118

學精測算天體窺研[illegible]中[illegible]三才
真理湛然致於毫[illegible][illegible]也宏編
目張綱舉萬象畢宣以西證中
期無謬懸闡發秘奧遐邇爭傳
盧君介卿近著高等天文學
書成為題如右　孫科

序一

瀋陽盧君介卿頃寄所著高等天文學一書於余而索爲序.恭綽陋甚,於所謂天文學者昧然寡知,曷敢妄有論述.然竊念吾國科學不無後人,惟天文學則早在二千年以前,業已發達.舊日如易書周官諸經足見端倪,迨司馬氏撰史記,始將星辰之象數,日月之明蝕,歲紀之測候,以及風雲雨電山川草木之狀變,靡不闌入於天官書中.是後研究天文者皆奉此爲不祧之祖.而天文亦儼然成一有系統之學矣.自是以降,代產專家,多所發明,不待覼縷.視近百年來歐美治斯學者之突飛猛進雖屬有遜,然以同一時代而論則我之所得固遠爲超勝也.明清之際徐光啓南懷仁湯若望中外諸人出,利用新法,徵測益密,朝野信從.清世祖自編曆象考成,復緣楊光先之獄修曆一遵西法,於是迷離惝怳之說一掃而空.此吾國天文學新舊轉移一大關鍵.獨是吾國舊說多就氣象以驗禨祥.此其說已爲今人所吐棄.其實天象與人事之關係經科學而益加明白.例如日中有黑子則寒熱加甚,或雨量多,或彗星流星之飛移,致於水旱生影響等,均係近年益加證明者.不過吾國人士未能深究所以然,故有若干卜祝家之說,羼入其間.然天象人事所以相關之原因,卽現代專家仍不能確言其故.故知我國之天文學說尚多未能抹煞者在.斯又學者所貴虛衷探討以期盡善者也.盧君是作包羅宏富,敍次詳明,有裨於斯學者甚大.恭綽以門外人不克多所評隲.獨嘉盧君能於吾國今日舉世怯爲之學起而兢兢鈎研,一異夫今之從政者進則以鞅掌而廢書,退又頹廢而舍學,於國家社會了無貢獻者.斯又足爲吾徒張目,而表示交通界之有人者矣.因序以歸之.

建國二十有三年冬十一月番禺葉恭綽

序　二

天文之學來源甚遠.太古之世,草澤初闢,人行於陸與航於海同無方向路跡之可尋.是以觀星定向之事乃自然而生.故天文實與生人同其淵源也.迨後旣知遊牧、稼穡,則觀天象測氣候以定時而分四季,乃亦必然之事也.古之帝王皆以天文爲百政之首,天文與數學相附而行,故天文與數學在有文字以前卽已成爲學術.以其源遠又爲百政之首,故其學乃得逐漸昌明.雖至今日科學大盛,而尤以天文及數學爲最完善最合於天地自然之理也.

伏羲造坤表(卽甲表)立渾儀以量日影長短,測北極高下.於是仰觀俯察而畫地成卦,因得分年爲季.而舉凡禽獸之孳乳,昆蟲之蟄化,草木之榮枯,海魚入河,北雁南返之類,漸次知其有應候之象.更漸次利用於佃漁.作甲曆,天干地支相配,六甲一轉天度一周.年以是紀而歲功成,月以是紀而朔望定,晝夜以是紀而時日分,東西南北以是紀而方向不惑.炎帝燧人氏作冰鑑(卽丙鑑),取火於日影.黃帝(耶紀前2697—2596)作指南針以定地平方向.顓頊高陽氏(耶紀前2513—2434)作玉衡璇璣(乃測角器也,衡以察經璣以察緯)測物體之經緯定其位置而曆法漸進.堯(耶紀前2357—2254)依中星推日躔,分四時,定歲實.舜(耶紀前2255—2204)在璇璣玉衡以齊七政.則又集往聖之大成,而使推步日月五星行動之法至此而漸備矣.分節氣、置閏月、定章(19年爲一章內有235整月冬至與合朔復齊)蔀紀等法,以使冬至合朔月首及紀日皆納於周期.曆法至此漸完善矣.至周(約耶紀前1124年)而知冬至日躔女宿繼改至牽牛.至漢武帝元封七年(耶紀前104)因司馬遷等之言,實測天

象,改冬至日躔建星(斗牛之間),是已知歲差矣.至於恆星則周末甘石巫咸三家所著星圖已有二百八十三官,一千四百六十四星.是中國天文推測之學之昌盛,比較言之爲尤古也.至周公商高(耶紀前1095)之作周髀算經,乃述伏羲測天度數之法也.其圓方勾股之規,推測分合之用,莫不與今法相爲表裏.可見中國之有幾何學遠在希臘之白沙高拉斯、尤克里德之前也.蓋三代盛時,聲敎四訖.周末疇人子弟失官分散,亦有遠投異地者.秦火以還,中原之典章旣多缺佚,而海外之支流反因以得昌盛也.

埃及於耶紀前2180年(夏太康八年)築金字塔以測極星.沙爾(Thales)(耶紀前640—546周襄王至景王時)米里杜(Miletus)人也.遊埃及歸創立,伊昂尼安(Ionian)天文學校(有謂此校係巴比倫人創立沙爾乃其學生之一也).敎地圓、黃道斜度、日月食諸理.或者以其爲始定歲實之人.安那西滿德(Anaximanter)(耶紀前611—545)沙爾之學生也.始作地圖及日表(卽甲表).白沙高拉斯(Pythagoras)(耶紀前569—470)遊埃及加勒底(Chaldea)亞洲回至希西里(Sicily)而創天文哲學學校.敎地自轉、公轉及慧星與行星皆繞日諸說.並首言金星爲各時晨昏之星.又創勾方加股方等於弦方之法.麥冬(Meton)(耶紀前465—385)始創19年一章之說.愛拉透愼斯(Eratosthenes)(耶紀前275—194)始作475大星星錄.由測兩地緯度較以定地球大小而得名.依巴谷(Hipparchus)(耶紀前190—120)爲亞力山大里亞古之大天文家.追步尤克立德(Euclid)(耶紀前330—275)而創弧三角學.首以經緯度定星之位置.對於推步日月五星之行動及歲差,均有重大之供獻.作有1080星之恆星錄.多祿某(Ptolemy)(耶紀後100—170)繼武依巴谷之學業而求其精詳,此皆埃及

學派著名之天文家也.至於印度、加勒底及巴比倫,則二千五百年前已知北極繞黃極約25850年西行一周.能以沙羅周期(Saros)法預推日月食,是其天文學之造詣皆已甚深矣.

歐洲自十五世紀始有知名之天文家.考白尼(Copernicus)(耶紀1473—1543)創太陽系日心理.第谷(Tycho Brahe),(耶紀1546—1601)那威人,及其學生刻白爾(Kepler)(耶紀1571—1630)尤爲知名.刻白爾且立行星行動三定律,而考白尼之說始爲定論.葛立老(Galileo)(耶紀1564—1642)義大利人,首以望遠鏡測天,而發見木星之衞星,土星光環,太陽黑斑.牛頓(Newton)(耶紀1642—1727)創攝力定律及行動三定律,爲刻白爾三定律所以然之理,尤爲天文學力學之一大功臣.其利用幾何學至爲巧妙.此皆歐西古之天文家也.

考之已往,謂中國、埃及、印度、迦勒底及巴比倫等爲最先發明天文學理者,似無大錯誤.其後此道中衰,遂讓歐西專美於後.然當文化初開之際,出其大智大慧,首創大法而開後世追求之途徑,其經歷之艱苦,其成功之偉大,殊非後人所能及也.

現今科學昌明,自然之事理幾皆闡明無遺.化學講明物質之形狀及物質所經之變化.物理則推定物體之行動.然其所立定律固皆本於所見之現象也.化學雖專論物質之變化,物理專論能力之變化,然二者亦彼此相關.自物理化學(Physical Chemistry)出,再書$C+2O=CO_2$,而不改爲$C+2O=CO_2+970$卡洛里(Calories),則爲不通矣.蓋物質一經變化,必生有能力變化也.能力現分爲五種,卽動勢能力(Kinetic energy)、熱能力(Heat energy)、電能力(Electric energy)、蓄勢能力(Potential energy)及化學能力(Chemical energy)是也.此五種能力可互相變化,而皆與物質有關.物質之情狀卽以其具有何種能力之量而定之.前四種能

力皆可分爲兩個因子.動勢能力爲$M\frac{V^2}{2}$,M爲物體之質量,V爲其速度.熱能力之二因子爲 t 及s,t爲物質溫度,s 爲其比熱.電能力爲e及q,e爲電動力,q 爲電量.蓄勢能力爲fs,f爲意在變情狀之力,s 爲變情狀時所經之距離.惟化學能力現不能分爲如此之因子.

