_{x=1} = \left[ E \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) - F_1 \right] \Big|_{x=1} = C_2$$
 (A-27)

因軸向力未涉及積分方程式, 僅須高斯積分處理。若  $F_1$  為  $F_p$ , 則軸向力可表為諸適點上  $F_p$  之線性組合, 以資解析步驟中迭代求解之用; 若  $F_1$  為  $F_t$  或  $F_c$ , 則軸向力可解得也。



§ 附 錄 [ B ] 元 素 勁 度 矩 陣 推 演

茲考慮一斷面均勻、材料非均質之桿件，推求其局部座標下之元素勁度矩陣 ( $\bar{S}$ )。

( $\bar{S}$ ) 第一行：在桿件左端單獨產生單位軸向變位，於各處所需之力，如圖 (B-1) 所示。

$$\text{控制方程式：} \quad \frac{d}{dx} \left[ E(x) \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) \right] = 0 \quad (\text{B-1})$$

$$\begin{aligned} \text{邊界條件：} \quad x=0, \quad u=1 \\ x=1, \quad u=0 \end{aligned} \quad (\text{B-2})$$

解之，可得

$$\int_A u dA = C_2 \int_0^x \frac{d\tau}{E(\tau)} + A \quad (\text{B-3})$$

$$\text{式中，} C_2 = -A/\alpha, \quad \text{而} \quad \alpha = \int_0^1 \frac{d\tau}{E(\tau)}$$

$$\text{則} \quad \bar{S}_{11} = -F(x) \Big|_{x=0} = - \left[ E(x) \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) \right] \Big|_{x=0} = -C_2 = A/\alpha$$

$$\bar{S}_{41} = F(x) \Big|_{x=1} = \left[ E(x) \frac{d}{dx} \left( \int_A u dA \right) \right] \Big|_{x=1} = C_2 = -A/\alpha \quad (\text{B-4})$$

由於桿件之單獨軸向變位並不產生橫向變位  $w(x)$ ，故可得知  $\bar{S}_{21} = \bar{S}_{31} = \bar{S}_{51} = \bar{S}_{61} = 0$ 。

( $\bar{S}$ ) 第二行：在桿件左端單獨產生單位橫向變位，於各處所需之力，如圖 (B-2) 所示。

$$\text{控制方程式：} \quad \frac{d^2}{dx^2} \left[ E(x) I \frac{d^2 w_2}{dx^2} + P w_2 \right] = 0 \quad (\text{B-5})$$



(B-5)式經由 Laplace變換，配合(B-6)邊界條件式，同時利用萊布尼茲法則，可得

$$w_2(x) = 1 + \int_0^x \frac{k_1 \tau + k_2 - P w_2(\tau)}{E(\tau) I} (x - \tau) d\tau \quad (B-7)$$

$$\frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} = \frac{k_1 x + k_2 - P w_2(x)}{E(x) I} \quad (B-8)$$

式中， $k_1 = \frac{\alpha I - P(\beta \xi_2 - \alpha \eta_2)}{\alpha \gamma - \beta^2}$ ， $k_2 = \frac{-\beta I - P(\beta \eta_2 - \gamma \xi_2)}{\alpha \gamma - \beta^2}$

而  $\alpha = \int_0^1 \frac{d\tau}{E(\tau)}$ ， $\beta = \int_0^1 \frac{\tau d\tau}{E(\tau)}$ ， $\gamma = \int_0^1 \frac{\tau^2 d\tau}{E(\tau)}$

$$\xi_2 = \int_0^1 \frac{w_2(\tau) d\tau}{E(\tau)}$$
， $\eta_2 = \int_0^1 \frac{w_2(\tau) \tau d\tau}{E(\tau)}$

則

$$\begin{aligned} \bar{S}_{22} = -V(x) \Big|_{x=0} &= \frac{\alpha I - P(\beta \xi_2 - \alpha \eta_2)}{\alpha \gamma - \beta^2} \\ \bar{S}_{32} = -M(x) \Big|_{x=0} &= \frac{\beta I + P(\beta \eta_2 - \gamma \xi_2 + \alpha \gamma - \beta^2)}{\alpha \gamma - \beta^2} \\ \bar{S}_{52} = V(x) \Big|_{x=1} &= \frac{-\alpha I + P(\beta \xi_2 - \alpha \eta_2)}{\alpha \gamma - \beta^2} \\ \bar{S}_{62} = M(x) \Big|_{x=1} &= \frac{(\alpha I - \beta I) - P[(\beta \xi_2 - \alpha \eta_2) I + (\beta \eta_2 - \gamma \xi_2)]}{\alpha \gamma - \beta^2} \end{aligned} \quad (B-9)$$