物質質量能力不變之三定律(Laws of conservation)已成爲舉世所公認者.而陶木森(Thomson)證明受電物體之質量可因使其行動而生變異,物體行動愈速質量則愈大.是質量不變之律須別作說法矣.因之質量分爲靜質量動質量之二部分.昔之解釋射散作用爲原子之振動,如鐘之被擊而發聲然,動止則射散作用停止.今則且謂原子發施射散作用部分之質量因之而遺失.故熱及光均含質粒而有重量.原子本爲不可破者,何以其質量能因射散而遺失.蓋物理家實驗之結果,證明原子由一微小之中核(Nucleus)及其周圍多數繞行含負電之電子(Electrons)配合而成.凡原子之電子其重量及電量皆等.中核重量幾爲全原子之重量,約爲其周圍電子重量三、四千倍,且只含正電,其量足以中和其一切電子之負電,故原子爲中性.其電子繞中核旋轉如行星之繞日,此其所以得在原子中成平衡而無吸併及飛脫之虞也.原子所含之電子數名曰原子數(Atomic number),隨原子種類而異.其含一至九十二電子之元素,除含八十五及八十七二者外,均已熟知矣.氫之原子乃一電子繞一中核所構成,爲最簡單原子,故用作單位.氦(Helium)爲二電子繞一中核之原子,其中核所含之正電雖爲氫中核之二倍,而重量乃四倍之,其他原子之中核亦皆依其電子數而增其正電量及重量.至鈾(Uranium)之電子數爲九十二,其中核之重爲氫之二百三十八倍,是爲現所知原子數最高中核最重之元素也.各種原子的

原子數皆約為氫原子數之倍數,故百年前普洛德(Prout)各種元素均為氫凝結而成之假說幾經顛踣又復中興矣.中核原亦謂為不可再分者,而羅色佛(Rutherford)研究之結果,謂全宇宙之物質皆為電子與質子(Protons)構成.每一質子只含正電,其量同於每一電子之負電,但其質量為電子之一千八百四十七倍.質子與氫之中核相同.其他原子之中核皆為電子與質子緊密結合而成.氦之中核乃四質子與二電子構成,故其重量四倍氫之中核,其電量為氫中核之二倍也.近又有謂中核為中子(Neutrons)及質子構成並不含有電子者.中子是不含電之物質,不為其他質粒所吸拒,具極大之穿透力.主此說者,每謂一中核所含之質子數同於核外之電子數,其質子重量不足原子重量(Atomic weight)之數適為其所含之中子重量補足之.亦有謂中子為一質子與一電子密結而成者.安德生(Anderson)又謂質子非物之基本質,實為正子(Positrons)及中子合成.正子只含正電,其量同於質子,但其質量只同於電子.然亦有謂正子為宇宙射線(Cosmic rays)所含之光子(Photons)於宇宙射線與中核撞擊時變化而成,非中核所固有者.總之原子之構成由於電子與質子,或復益之以中子及正子,除此而外復有所謂電磁能力者以資團結,前四者正如墻之有磚,而後者如其灰漿也.原子一經擾動,或由自然脫變,或由外物撞擊,乃發光熱之波動,其基本物質因而分裂得以射出為α光線(含正電)及β光線(含負電)之質粒,其能力得以遊離而為γ光線或為可見及不可見之射散也.此等學說實近日光大物理學,推翻昔日許多化學假說,並使人工改造原子(即增減其原質成分)之說有可能性者也.粗言之,此與中國五千年來一陰一陽之謂道,陰陽交泰萬物化生之舊說頗為類似.

以太（Ether）者無所不至,無所不入,毫無阻礙,不惹感覺,為傳遞光熱電磁波動之媒介物,為行星所浮沉之大海也.然求之實驗竟無法證明其存在.卽使存在,亦不能證明其是靜是動.牛頓重力定律,行動定律,宇宙通用之學說也.近已因許多光電磁現象不能完全適合於牛頓定律,並因以太非絕對存在之物質,遂引起愛因斯坦（Einstein）之相對論,而理益精法益密矣.然1925年米勒（Miller）在威爾遜山（Mt. Wilson）竟能驗測以太之流動,是又顯然證明愛因斯坦之學說非絕對的無誤也.而依其理推水星,只能得其𣆀點每世紀前進43秒,較測得之 574 秒相差甚遠,益難徵信焉.

昔之學說謂天然之理可循一條道路追求.業至 A 境,必繼之以 B 境.而今之學說則不敢作如此斷語.而謂 A 境之後可繼之以 B,或繼之以 C,或 D,或其他之境.不過 B 較 C 可能之成分多,C 較 D 多,而已.至於究係何者相繼,非人所能預知也.語云學然後知不足.四百餘年來西人究心各種科學,時有進益.在二百年前,其說已具體而微.至十九世紀初,卽燦然可觀.近五十年所造愈精.乃學愈精而心愈虛,豈非亦有不足之念耶.或者曰現今科學之應用雖頗驚人,而其定律皆根據假象,不過自完其說,於眞理尙未得到也.其言雖近於謔,然宇宙之事神祕難測,現今科學理論不乏缺陷之處.至於宇宙之如何而誕生,如何而進行,如何而歸終,統無可成立之學說.而達爾文之進化論及地質學之諸假說,亦皆有推敲之餘地.凡事愈研究愈顯光明.旣知舊說之不可過泥,亦當知新說之不可驟信.前日之是,卽成今日之非,今日之是,又安知不成後日之非.學者應自勉.宇宙眞理之闡發,尙有待於來者也.

余向在學校時,卽有志研究天文.凡有關書籍,無間新舊,遇

必購之.及負笈新大陸,雖學機械工程,而對於天文學仍嘗致力焉.回國後供職於本溪湖煤鐵公司,津浦鐵路,濟南機廠,擔任技術,責重事繁,遂無暇研究學術.民國十二年春調長四洮.嗣復兼長洮昂.緣四洮路係借日款建築.到任伊始,即知外債逼累,事機艱危.屢思籌謀清理,心力交瘁,竟未如願.洮昂路由余開辦,慘澹經營,尤費苦心.十七年冬轉職東北交通委員會,代理會務二年之久.對於東北鐵路內而行政,外而交涉,均曾擬有具體計劃及解決步驟.意在暗中轉化,或使形勢緩和.奈爲環境所抑制,有志未伸,徒呼負負.遂至心緒不佳,凡事悲觀.至二十年春果患穿孔盲腸炎危症.嘗經滿鐵醫院割治.病中南滿鐵路木村理事,入江所長,數次來院慰問,意欲有所商洽.惜權不我假,有辜來意,亦惟相與徒喚奈何而已.凡六閱月,瘡口甫合,即逢九一八事變.余乃避居津埠,交委會亦移北平.時勢變遷,會務清簡.乃於退食之暇,復起研究學術之念.古既以天文爲百政之首,余即以此爲著作發軔之初.本年四月交委會裁撤.余既無職守,又值宿疾告痊,因得專心致力以竟其功.後此倘有餘暇,更必從事其他著作.惟東望遼天,河山變色,內憂外患相逼而來,不過藉有限之筆墨以消磨無聊之歲月而已.著作云乎哉,至詞旨之荒謬,見解之錯誤,在所不免,尚望海內賢達有以教正之,實所盼禱焉.

中華民國二十二年十二月三日瀋陽介卿盧景貴識於天津義租界西交界路二十五號寓次

例 言

本書係合編性質,將實用天文學、弧三角天文學、理論天文學及天體力學、物理天文學以及宇宙創造學彙於一書,並新舊兼收.

本書多取材下述諸書:

Young's General Astronomy,

Todd's A New Astronomy,

Moulton's An Introduction to Celestial Mechanics,

Hosmer's Practical Astronomy,

Jean's The Universe Around us,

Chauvenet's Spherical and Practical Astronomy,

Stratton's Astronomical Physics,

Herschel's Outline of Astronomy.

(根據李善蘭譯本,舊譯天文書此爲佳本之一,間有錯誤處,據所知者改正之.)

英美天文曆書,

中國天文年曆,

科學大綱第一冊,

常福元中西恆星對照表,

圖書集成曆象部彙編.

對諸著者統此致謝.

本書起稿時教育部天文學名詞及物理學名詞尚未公佈,故所用名詞有不與之相合者,然爲數甚少,且亦大同小異.例如軌道之 Anomaly, 部定者爲近點角,本書則爲卑點角,而本書論卑點時並有卑點亦曰近點,是二名於意實無差別也.

本書所用名詞時有不統一之嫌,然借此亦可多知些名詞,俾得易讀舊作之書.例如赤緯圈亦日距等圈,光譜亦曰彩色帶,偏心率亦曰兩心差,回歸年亦曰太陽年,會合周亦曰太陽周,衞星亦曰月,黃赤斜角亦曰黃赤大距,等等皆是也.

本書所言天體之經緯,除特爲註明所當之年者外,皆係1900年之位置.

本書於方程式時常簡稱方式,乘冪皆稱爲次方數,恐有誤解,特爲說明.又人地名之譯音有前後用字不同者,讀者諒之.

本書度量衡多用英美制,書末備有與公用制轉變之相互等數.

本書之出版,多蒙中華書局執事諸公之熱心贊助,並指示稿中錯誤之處,因得以改正,謹表謝忱.

高等天文學

上冊

目錄

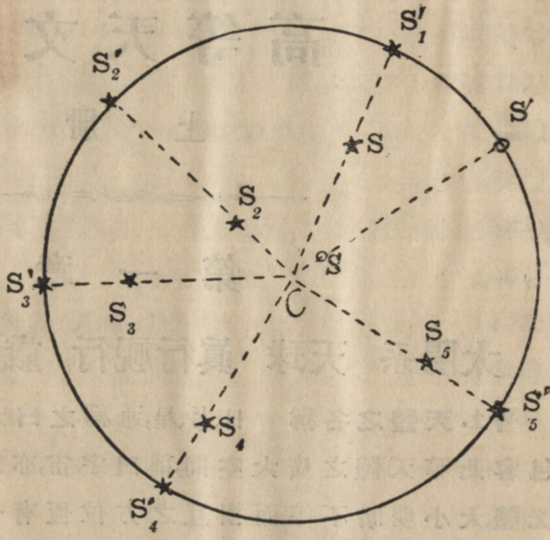
高等天文學

上　册

第　一　章

太陽系　天球　眞行視行　歲差章動光行差

§1. 天體之名稱　日、月、星,通稱之曰天體(Celestial bodies). 包容此等天體之廣大空間,稱曰宇宙,亦曰太虛.天空中有無數光體,大小明暗不等,而相互之方位恆有一定,永不變亂,稱曰恆星(Fixed star).然其中亦多有遲遲行動者,非精測久測不能覺也.其時時行動異於恆星者,稱曰行星(Planet),稱曰衛星(Satellite). 行星繞恆星而行,衞星繞行星而行.日(Sun)爲衆恆星中之一.其行星之大者有八.依距日遠近之次第數之,曰水星(Mercury),亦曰辰星;曰金星(Venus),亦曰太白;曰地球(Earth);曰火星(Mars),亦曰熒惑;曰木星(Jupiter),亦曰歲星;曰土星(Saturn),亦曰鎭星;曰天王星(Uramus,亦曰Herschel);曰海王星(Neptune).八大行星各率其衞星,循一定之軌道,繞日運行,成一系統,曰太陽系(Solar system).其水金火木土五星,古稱五緯星.月(Moon)爲地球之衞星.日月合五緯星,古稱曰七政.恆星多有簇聚一處者,稱曰星團(Star cluster).星團之無星可分僅如一團白霧者,稱曰星雲(Nebulæ).此外有一種星,行速甚大,恆隱而忽見,光或甚鉅,異於常星者,稱曰彗星(Comet).其形狀功用雖至今日仍未能深悉.又有星於晴宵突現天空,疾馳而沒者,稱曰流星(Shooting star),亦



第一圖 天球上視位圖

曰賊星,亦曰奔星.其被引而墜地者,是曰隕星,亦曰隕石、隕鐵.

§2. 天球 測天家為便於定諸星之方位計,乃虛擬一無窮大之球,視諸天體皆居於此球之面而名其球曰天球(Celestial sphere).其半徑無窮長.地心及測者之目均可作球之心,蓋因球半徑既為無窮長,則人目至地心之距離為數微小可不計也.由人目至天體虛引一線,延長之使其穿過天球面,該線穿球面處,卽該天體在天球面上之位置,名曰視位(Apparent position).例如第一圖,S 在球面之視位為 S',S_1 之視位在 S'_1,S_2 之視位在 S'_2,餘類推.由球心至 S'、S'_1、S'_2、……等處之距離,乃假定為無窮長.有此虛構之天球,凡問題之含有諸點間之角距離,及通過球心諸平面間所夾之角者,均可用弧三角公式以解之.晴夜無雲,吾人仰觀諸星,見其無限高遠,一若去我之距離皆相等者,故謂其同在一球面之上,實正合吾人之所視也.

天球之半徑既是無窮長,則同一系之平行線,當然在天球面上俱同穿一點.而在有限距離內之平行面,亦當然在同一圈內切過天球.此固應時記於心,否則作圖象天時,微分之差,易成莫大之錯;吾人並應習知天球形象,由球外視球,由球內視球,均

應演習有素.最好備一小球,時時習之,於解算球面之問題,有裨多矣.惟實測天體,則必須自球內一點屬目也.

視天與視地面不同.僅論天之一小分,與地面同,若測天之大分,或測全天球,則與地面不同.地面視法,只有一個視點,乃作圖畫之心.畫心至人目之線,正交畫面爲一點;餘直線顯於畫面仍爲直線.天之視法,各點皆爲畫心.畫心至人目之線爲天球之半徑.任作若干平行線,方向不論,皆視合於球之相對二點.通常只用其一點,名曰合點;餘一點不用.天球上無論何點,從地望之皆爲本點上半徑平行諸線之合點,其對面之點爲餘一合點.而凡球之大圈爲本圈平行諸面之合線,因此理初學似頗費解,故再言之.

凡雲開微隙,日光漏入成直線數條.此諸線從天空之最遠處來,可作平行線論,成天球之大圈,有二合點,一在日,一在日對面之點.在日之點平地可見,而對面之點必登高山;當日初或將入時,見此諸線發於東漸歛於西,或發於西漸歛於東,成對面合點也.又北極光亦曰北曉,俗名天開眼,或云是電氣光,其光成諸直線,皆與指南針平行.視之向地平漸歛,若合於針所指之點.其上皆如天球之大圈,而合於對面之點.又立冬後四五兩夜,諸奔星之方向,若引長之可彙於一點;故諸奔星大約方向平行.觀此諸事,前條之理自明.準此則南北二極爲地軸諸平行線之合點.頂底二點,爲地平面垂線諸平行線之合點也.天赤道爲地赤道諸平行面之合線.天球之地平界爲眞地平面諸平行面之合線也.

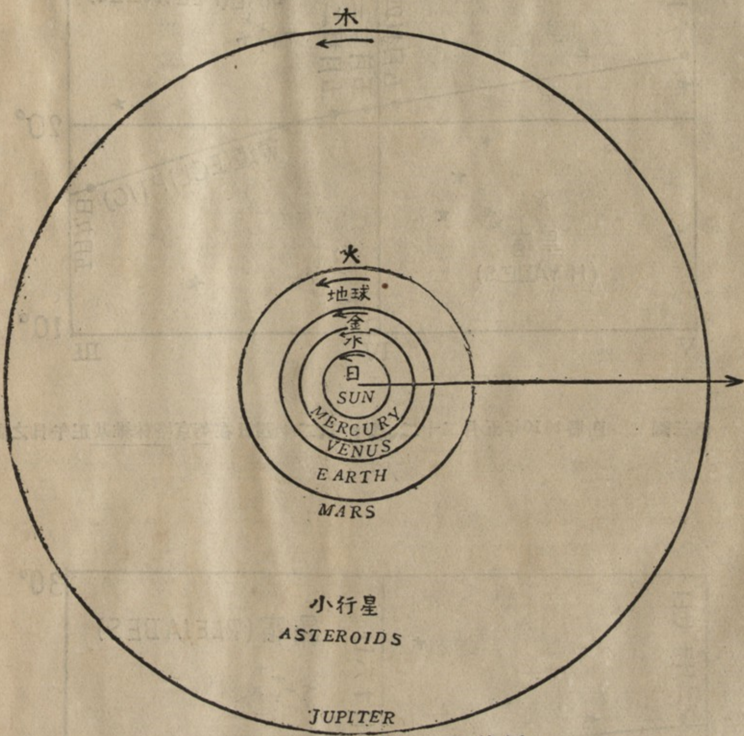
§3. 天球上視行　吾人仰觀天星,目注移時,見天星升自東而漸向西沒,其行徑爲圈之弧.如在北半球面北立,見諸星所行之圓圈皆向天上一點歛集.此點即諸圈之心,名之曰極.因其在

北,故曰北極.苟有一星正當此點,即無視行.星行之圈既均歸心於極,換言之,則整個天球必可視作繞軸而轉矣.此天球旋轉之視行,實原於地球繞軸自西而東旋轉,與天星之視行正反其方向也.

§4. **行星之行動** 苟人立於天外,向南注視太陽系當見諸行星(地球在內)各循橢圓軌道繞日而行,反於錶針之方向,謂之曰左手轉,簡曰左轉,亦曰左行.又見地球繞其軸自轉,一日一周,其方向亦與錶針相反.月繞地而轉,其方向亦是左行.行星之軌道幾近於圓,而月道則差較大.凡此所見皆各星之眞行也,亦曰實行(Actual motion).有此眞行乃生如下之視行,即天球帶諸星曜(恆星日月行星)繞地軸順錶針方向旋轉一日一周天.換言之,即諸星曜隨天球繞地軸右行一日一周天是也.諸星曜每日旋轉所晝之圈,名曰逐日周圈(Diurnal circle).我國古書每言天左旋,日月右行.其不同處,在所取以爲準之方向異也.或者古人視天恆向北極,故其所謂左右與今之自天外向南注視所取之左右正相反也.若以天球之軸爲北,則面球而立恆向北,故右手恆指東,是東行爲右轉,西行爲左轉,以古人之言爲理長也.本書所言之左右轉行仍從今說,以取一致.

天空諸星有動甚微,一若固定於球面者,而太陽系中諸星則勤變其視位,是以有恆星行星之分.日視爲向東緩行,約一日一度,約一年繞地一周.月亦東行而較速,約每小時行等於其徑之長,而一太陰月(Lunar month)一周.第二圖示行星繞日之左旋.第三圖示日當其行經金牛宿(Taurus)時每日之行動.第四圖爲月每日之行動.吾人須知月之東行,實行也,非如日之東行,僅爲視行也.日之視行實因吾人所居之地球循軌道繞日左行,一年一周,一日約行一度也.行星之東行實爲行星之繞日眞行合

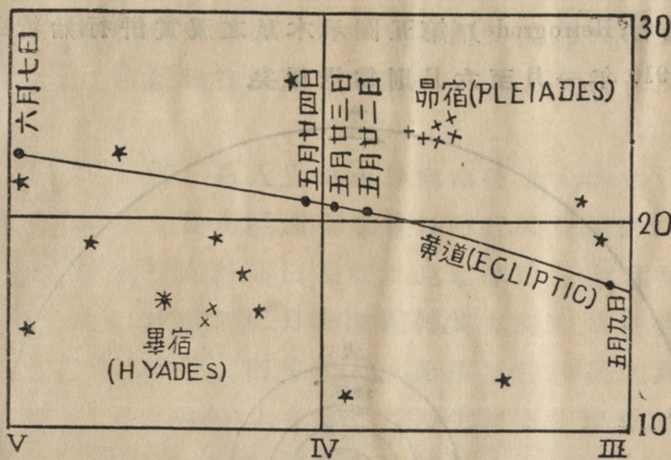
因地球繞日而生之視行,相併之行動.故雖實東行而有時西行(卽退行,Retrograde).第五圖示木星之視實併行,始皆進行,在耶紀1910年一月至六月,則爲退行矣.



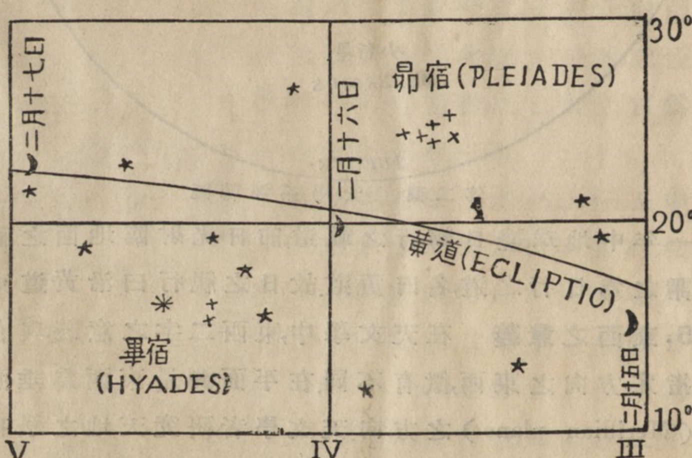
第二圖　太陽系運轉圖

一年中地球繞日轉行之軌道,卽日光射臨地面之視道,吾人遂謂之爲日行之道,名曰黃道.故日之視行,曰沿黃道東行也.