由於桿件之單獨橫向變位並不產生軸向變位  $u(x)$ ，故可得

$$\bar{S}_{12} = \bar{S}_{42} = 0 \quad (B-10)$$

(B-9)涉及橫向變位  $w_2(x)$ 之積分，可利用正交適點法配合高斯積分，對桿件內部諸適點取  $w_2(x)$ 之二次導數值，而將(B-8)式表成



$$\sum_{j=1}^{n+2} \left\{ \frac{B_{1j}}{l^2} + \frac{PlW_j [(\beta - \alpha X_j) X_i + (\beta X_j - \gamma)]}{E_i E_j I (\alpha r - \beta^2)} \right\} (\bar{w}_2)_j +$$

$$\frac{P(\bar{w}_2)_i}{E_i I} = \frac{\alpha X_i - \beta}{E_i (\alpha r - \beta^2)}, \quad i=2, 3, \dots, n+1 \quad (B-11)$$

而邊界條件 (B-6) 式可表成

$$(\bar{w}_2)_1 = 1 \quad ; \quad \frac{1}{l} \sum_{j=1}^{n+2} A_{1j} (\bar{w}_2)_j = 0$$

$$(\bar{w}_2)_{n+2} = 0 \quad ; \quad \frac{1}{l} \sum_{j=1}^{n+2} A_{n+2j} (\bar{w}_2)_j = 0 \quad (B-12)$$

(B-11) 與 (B-12) 中， $A_{ij}$  與  $B_{1j}$  表已知之係數矩陣元素 (見附錄 [C])。 $X_j$ 、 $W_j$ 、 $E_j$  與  $(\bar{w}_2)_j$  分別表第  $j$  個適點之點位、加權值、楊氏係數值與橫向變位值。

(B-12) 式中任取其二與 (B-11) 式可構成一聯立方程組，則諸適點上之橫向變位值便可求得，將之代入 (B-9) 諸式中做高斯積分，則  $\bar{S}_{22}$ 、 $\bar{S}_{32}$ 、 $\bar{S}_{52}$ 、 $\bar{S}_{62}$  諸值可求得也。

( $\bar{S}$ ) 第三行：在桿件左端單獨產生單位旋轉角，於各處所需之力，如圖 (B-3) 所示。

控制方程式與 (B-5) 式同，而邊界條件則為

$$x=0, \quad w_3=0, \quad dw_3/dx = 1$$

$$x=1, \quad w_3=0, \quad dw_3/dx = 0 \quad (B-13)$$

解之，可得

$$w_3(x) = x + \int_0^x \frac{k_1 \tau + k_2 - Pw_3(\tau)}{E(\tau)I} (x-\tau) d\tau \quad (B-14)$$

$$\frac{d^2 w_3(x)}{dx^2} = \frac{k_1 x + k_2 - Pw_3(x)}{E(x)I} \quad (B-15)$$

式中， $k_1 = \frac{\beta I - P(\beta \xi_3 - \alpha \eta_3)}{\alpha \gamma - \beta^2}$ ， $k_2 = \frac{-\gamma I - P(\beta \eta_3 - \gamma \xi_3)}{\alpha \gamma - \beta^2}$





依照相同之步驟及作法，可得

$$\begin{aligned} \bar{S}_{23} = -V(x) \Big|_{x=0} &= \frac{\beta I - P(\beta \xi_3 - \alpha \gamma_3)}{\alpha \gamma - \beta^2} \\ \bar{S}_{33} = -M(x) \Big|_{x=0} &= \frac{\gamma I + P(\beta \gamma_3 - \gamma \xi_3)}{\alpha \gamma - \beta^2} \\ \bar{S}_{53} = V(x) \Big|_{x=1} &= \frac{-\beta I + P(\beta \xi_3 - \alpha \gamma_3)}{\alpha \gamma - \beta^2} \\ \bar{S}_{63} = M(x) \Big|_{x=1} &= \frac{(\beta I - \gamma) I - P[(\beta \xi_3 - \alpha \gamma_3) I + (\beta \gamma_3 - \gamma \xi_3)]}{\alpha \gamma - \beta^2} \\ \bar{S}_{13} = \bar{S}_{43} &= 0 \end{aligned} \quad (B-16)$$

而(B-15)式與邊界條件(B-13)式以正交適點法則分別表成

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n+2} \left\{ \frac{B_{1j}}{1^2} + \frac{P I W_j [(\beta - \alpha X_j) x_i + (\beta X_j - \gamma)]}{E_i E_j I (\alpha \gamma - \beta^2)} \right\} (\bar{w}_3)_j + \\ \frac{P (\bar{w}_3)_i}{E_i I} = \frac{\beta X_i - \gamma}{E_i (\alpha \gamma - \beta^2)}, \quad i=2, 3, \dots, n+1 \end{aligned} \quad (B-17)$$

$$\begin{aligned} (\bar{w}_3)_1 = 0 \quad ; \quad \frac{1}{1} \sum_{j=1}^{n+2} A_{1j} (\bar{w}_3)_j = 1 \\ (\bar{w}_3)_{n+2} = 0 \quad ; \quad \frac{1}{1} \sum_{j=1}^{n+2} A_{n+2j} (\bar{w}_3)_j = 0 \end{aligned} \quad (B-18)$$

則依前述方法可解得(B-16)諸式。

(S) 第四行：仿第一行之步驟及作法，可得

$$\begin{aligned} \bar{S}_{14} = -A/\alpha, \quad \bar{S}_{44} = A/\alpha \\ \bar{S}_{24} = \bar{S}_{34} = \bar{S}_{54} = \bar{S}_{64} = 0 \end{aligned} \quad (B-19)$$

(S) 第五行：仿第二行之步驟及作法，其相對應之結果分別如下：

$$w_5(x) = \int_0^x \frac{k_1 \tau + k_2 - P w_5(\tau)}{E(\tau) I} (x-\tau) d\tau \quad (B-20)$$

$$\frac{d^2 w_5(x)}{dx^2} = \frac{k_1 x + k_2 - P w_5(x)}{E(x) I} \quad (B-21)$$



$$\text{式中, } k_1 = \frac{-\alpha I - P(\beta \xi_5 - \alpha \gamma_5)}{\alpha \gamma - \beta^2}, \quad k_2 = \frac{\beta I - P(\beta \gamma_5 - \gamma \xi_5)}{\alpha \gamma - \beta^2}$$

$$\bar{S}_{25} = -V(x) \Big|_{x=0} = \frac{-\alpha I - P(\beta \xi_5 - \alpha \gamma_5)}{\alpha \gamma - \beta^2}$$

$$\bar{S}_{35} = -H(x) \Big|_{x=0} = \frac{-\beta I + P(\beta \gamma_5 - \gamma \xi_5)}{\alpha \gamma - \beta^2}$$

$$\bar{S}_{55} = V(x) \Big|_{x=1} = \frac{\alpha I + P(\beta \xi_5 - \alpha \gamma_5)}{\alpha \gamma - \beta^2}$$

$$\bar{S}_{65} = H(x) \Big|_{x=1} = \frac{-(\alpha I - \beta) I - P[(\beta \xi_5 - \alpha \gamma_5) I + (\beta \gamma_5 - \gamma \xi_5)]}{\alpha \gamma - \beta^2} - 1$$

$$\bar{S}_{15} = \bar{S}_{45} = 0 \quad (\text{B-22})$$

$$\sum_{j=1}^{n+2} \left\{ \frac{B_{1j}}{I^2} + \frac{P I W_j [(\beta - \alpha X_j) X_j + (\beta X_j - \gamma)]}{E_i E_j I (\alpha \gamma - \beta^2)} \right\} (\bar{w}_5)_j +$$

$$\frac{P(\bar{w}_5)_i}{E_i I} = \frac{-\alpha X_i + \beta}{E_i (\alpha \gamma - \beta^2)}, \quad i=2, 3, \dots, n+1 \quad (\text{B-23})$$

$$(\bar{w}_5)_1 = 0 \quad ; \quad \frac{1}{I} \sum_{j=1}^{n+2} A_{1j} (\bar{w}_5)_j = 0$$

$$(\bar{w}_5)_{n+2} = 1 \quad ; \quad \frac{1}{I} \sum_{j=1}^{n+2} A_{n+2j} (\bar{w}_5)_j = 0 \quad (\text{B-24})$$

(5) 第六行：仿第三行之步驟及作法，其相對應之結果分別如下：

$$w_6(x) = \int_0^x \frac{k_1 \tau + k_2 - P w_6(\tau)}{E(\tau) I} (x - \tau) d\tau \quad (\text{B-25})$$

$$\frac{d^2 w_6(x)}{dx^2} = \frac{k_1 x + k_2 - P w_6(x)}{E(x) I} \quad (\text{B-26})$$

$$\text{式中, } k_1 = \frac{(\alpha I - \beta) I - P(\beta \xi_6 - \alpha \gamma_6)}{\alpha \gamma - \beta^2}$$

$$k_2 = \frac{-(\beta I - \gamma) I - P(\beta \gamma_6 - \gamma \xi_6)}{\alpha \gamma - \beta^2}$$