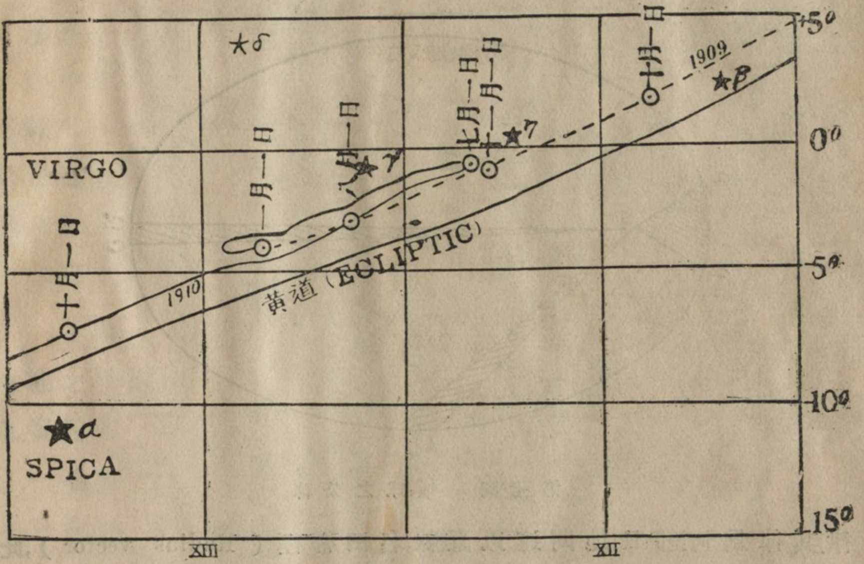
§5. **東西之意義**　在天文學中,東西二字之意義,與在一平面內指定方向之東西,微有不同.在平面測量,東西爲垂直於子午面(Meridian plane)之方向.天文學者,研究天地之學也.天地皆作球形,於理方能貫通.既爲球形,則東西無定所矣.試一人立於英國格林維基(Greenwich,通認之標準子午線處),一人立於



第三圖 西曆1910年五月二十二、二十三、二十四日在英京格林維基正午日之視位



第四圖 西曆1910年二月十六、十七日下午二點時月之視位

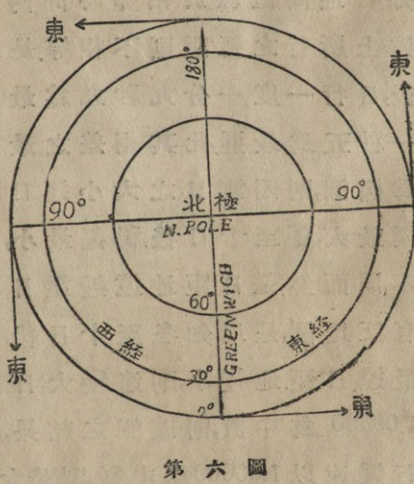


第五圖　1909年十月至1910年十月間木星之視程

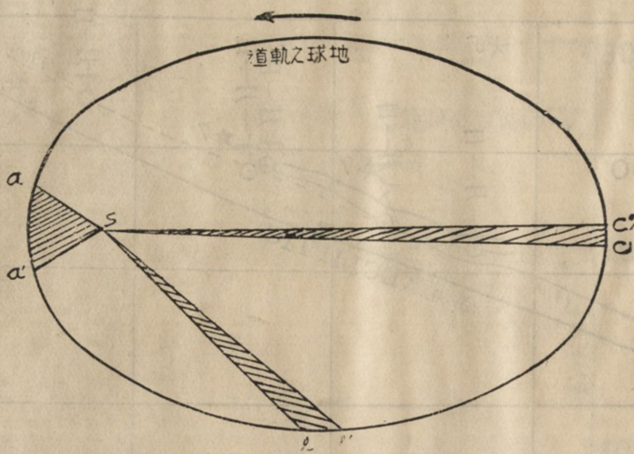
相隔 180 度處,雖所指之天方向相反,而所指皆東也.如第六圖,四點之箭頭俱指東方,是以知天文學東西之意義,乃旋轉之方向也.

§6. 地球軌道運行及四季

地球循其軌道,繞日東行,一年一周.其軌道爲幾近於平面之橢圓,日乃居其焦點之一.地球受重力之吸引,乃得保持其所在不離軌道.其去日既有時而遠,有時而近,其運行之速度必有遲速之不同,方得調和重力之平衡,而遵軌道以行.軌道既有規律,其速度亦可納之於



第六圖

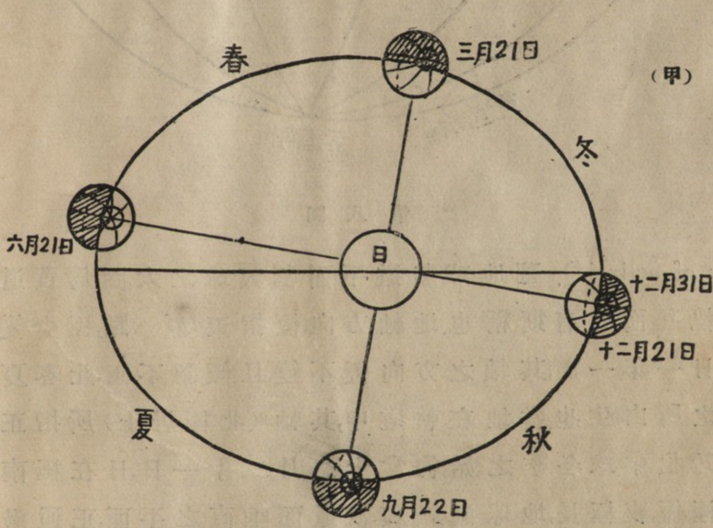


第七圖　地球之公轉

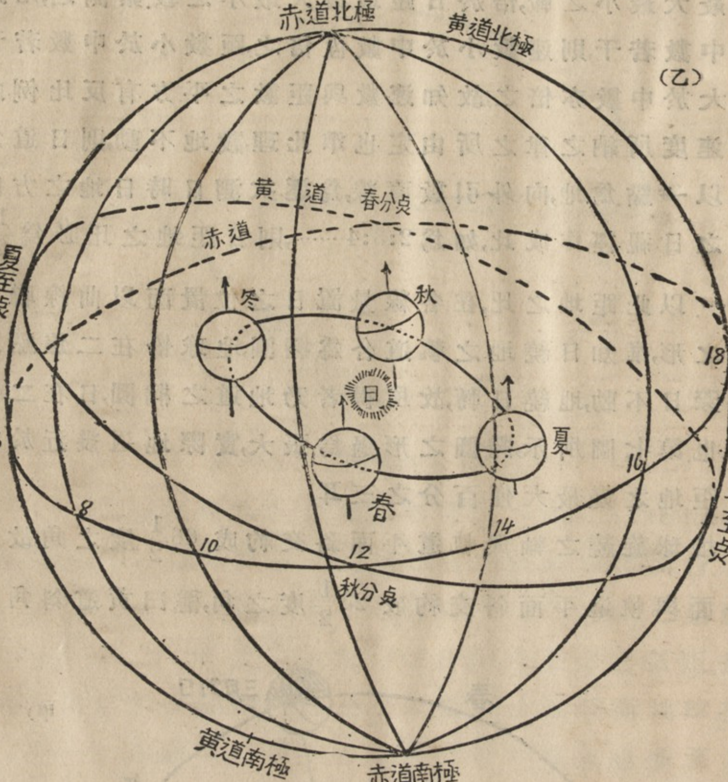
律.其律爲何?即日地間連以直線,名曰帶徑 (Radius vector),此直線經相等之時間,行相等之面積,換言之,即此帶徑所行之時與所過之面積,恆有比例是也.如第七圖,asa'、bsb'、csc',三扇形面積均相等.其aa'、bb'、cc'弧乃地於相等日數內所行之弧距.是以知日地間直線於相等時間內所行之面積亦相等,而地球在軌道上所行之弧距則不相等.是地之速度時有變異也.冬至十日後,日行一度一分九秒九爲最速,夏至十日後,日行五十七分十一秒五爲最遲,此其相差之最甚者也.試問何以知地球之軌道爲橢圓,則因測日之大小逐日不等,是以知之也.冬至十日後,視徑最大,夏至十日後,視徑最小,日體不能變大小,必因距地遠近不同而然.是日距地遠近逐日不等也.凡視物大小與相距遠近有反比例,是以知冬至十日後,日距地最近;夏至十日後,日距地最遠.日距地變小,則速變大;日距地變大,則速變小.如日距地以1.00000爲中數,則據測之結果,最大爲1.01679,最小爲0.98321.日行遲速以1.00000爲中數,則最大爲1.03386,最小爲0.96670.故日行

遲速最大最小之較,倍於日距地最大最小之較.累測之,凡距數大於中數若干,則速數小於中數恆倍之,距數小於中數若干,則速數大於中數亦倍之;故知速數與距數之平方有反比例此乃前言速度所納之律之所由定也準此理,設地不動,則日道爲橢圓,如以一點爲地,向外引數直線,爲逐次測日時日地之方向.以測得之日視徑作成比,如爲2:3:4……,則日距地之比必爲$\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$…….以此距地之比,在各線量置日之位置而以曲線聯之.由曲線之形,推知日繞地之軌道合爲橢圓,地球恰在二焦點之一也.實際日不動,地繞日轉,故所得者乃地道之橢圓,日在二焦點之一也.第七圖所示,橢圓之形過爲張大,實際地道幾近於圓形,蓋日距地之變最大僅百分之三耳.