$$\begin{aligned}
\bar{S}_{26} = -V(x) \Big|_{x=0} &= \frac{(\alpha 1 - \beta) I - P(\beta \xi_6 - \alpha \gamma_6)}{\alpha \gamma - \beta^2} \\
\bar{S}_{36} = -M(x) \Big|_{x=0} &= \frac{(\beta 1 - \gamma) I + P(\beta \gamma_6 - \gamma \xi_6)}{\alpha \gamma - \beta^2} \\
\bar{S}_{56} = V(x) \Big|_{x=1} &= \frac{-(\alpha 1 - \beta) I + P(\beta \xi_6 - \alpha \gamma_6)}{\alpha \gamma - \beta^2} \\
\bar{S}_{66} = M(x) \Big|_{x=1} &= \frac{(\gamma - 2\beta 1 + \alpha 1^2) I - P[(\beta \xi_6 - \alpha \gamma_6) 1 + (\beta \gamma_6 - \gamma \xi_6)]}{\alpha \gamma - \beta^2} \\
\bar{S}_{16} = \bar{S}_{46} &= 0
\end{aligned} \tag{B-27}$$

$$\sum_{j=1}^{n+2} \left\{ \frac{B_{1j}}{1^2} + \frac{P 1 W_j [(\beta - \alpha X_j) x_1 + (\beta X_j - \gamma)]}{E_1 E_j I (\alpha \tau - \beta^2)} \right\} (\bar{W}_6)_j +$$

$$\frac{P(\bar{W}_6)_1}{E_1 I} = \frac{(\alpha 1 - \beta) x_1 - (\beta 1 - \gamma)}{E_1 (\alpha \tau - \beta^2)}, \quad i=2, 3, \dots, n+1 \tag{B-28}$$

$$(\bar{W}_6)_1 = 0 \quad ; \quad \frac{1}{1} \sum_{j=1}^{n+2} A_{1j} (\bar{W}_6)_j = 0$$

$$(\bar{W}_6)_{n+2} = 0 \quad ; \quad \frac{1}{1} \sum_{j=1}^{n+2} A_{n+2j} (\bar{W}_6)_j = 1 \tag{B-29}$$

組合以上之推導結果，可將桿件之元素勁度矩陣 ( $\bar{S}$ ) 表示如下：

$$\text{其中，} \quad (\bar{S}) = (\bar{S}_e) + (\bar{S}_g) \tag{B-30}$$

$$(\bar{S}_e) = \begin{pmatrix} \frac{A}{\alpha} & & & & & \\ 0 & \frac{\alpha I}{\phi} & & & & \\ 0 & \frac{\beta I}{\phi} & \frac{\tau I}{\phi} & & & \\ -\frac{A}{\alpha} & 0 & 0 & \frac{A}{\alpha} & & \\ 0 & \frac{-\alpha I}{\phi} & \frac{-\beta I}{\phi} & 0 & \frac{\alpha I}{\phi} & \\ 0 & \frac{(\alpha 1 - \beta) I}{\phi} & \frac{(\beta 1 - \tau) I}{\phi} & 0 & \frac{-(\alpha 1 - \beta) I}{\phi} & \frac{(\tau - 2\beta 1 + \alpha 1^2) I}{\phi} \end{pmatrix} \text{Sym.} \tag{B-31}$$



$$(\bar{S}_g) = P \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\chi_2}{\Phi} & -\frac{\chi_3}{\Phi} & 0 & -\frac{\chi_5}{\Phi} & -\frac{\chi_6}{\Phi} \\ 0 & \frac{\psi_2 + \Phi}{\Phi} & \frac{\psi_3}{\Phi} & 0 & \frac{\psi_5}{\Phi} & \frac{\psi_6}{\Phi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\chi_2}{\Phi} & \frac{\chi_3}{\Phi} & 0 & \frac{\chi_5}{\Phi} & \frac{\chi_6}{\Phi} \\ 0 & \frac{-(\chi_2 | + \psi_2)}{\Phi} & \frac{-(\chi_3 | + \psi_3)}{\Phi} & 0 & \frac{-(\chi_5 | + \psi_5) - \Phi}{\Phi} & \frac{-(\chi_6 | + \psi_6)}{\Phi} \end{pmatrix} \quad (B-32)$$

而  $\Phi = \alpha\gamma - \beta^2$ ,  $\chi_i = (\beta\xi_i - \alpha\gamma_i)$ ,  $\psi_i = (\beta\gamma_i - \gamma\xi_i)$ ;  $i=2,3,5,6$

$(\bar{S}_g)$  於形式上雖未具對稱，以下則以數值計算例題證明其為對稱。

設桿件受溫度之影響，其楊氏係數呈

$$E(x) = E_0 [-0.3(1-x/l)^2 + 0.9], \quad 0 \leq x \leq l$$

取  $E_0 = 199955 \text{ MPa}$ ,  $l = 10 \text{ m}$ ,  $P = 0.1 \text{ MN}$ ,  $I = 0.00016759 \text{ m}^4$