地球旋繞之軸與軌道平面斜交約成$66\frac{1}{2}$度之角;故地赤道平面與軌道平面斜交約成$23\frac{1}{2}$度之角,稱曰黄道斜角(Ob-



第八圖　四時

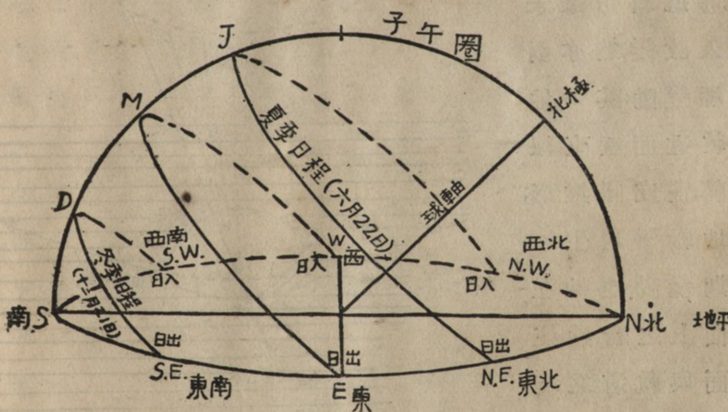


第八圖

liquity of ecliptic). 蓋地球軌道平面割天球之大圈爲黃道,黃道面卽軌道面,故有斯稱也.地軸方向,恆指天空一點,極少變動.地球繞日一年一周,其軸之方向恆不變,且傾斜不正,此春夏秋冬四時之所由生也.當地在軌道中,其軸（北極居上）所指正背日,斯時乃北半球冬季之始,約當十二月二十一日,日在極南.斯時也,晝極短,夜極長,地球過軸與軌道面垂直之平面,正通過日心.十日後,地球行至橢圓長徑之一端,是爲最近日之處,名曰近日

點,亦曰卑點 (Perihelion).地在冬季雖較夏季爲近於日,然此無關於冷暖.冬季之所以冷者,在冬日晝短,日光且斜射地面也.約當六月二十二日,日在極北.斯正北半球夏季之始,晝極長,夜極短矣.過此不久,地球即到軌道長徑之另一端,是爲距日最遠之處,名曰遠日點,亦曰高點(Aphelion).約當五月二十一日,日乃在地球赤道面內.斯時也,地球各處晝夜等長.九月二十二日,日又到地球赤道面內,地球各處再晝夜等長.此二時特名之曰分.冬季後,日自南向北行來時曰春分 (Vernal equinox). 夏季後,日自北向南行來時曰秋分(Autumnal equinox).在此二時,日心所在之視位名曰分點(Equinoctial points).前言冬夏啓始之時名曰至,在冬曰冬至 (Winter solstice),在夏曰夏至.

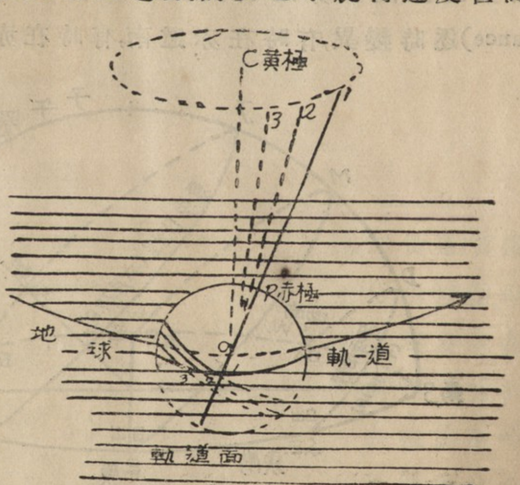
§7. 四時中日之視位(日躔)　日爲恆星,其位不變.因地繞日左轉,遂視日若逐日東行.反言之,即地不動,日繞地東行,逐日變其視位,一年繞地一周也.日視行之道,在天球爲一大圈,名曰黃道.此圈與赤道斜交,故日去赤道之角距離 (Angular distance)逐時變異,有時在赤道南,有時在赤道北.日既東行,同時因



第九圖

地球自轉之故,復視若繞地轉行,一日一周.第九圖卽示四時中日之視位者也.半年行於赤道北,半年行於赤道南.約當六月二十二日,日在極北,北半球見日光之時多於半日(第九圖 J);十二月二十一日,日在極南,北半球見日光時少於半日(圖之 D).在此二極之間,日出入赤道南北.約當三月二十一日及九月二十二日,日正在赤道面內(圖之 M).故日之視行實爲螺旋狀之行動,旣逐時漸增漸縮其去天極之角距,復同時繞地旋轉,一日一周.日之東行,其位置之變易,不有恆星之參照,無從考定.苟有全年測籌,記載每日日落時東方是何星宿出現,此當逐月不同,而至一年之末,初所見之星宿,乃再於日落時現於東方.是知日向東行在天作一大圈,至此已繞一周而成一年矣.

§8. **歲差及章動** 地球之軸方向不變,前已言之.實則逐漸遲變,特非短期視察所能覺耳.蓋地爲扁圓體非純圓球也.其赤道周圍質量較圓球應有者爲多.此較多質量受日月之攝引,恆有使地球赤道面合於軌道面之趨勢.祇以地球旋轉速度甚高,反抗之力爲勢亦强.結果,赤道斜角雖未被永久改變,然亦引起二種變動:其一,地軸繞軌道面垂直線而旋轉,畫成圓錐形;其二,地軸斜角生一種周期變動.地軸在尖錐面上之行動,使赤道面與軌道之交線向西緩緩轉動,地



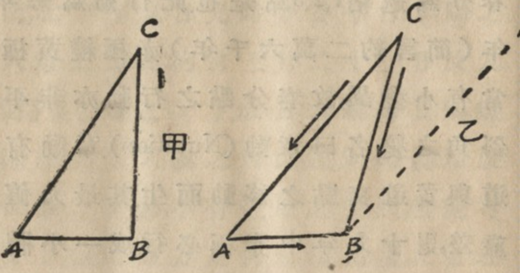
第一〇圖

軸（赤極）本身恆向春分點移動.遂致春分點在天球上漸向西行,而使日於每年春季早行過赤道,此現象名曰歲差（Precession of the equinoxes）.如第一〇圖,赤極向西遞佔1,2,3位置,使春分點遞佔1,2,3點是也.此行動爲每年約西退50.2秒,約須25800年（簡言約二萬六千年）,赤極繞黃極旋轉一周.生此歲差之力常有小變異,故春分點之行動亦非平速,仍有循環之變動.地軸斜角之變名曰章動（Nutation）.章動有三種:一曰太陰章動,由月道與黃道交點之移動而生.其最大值爲9.2秒,十九年一周.若無歲差,則十九年中赤極必行成一小橢圓,長徑18.5秒,短徑13.74秒,長徑恆向黃極.一曰太陽章動,由於日之赤緯在一年中之變易而生.其值爲1.2秒,一年一周.一曰逐月章動,由於月之赤緯在每月中之變易而生.其值不過0.1秒.有此章動,故天空諸星十九年中與赤極必乍近乍遠,而分點在黃道必乍進乍退,諸星之黃赤經度必乍加乍減,赤極依此二動而行,故其道非正圓,亦非橢圓,實爲波紋之圈,於26000年中在全周上約有1400疊浪.天空諸星無論或動或靜,因此二動,其本赤道面及春分點所定之方位,均時時生變.恆星日月行星同有此二差之變動,而諸星相與之方位不變,其故舍地軸之動不能解之矣.

§9. 光行差　諸星又有光行差（Aberration）.因地繞日旋行,諸星之光亦行,故吾人所見星之方向,實合二行而成者,非星之眞方向也.譬如無風時,人立雨中,雨直下着笠而不溼身.若疾行向前,則雨必着面,一若斜入笠下.如第一一圖甲,雨點以 $C\ B$ 方向直下,若正當落下時人從 A 向 B 行,僅就此二動而論,則雨必以 $C\ A$ 方向對該人落下.試依 $C\ A$ 斜度持管前行,雨點可過管而不觸其壁.是雨雖直下,若人亦行,則雨對該人一若斜下也.吾人立於繞日轉行之地球,視星之方向恆生微差,其理與雨點之

斜行正同也.

光行差有二種:年差、日差是也.光行年差(Annual aberration)因地繞日轉行而生,盡人所見皆同.光行日差(Diurnal aberration)因地球每日繞軸自轉而生,人所見隨所在之處而異,蓋緣地面各點自轉之速度不同,在赤道者最速,而向兩極者則逐減也.



第一一圖

設 v 爲地球繞日之速度,V 爲光行之速度,若 CB 與 AB 成直角,則所差之角爲最大,此角度爲光行差之常數,約爲 20.5 秒,此可以下式求之:

$$\tan C=\frac{AB}{CB}=\frac{v}{V},$$

C 角即星向所差之角也.

若 CB 不垂直於 AB,則因斜三角形二角之正弦比同於其對邊比,而有

$$\sin C=\frac{v}{V}\sin A.$$

用下式亦可求其概數,

$$\tan C=\sin C=\frac{v}{V}\sin B,$$

因 C 角極小,其正切與正弦約相等,A 與 B 和約爲二直角,$\sin A$ 約等於 $\sin B$ 也.

第二章

命名意義　標線法　天文三角形

§10. 用作基本之圈點　本立而道生.天道茫茫,不爲立本,不予以名,將何以定天體在天之方位而施推算.下所述者,乃天文學常用之名詞,用弧標線定天體在天球面之位置之所必需者也.

竪線(Vertical line)　地球面上任一點處重力之方向線,是爲該點之竪線.此線直接由測量器之垂線定之,間接由水平器定之.

上天頂(Zinith),下天頂(Nadir).　任一點處之竪線,引長之使上穿天球於一點,該點名曰上天頂,亦曰天頂點(第一二圖 Z).此點最爲緊要,因其指明測者在地面上之位置也.竪線下穿天球之點,名曰下天頂,亦曰天底點(第一二圖 N').