經正交適點法、高斯積分運算得

$$(\bar{S}_g) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0011947 & -0.0008429 & 0 & 0.0011947 & -0.0011045 \\ 0 & -0.0008429 & -0.0117339 & 0 & 0.0008429 & 0.0033040 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0011947 & 0.0008429 & 0 & -0.0011947 & 0.0011045 \\ 0 & -0.0011045 & 0.0033040 & 0 & 0.0011045 & -0.0143499 \end{pmatrix}$$

確為對稱無誤。





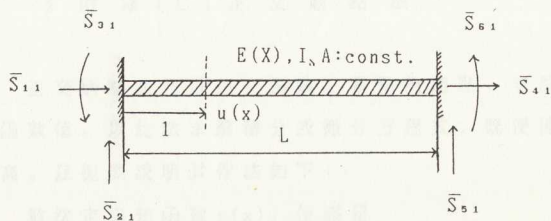


圖 (B-1)

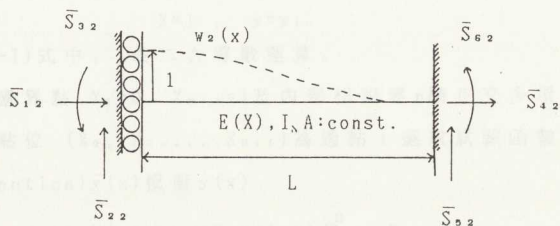


圖 (B-2)

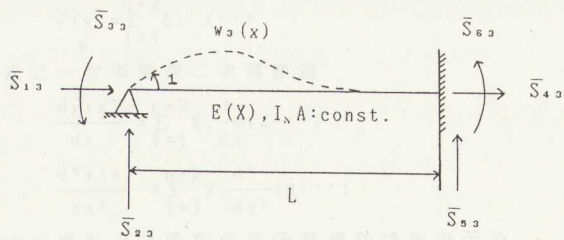


圖 (B-3)



## § 附 錄 [ C ] 正 交 適 點 法

正交適點法乃以正交函數之零點為適點，求解適點上之函數值。以此法求解積分或微分方程式，既便捷且精確度高。茲扼要說明其作法如下：

欲決定未知函數  $y(x)$ ，使滿足

$$\text{控制方程式： } L[y(x)] = 0, \quad 0 < X < 1 \quad (C-1)$$

$$\text{邊界條件： } X=0, \quad y=y_0$$

$$X=1, \quad y=y_1 \quad (C-2)$$

(C-1) 式中， $L$  表二次導數運算。

以邊界點  $X_1=0$ 、 $X_{n+2}=1$  及內部相對應  $n$  階正交多項式零點之點位  $(X_2, X_3, \dots, X_{n+1})$  為適點；選取試驗函數 (trial function)  $\bar{y}(x)$  模擬  $y(x)$

$$\text{令 } y(x) \approx \bar{y}(x) = b + cX + X(1-X) \sum_{i=1}^n a_i P_{i-1}(x) \quad (C-3)$$