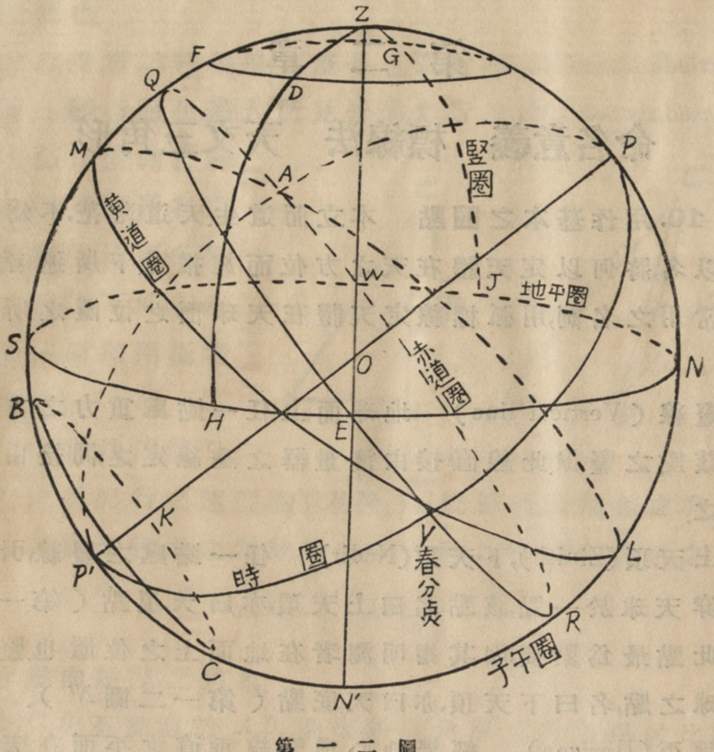
地平(Horizon)　經過地心與竪線垂直之平面在天球上所切之大圈名曰地平(第一二圖 $NESW$).任何處之地平,去上下天頂俱各爲90度.經過測者與竪線垂直之平面與地平面割天球於同一大圈處,理見2節.

竪圈(Vertical circle)　經過上下天頂之大圈曰竪圈.凡竪圈俱與地平垂直(第一二圖 HZJ).

地平緯圈(Almucantars,或Parallels of altitude)　與地平平行而較小之圈,名曰地平緯圈(第一二圖 DFG).

極(Poles)　引長地球自轉之軸穿天球於兩點,此兩點名曰天球兩極,亦曰南北赤極(第一二圖 P,P').

赤道(Equator)　經過地心與地軸相垂之平面在天球上



第一二圖

所切之大圈,名曰赤道（第一二圖 $QWRE$）.赤道各處去兩極均各90度.經過測者與赤道面平行之平面,與赤道面割天球於同一之處,卽同在赤道也.

時圈(Hour circle) 經過南北二極之大圈,曰時圈,亦曰赤經圈（第一二圖 PVP'）.

六時圈(6–Hour circle) 乃其面垂直於子午面之時圈也.

赤緯圈(Paralles of declination) 平行於赤道面之小圈曰赤緯圈（第一二圖 BKC）,亦曰距等圈.

子午圈(Meridian) 經過天頂及兩極之大圈,名曰子午圈.此圈又是時圈,因其經過兩極也.又是豎圈,因其經過兩天頂也.

子午圈隨地而異,即各地有各地之子午圈.子午圈與地平圈交於南北二點(第一二圖 S 及 N 二點).子午圈之平面簡稱子午面,與該地地平面相交之線,名曰子午線,簡稱午線,平面測量中用以定地平圈之正南正北也.

卯酉圈(Prime vertical)　豎圈之平面垂直於子午面者,該豎圈曰卯酉圈(第一二圖 EZW).此圈與地平圈交於東西二點.自地平東點起,分卯酉圈爲十二等分,自東點轉下天頂,西點,上天頂,而復至東點,名曰人命豎十二宮.

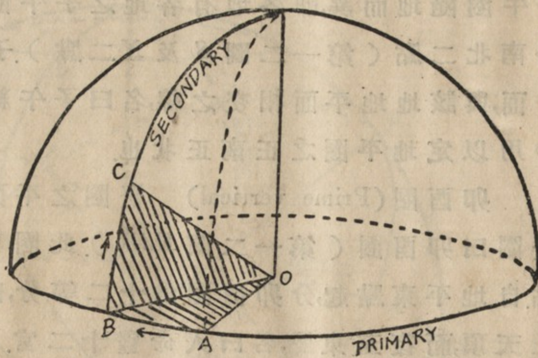
黃道(Ecliptic)　一歲中日心視行在天球上所畫之大圈,名曰黃道(第一二圖 $AMVL$).其平面卽地球軌道之平面,與赤道面斜交成23度27分之角,名曰黃道斜角(Obliquity of the ecliptic).天球上距黃道各90度之二點,名曰黃極(Poles of the ecliptic).

分點(Equinox)　黃道與赤道相交之二點,名曰分點.當日由南向北過赤道時所經之交點,名曰春分點(Vernal equinox),或稱曰白羊宮初點(First point of aries,第一二圖 V).日到此點時,約在三月二十一日.其日由北向南過赤道所經之交點,名曰秋分點(Autumnal equinox,第一二圖 A).過二分點及赤極之大圈爲二分點經圈.

至點(Solstice)　黃道上在二分點當中處之二點,名曰二至點.過黃赤極之大圈爲二至經圈.

黃道十二宮　自分點起東行,分黃道爲十二等分,曰黃道十二宮(12 Zodical signs).

§**11.弧標線**(Spherical coordinates)　空間點之方向可以兩圓標線定之,此兩圓標線爲在圓球上相交成直角之兩大圈,沿兩圈之弧量其角距卽所以定點之方向也.如第一三圖爲本

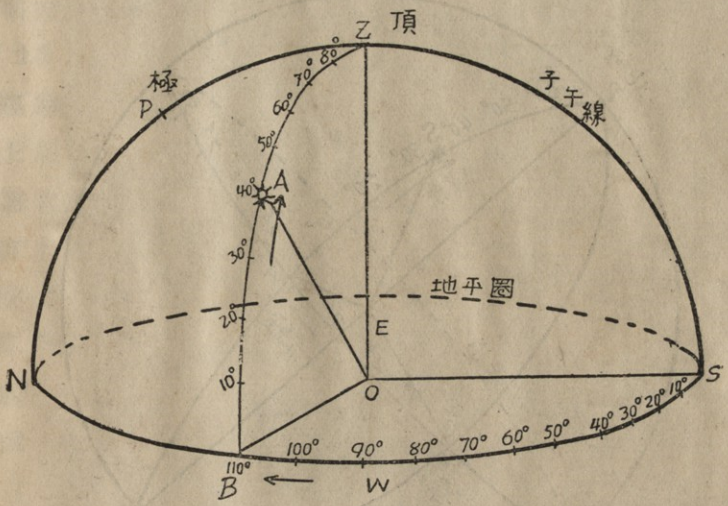


第一三圖

於平面 OAB 及 OA 直線定 C 點之所在,O 爲兩標線之原點.過 OC 作一 OBC 平面垂於 OAB 面,二面相交於 OB 線.則定 C 點之位置者爲 BOC 及 AOB 兩角,此兩角謂爲在球心之兩角,或謂爲 BC 及 AB 兩弧均可,此即定點之位置之弧標線也.凡標線法有二大圈,一曰本圈 (Primary), 一與本圈相交成直角,曰次圈(Secondary), 標線即沿此二圈量其角距.須知次圈爲數無窮而俱過本圈之兩極,從本圈起所量之線,乃係次圈之弧,名曰緯線,從次圈起在本圈上所量之弧,乃是經線.

§**12. 地平標線法**(Horizon system) 此法之標線,本圈爲地平,次圈則爲過兩天頂之竪圈.從地平起上沿過某點之竪圈而量之角距爲該點之標線之一,名曰地平緯度 (Altitude),亦曰高弧,或曰高度.高度之餘角名曰天頂距度,即點距天頂之度也.其他一線爲過點之竪圈與子午圈在地平上所離之角距,名曰地平經度 (Azimuth).地平經度或從正南或從正北點起任向東西計之.普通則從正南點起順向西計,由 0 度至 360 度而一周.有時計離北極最近之星,則以從正北向東西計之較便,第一四圖 A 星之高度爲 BA, 地平經度爲 SB.

§**13. 赤道標線法**(Equator system) 此法之標線,赤道爲本圈,過兩極之時圈爲次圈.點之二標線,一爲從赤道起沿經過該點之時圈而量之角距,名曰赤緯度 (Declination),赤道北者爲

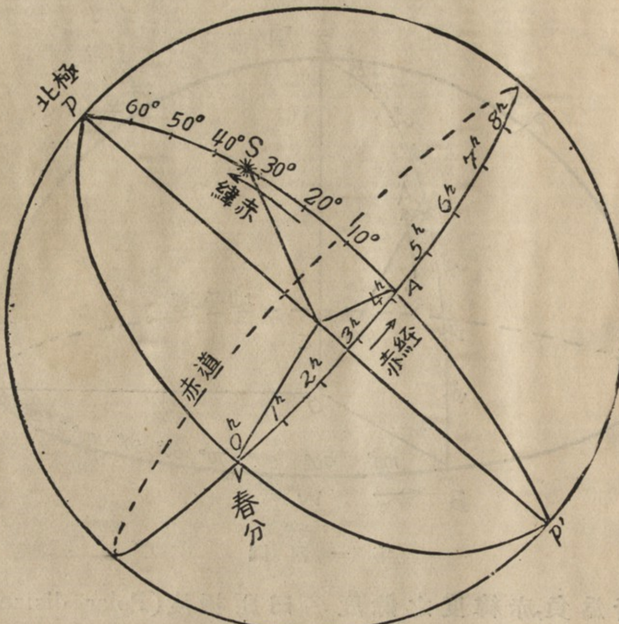


第一四圖

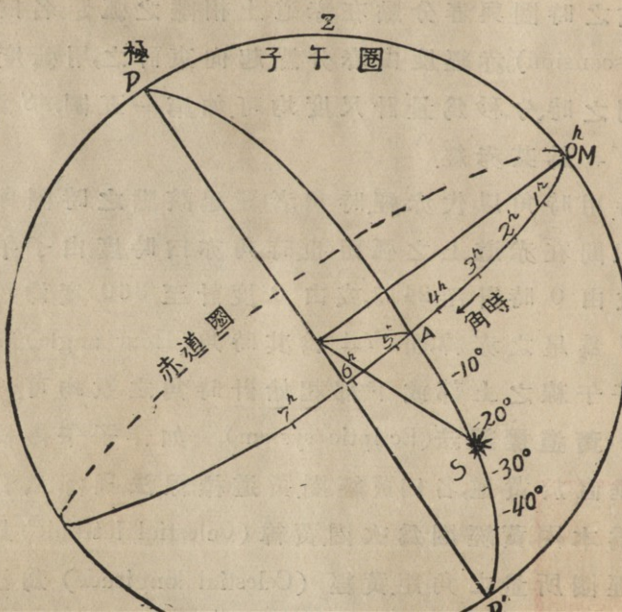
正,而南者爲負,赤緯度之餘度名曰距極度(Polar distance).一爲經過該點之時圈與春分點在赤道上相離之弧距,名曰赤經度(Right ascension),赤經度由春分點起向東計之,用弧度之度、分、秒或時間之時、分、秒爲量計尺度均可.如第一五圖,AS 爲 S 星之赤緯而 VA 爲其赤經.