式中， $P_i(x)$  為  $i$  階正交多項式， $b$ 、 $c$ 、 $a_i$  為待定係數。

而 (C-3) 式可表為

$$\bar{y}(x) = \sum_{i=1}^{n+2} S_i X^{i-1} \quad (C-4)$$

上式之一次導數與二次導數為

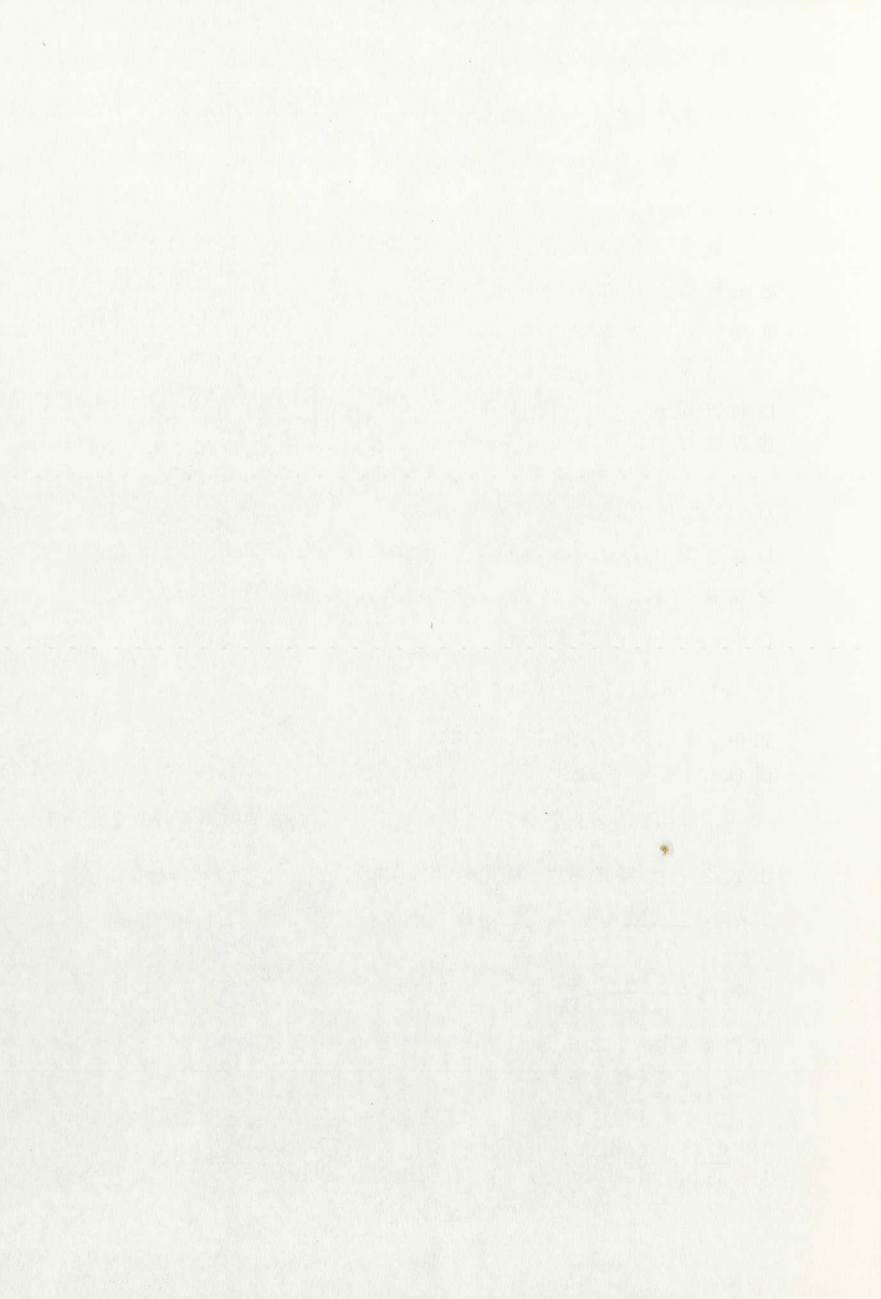
$$\frac{d\bar{y}(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{n+2} S_i \frac{d}{dx}(X^{i-1}) \quad (C-5)$$

$$\frac{d^2\bar{y}(x)}{dx^2} = \sum_{i=1}^{n+2} S_i \frac{d^2}{dx^2}(X^{i-1}) \quad (C-6)$$

在內部適點上之函數值與函數導數值可表示為

$$\bar{y}(x_j) = \sum_{i=1}^{n+2} S_i X_j^{i-1}, \quad j=2, 3, \dots, n+1$$

$$\left. \frac{d\bar{y}}{dX} \right|_{x_j} = \sum_{i=1}^{n+2} S_i \left[ \frac{d}{dX}(X^{i-1}) \right] \Big|_{x_j}, \quad j=2, 3, \dots, n+1$$



$$\left. \frac{d^2 \bar{y}}{dX^2} \right|_{x_j} = \sum_{i=1}^{n+2} S_i \left[ \left. \frac{d^2}{dX^2} (X^{i-1}) \right|_{x_j} \right], \quad j=2, 3, \dots, n+1 \quad (C-7)$$

以上諸式可以矩陣表為：

$$\begin{aligned} \{ \bar{y} \} &= [Q] \{ S \} \\ \left\{ \frac{d\bar{y}}{dx} \right\} &= [C] \{ S \} \\ \left\{ \frac{d^2 \bar{y}}{dx^2} \right\} &= [D] \{ S \} \end{aligned} \quad (C-8)$$

其中，

$$Q_{j,i} = X_j^{i-1}$$

$$C_{j,i} = \left[ \left. \frac{d}{dx} (X^{i-1}) \right|_{x_j} \right]$$

$$D_{j,i} = \left[ \left. \frac{d^2}{dx^2} (X^{i-1}) \right|_{x_j} \right]$$

故適點上之函數導數值可以適點上之函數值表為

$$\left\{ \frac{d\bar{y}}{dX} \right\} = [C] \{ Q \}^{-1} \{ \bar{y} \} = [A] \{ \bar{y} \} \quad (C-9)$$

$$\left\{ \frac{d^2 \bar{y}}{dX^2} \right\} = [D] \{ Q \}^{-1} \{ \bar{y} \} = [B] \{ \bar{y} \} \quad (C-10)$$

將(C-9)、(C-10)式代入(C-1)式，配合邊界條件式，可構成一聯立方程組，則可解得諸適點上之函數值。

一旦選定正交函數及其應用之階數  $n$ ，則矩陣  $[A]$  與  $[B]$  即可求出備用。茲將4階 Legendre 多項式對應之  $[A]$ 、 $[B]$  矩陣列出如下：



$$[A] = \begin{pmatrix} -21.000 & 23.630 & -3.680 & 1.813 & -1.763 & 1.000 \\ -8.778 & 6.664 & 2.840 & -1.232 & 1.161 & -0.655 \\ 2.495 & -5.185 & 0.769 & 2.941 & -2.250 & 1.229 \\ -1.229 & 2.250 & -2.941 & -0.769 & 5.185 & -2.495 \\ 0.655 & -1.161 & 1.232 & -2.840 & -6.664 & 8.778 \\ -1.000 & 1.763 & -1.813 & 3.680 & -23.630 & 21.000 \end{pmatrix}$$

$$[B] = \begin{pmatrix} 220.00 & -311.80 & 132.25 & -70.72 & 70.26 & -40.00 \\ 135.86 & -183.03 & 59.66 & -20.53 & 18.17 & -10.14 \\ -11.29 & 31.82 & -36.97 & 21.83 & -10.95 & 5.56 \\ 5.56 & -10.95 & 21.83 & -36.97 & 31.82 & -11.29 \\ -10.14 & 18.17 & -20.53 & 59.66 & -183.03 & 135.86 \\ -40.00 & 70.26 & -70.72 & 132.25 & -311.80 & 220.00 \end{pmatrix}$$





§ 附 錄 [ D ] ASTM.A36 型 鋼 材 料 性 質

本文數值計算中，關於ASTM.A36鋼材其降伏應力、楊氏係數與溫度之關係，係採用文獻[16]作者利用曲線安置法 (curve-fitting method) 模擬所得之結果；而應力與應變之關係，則仍參照文獻[18]，以雙線性 (bilinearly) 模擬其應力與應變之關係曲線，對於軟化 (work-softening) 現象亦予忽略。ASTM.A36之各項性質及其與溫度之關係如下：

$$\begin{aligned}
 (\sigma_y) / (\sigma_y)_{20} = & 1.09185 - 3.4208 \times 10^{-3} T + 2.2592 \times 10^{-5} T^2 \\
 & - 5.81492 \times 10^{-8} T^3 + 5.73038 \times 10^{-11} T^4 \\
 & - 1.92606 \times 10^{-14} T^5
 \end{aligned} \tag{D-1}$$

式中，

$(\sigma_y)$  表  $T(^{\circ}\text{C})$  時之降伏應力

$(\sigma_y)_{20}$  表常溫時之降伏應力， $(\sigma_y)_{20} = 248 \text{ MPa}$

$$\begin{aligned}
 E / E_{20} = & 1.0356 - 1.907 \times 10^{-3} T + 2.93 \times 10^{-5} T^2 \\
 & - 2.0627 \times 10^{-8} T^3
 \end{aligned} \tag{D-2}$$

式中，

$E$  表  $T(^{\circ}\text{C})$  時之楊氏係數

$E_{20}$  表常溫時之楊氏係數， $E_{20} = 200000 \text{ MPa}$

膨脹係數  $\alpha_0$  與溫度  $T$  之關係 [12] 為

$$\alpha_0 = (11 + 0.0036T) \times 10^{-6} \tag{D-3}$$

Mechanical Equation of State [8] 為

$$d\epsilon_c / dt = \mu \times \exp(-\Delta H / RT) \tag{D-4}$$



式中,  $\Delta H$  表活化能 (activation energy of creep),  
J/(kg·mole)

R 表氣體常數 (gas constant), J/(kg·mole·°R)

T 表溫度, °R (阮氏溫度)

$\mu$  表 Zener-Hollomon 參數, hour<sup>-1</sup>

而  $\Delta H/R = 70000^\circ R$

$$\mu = \begin{cases} 0.026 \sigma^{4.7} & , \sigma \leq 15000 \text{ psi} \\ 1.23 \times 10^{16} \cdot \exp(\sigma/3333) & , 15000 < \sigma \leq 45000 \text{ psi} \end{cases}$$

塑性應變  $\epsilon_p$  與應力之關係為

$$\epsilon_p = \begin{cases} 0 & , \sigma < \sigma_y \\ 1.03121 \times 10^{-3} \sigma - 0.25604 & , \sigma \geq \sigma_y \end{cases}$$

(D-5)