有時用時角以代赤經.時角者,經過該點之時圈與測者本處子午線間在赤道上之弧距也.時角亦曰時度,由子午圈起西向計之,或由 0 時計至 24 時,或由 0 度計至 360 度均可.如第一六圖,AS 爲星之赤緯,而 MA 爲其時角(Hour angie).在量計時間則由子午線之上部或下部起始計時角之數均可.

§ **14. 黃道標線法**(Ecliptic system) 如作子午圈法,過黃極作大圈垂直於黃道,名曰黃經圈.黃道標線法與赤道標線法同,以黃道爲本圈,黃經圈爲次圈.黃緯(Celestial latitude)爲自黃道起沿黃經圈所量之角距.黃經 (Celestial longitude) 爲沿黃道自


北極
P
60°
50°
40°
S
30°
20°
10°
赤緯
赤道
赤經
0^h
1^h
2^h
3^h
4^h
5^h
6^h
7^h
8^h
A
春分
P'

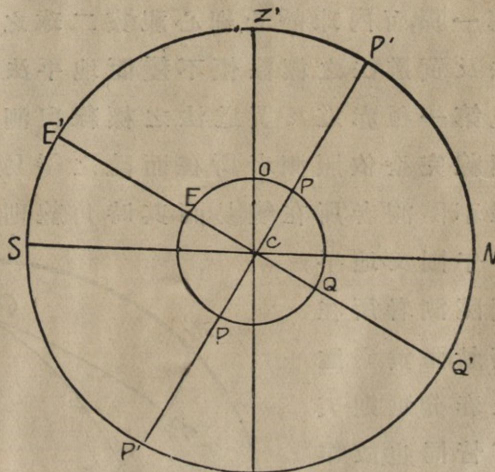
第一五圖


Z
極
P
子午圈
0^h M
1^h
2^h
3^h
4^h
5^h
6^h
7^h
時角
A
-10°
-20°
S
-30°
-40°
赤道圈
P'

第一六圖

春分點向東所量之角距,惟黃經只能以度、分、秒爲量計之尺度.

§15. 測者本處之標線　測者本處在地球上之位置,以其地球經緯度定之.地球緯度(Terrestrial latitude)爲測者本處在地球面上距赤道之角度,在赤道北曰北緯,在赤道南曰南緯,在天文學言之,卽測者天頂之赤緯也.如第一七圖,O爲測者,EQ爲地球赤道,則EO爲地球上測者本處之緯度,Z爲測者本處之天頂,$E'Q'$爲天球赤道,故$E'Z$爲天球上之緯度而正與地球上之EO同度,並正爲測者天頂之赤緯.測者緯度之餘角,名曰天頂距極度(Co-latitude).測者本處之地球經度爲基本子午圈(格林維基子午圈)與測者本處子午圈交赤道二點間之弧距.其在天球上之經度爲兩時圈交赤道二點間之弧距,而此兩時圈之平面須卽是地球上該兩子午圈之平面.



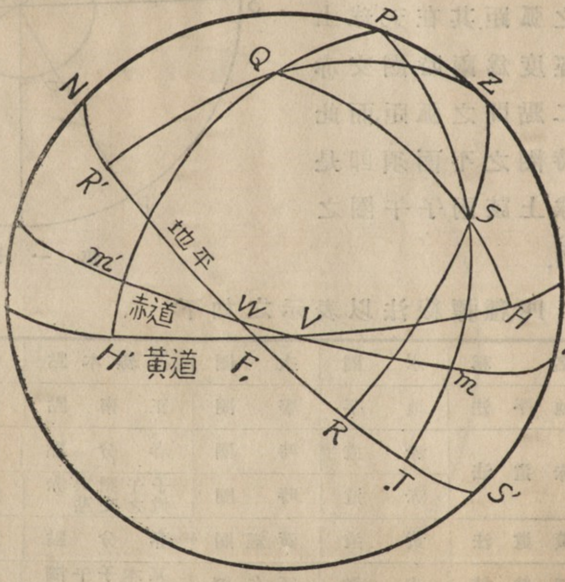
第一七圖

四種標線法以表示之如下:

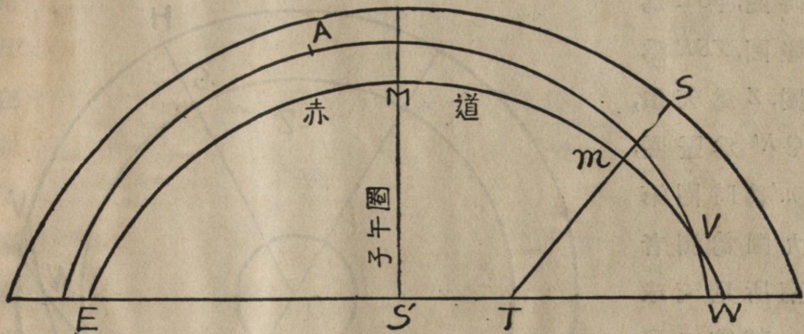
名稱	本圈	次圈	標線本點	第一標線	第二標線
地平法	地平	豎圈	正南點	地平緯	地平經
赤道法	赤道	時圈	春分點	赤緯	赤經
	赤道	時圈	子午圈與赤道之交點	赤緯	時角
黃道法	黃道	黃經圈	春分點	黃緯	黃經
經緯法	赤道	子午圈	基本子午圈交赤道之點	緯度	經度

曆家恆以本國都城之觀象臺爲基本子午圈,或曰原點子午圈(Primary meridian),如中國昔以北京子午圈爲原點,今則公認英國格林維基(Greenwich)爲原點矣.

§16. **各種標線法之關係**　研究天球上諸基本圈點,最好視天球爲內外兩球殼所組成.外球面帶有黃道、赤道、春分點、天球極、時圈、恆星、日、月及行星等,內球面上帶有天頂、地平、豎圈、地球極、赤道、時圈及子午圈等.蓋外球象天內球象地也.地球每日自轉,故使內球運轉而外球靜止.如以視行論,則令外球每日旋轉一周,而內球靜止.細心視察二球之動靜,則顯見第一種赤道法及黃道法之標線恆不變,而地平法之標線則不斷的變易.又見第一種赤道及黃道法之標線與測者所在無關,而地平法之標線完全依照測者所在而隨之變易.其第二種赤道法之赤緯線不隨測者所在變易,而其時角線則隨之而易.此即因測者之子午圈及地平圈隨測者所在而易,而黃赤道及春分點則天下皆同也.故作星錄者皆採用赤經緯、黃經緯以定星之位置.但用器測天以量地平經緯爲簡易,赤經緯次之,故必爲之設法布算用以互



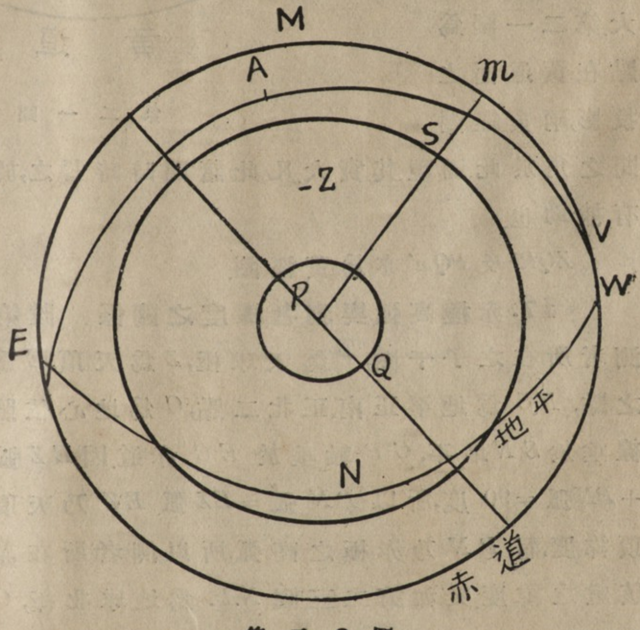
第一八圖



第一九圖

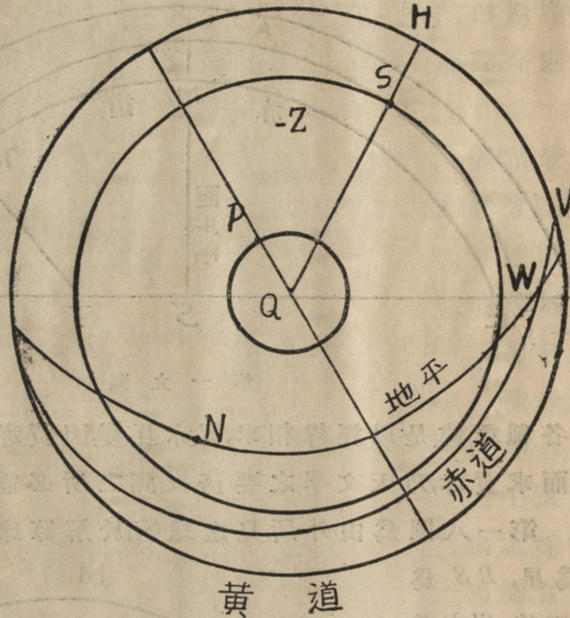
推各種經緯.是以經緯相求,黃赤互變,因黃赤而求地平,或因地平而求黃赤,乃天文學之要務推測之所必需也.