## 参 考 文 献

1. Alexander, C.(1974), " Principles of Structural Stability Theory, " Prentic-Hall, Englewood Cliffs.
2. Allen, H.G. & Bulson, P.S.(1980), " Background To Buckling, " McGraw-Hill, Great Britain.
3. Brockenbrough, R.L. & Johnston, B.G.(1968), " Steel Design Manual, " U.S. Steel Corporation, Pittsburgh.
4. Chen, W.F. & Han, D.J.(1988), " Plasticity for Structural Engineers, " Springer-Verlag, New York.
5. Chen, W.F. & Atsuto, T.(1972), " Theory of Beam-Column, " McGraw-Hill, New York.
6. Dotreppe, J.C.(1977), " Numerical Model for the Automatic Computation of Fire Resistance of Large Steel Structure, " Appl. Numer. Modeling, Proc. 1st. Int. Conf. (Edited by Brebbia, C.A.), Halsted Press, New York, pp.479-488.
7. Finlayson, B.A.(1972), " The Method of Weight Residuals and Variational Principles, " Academic Press, New York.
8. Harmathy, T.Z.(1967), " A Comprehensive Creep Model, " Transactions, ASME, Journal of Basic Engineering, V.89 (Senes D), pp.1190-1200.
9. Horne, M.R. & Merchant, W.(1965), " The Stability of Frames, " Pergamon, Oxford.



10. Lin, T.H.(1968), " Theory of Inelastic Structures, " John Wiley and Sons, New York.
11. özisik, M.N.(1985), " Heat Transfer:A Basic Approach , " McGraw-Hill, New York.
12. Quincy, M.(1981), " Fire Protection Handbook, " National Fire Protection Association, 15th Edition.
13. Tarn, J.Q.& Lay, J.C. & Wang, Y.B.(1987), " Temperature Distribution in Steel Frames Exposed to a Fire Environment, " Journal of Chinese Institute of Engineers, Vol.10, No.6, pp.615-623.
14. Timoshenko, S.P.& Gere, J.M.(1961), " Theory of Elastic Stability, " 2nd Edition.
15. Wojciech Skowronsk.(1988), " A Study of the Steel Beem Deformation During Fire, " Building and Environment, Vol.23, No.2, pp. 159-167.
16. 余德峰, " 鋼結構之抗火時效之初步研究, " 碩士論文, 國立成功大學土木工程研究所, 民國七十五年。
17. 潘鴻冀, " 鋼結構受火害之溫度分佈研究, " 碩士論文, 國立成功大學土木工程研究所, 民國七十七年。
18. 鍾雲吉, " 考慮溫度效應之鋼構架非彈性分析, " 碩士論文, 國立成功大學土木工程研究所, 民國七十七年。





## 誌 謝

承蒙恩師邱耀正教授於治學研究之啓沃與論文殷切之指導，使本文得以順利付梓，謹致由衷之謝忱；並感謝工業技術學院陳生金教授及本校陳培麟教授於論文口試時之指正與建議。研究期間，鄭玉旭學長與鍾雲吉學長對所提問題之悉心釋疑；冀樹勇、張學誠等諸同儕於課業之切磋與生活之照應，均使吾人受益匪淺，謹此一併致謝。

十數年的求學過程中，最需感謝父母親於物質、精神上之支持與鼓勵，使吾人無所旁鶩，得以順利完成學業。在此，謹以本文之成果獻給我的父母，感謝他們多年來劬勞養育之恩。

## 作 者 簡 歷

姓名：陳濟民

籍貫：台灣省彰化縣

出生：民國53年9月2日

學歷：民國72年臺北市立建國高級中學畢業

民國76年國立成功大學土木工程學系畢業

民國78年國立成功大學土木工程研究所結構組畢業

住址：臺北縣永和市安樂路272巷35號

電話：(02)9239337

本報自創辦以來，承蒙各界人士之愛護，日趨發達。茲因業務需要，特聘請  
 王君某某，充任本報編輯，負責編輯及採訪工作。其辦事認真，文筆流暢，  
 誠為本報之棟樑。現因王君另有他圖，特將其編輯職務，移交與李君某某  
 接辦。自即日起，李君某某，即行接辦本報編輯工作。所有以前本報之  
 一切事務，均由王君某某負責。特此聲明。

啟事

本報自創辦以來，承蒙各界人士之愛護，日趨發達。茲因業務需要，特聘請  
 王君某某，充任本報編輯，負責編輯及採訪工作。其辦事認真，文筆流暢，  
 誠為本報之棟樑。現因王君另有他圖，特將其編輯職務，移交與李君某某  
 接辦。自即日起，李君某某，即行接辦本報編輯工作。所有以前本報之  
 一切事務，均由王君某某負責。特此聲明。

中華民國癸拾捌年拾貳月廿貳日 繳