第一八圖爲由外所見之球體,於解算球三角題最爲適用S爲星, RS 爲地平緯, $S'R$ 爲地平經, Mm 爲時角, Vm 爲赤經, mS 爲赤緯, VH 爲黃經, HS 爲黃緯, $PZMS'$ 爲子午圈, P 爲赤極, Q 爲黃極, N 爲北, S' 爲南, W 爲西, NWS' 爲地平, $WVmM$ 爲赤道, VHF 爲黃道, PSm



第二〇圖

爲時圈，QSH 爲黃經圈，ZSR 爲豎圈，Z 爲天頂，ZQR' 爲豎圈，PQm' 爲時圈.第一九圖爲測者向南所見天球之一部.第二〇圖爲諸點在赤道面上之投影，兩時圈間之角於此圖現其實大.第二一圖爲點在黃道面之投影，兩黃經圈間之角於此圖現其實大.凡此諸圖時時習之，於天球之認識甚有補助也.

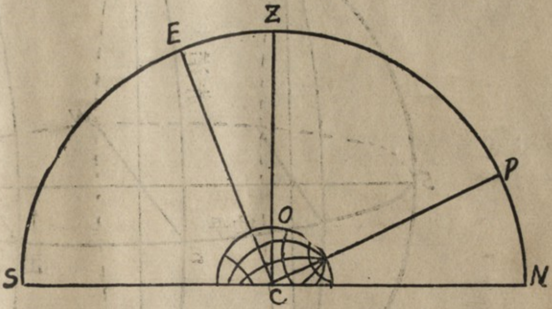


第二一圖

ZQR' 及 PQm' 亦爲黃經圈.

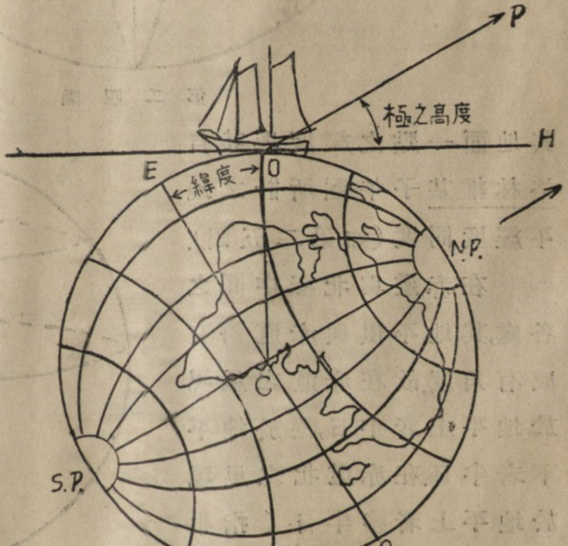
§17. **赤極高弧與測者緯度之關係**　設第二二圖 SZN 爲測者所在之子午圈，P 爲天球極，Z 爲天頂，E 爲赤道交子午圈之點，N、S 爲地平正南、正北二點，C 爲地心.依照定義，則 CZ 豎線垂於 SN 地平，CP 軸垂於 EC 赤道.因 EZ 弧 $+ZP$ 弧 $=ZP$ 弧 $+PN$ 弧 $=90$ 度，所以 PN 弧 $=EZ$ 弧.EZ 乃天頂之赤緯，亦即天頂緯度，而 PN 乃赤極之高弧，所以測者所在赤極之高弧，等於該處之緯度.又如第二三圖 $N.P.$ 爲地球北極，OH 爲地平面，測者在 O 點，EQ 爲赤道，OP 爲平行於 C–$N.P.$ 之直線，故二線同

指天球之極點.則測者本處緯度 ECO 角等於天球極之高弧 HOP' 角,固甚易見也.正在赤道之人視北極在地平正北點,南極在地平正南點.如向北走,則北極卽隨之而升,其高弧總是等於人所到處之緯度,同時則南極隨之落入地平下.如走至北極處,則天球北極正在天頂矣.



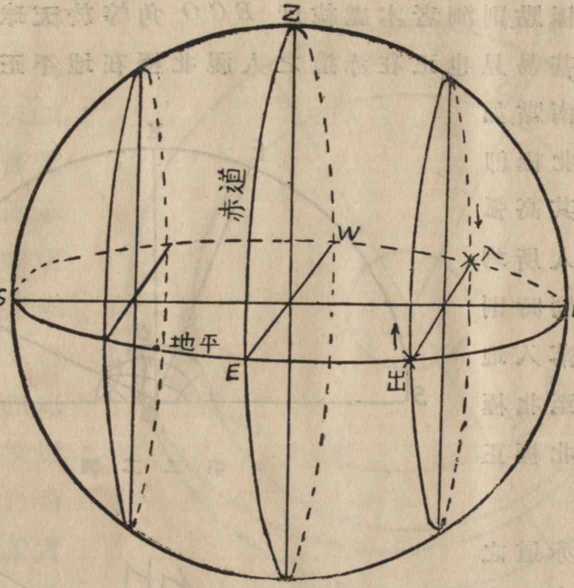
第二二圖

立在赤道之人,見諸星直升直落,而星旋轉一周在地平上者12時,在地平下者亦12時,兩半球之星每日皆得現於地平上(如第二四圖).



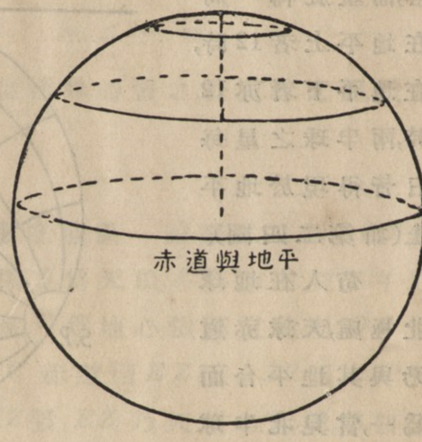
第二三圖

苟人在地球北極處,天球赤道乃與其地平合而爲一,當見北半球之星繞天所行之圈皆與地平平行,且諸星皆竟日出現,其高弧永不變,而南半球諸星則恆隱矣.在北極處無所謂北,而南則任指地平之何方矣.



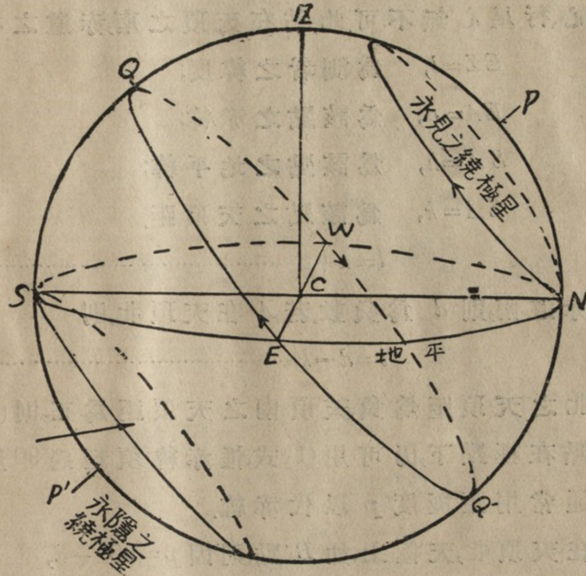
第二四圖

其地面一點之經度與其自格林維基子午圈所計之地平經度同度(如第二五圖).



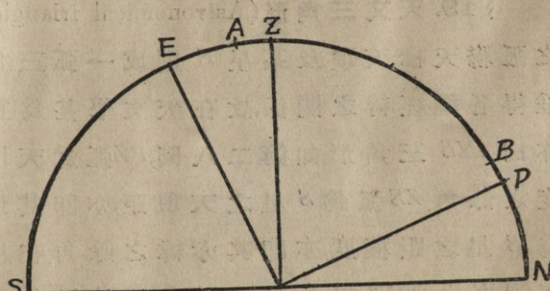
第二五圖

在赤道與北極中間之各處,其地平俱與赤道斜交成有角度.故在赤道之星現於地平上者半日,隱於地平下者半日.在赤道北之星現於地平上者多半日(指北半球人所見者),隱於地平下者少半日.而赤道南之星現於地平上者少半日.若星之距北極之角度小於所在處之緯度,則該星每日所行之全圈俱在地平上,故該星終日現於地平



第二六圖

上也.如此之星名曰繞極星 (Circumpolar stars). 南極之繞極星其南距極度小於人在處之緯度,故永不爲該人所見也.若人在北極圈內 (Arctic circle,北緯66度33分處爲北極圈),則在夏至日,太陽爲繞極星,當正午時太陽之高弧爲最大,當夜半時,其高弧爲最小,然仍在地平上,故有夜半太陽之稱.



第二七圖

§18. 測者本處緯度與其子午圈上某點之高弧及赤緯之關係　如第二七圖,A 爲測者本處子午圈之一點,或爲某星,或

爲日心、月心、行星心無不可.此點在天頂之南,赤道之北,故

$EZ=l$,　爲測者之緯度;

$EA=d$,　爲該點之赤緯;

$SA=h$,　爲該點之地平緯;

$ZA=k$,　爲該點之天頂距.

由圖可見　$l=k+d$ ……(1)

若 A 點在赤道南,則 d 爲負數.若 A 在天頂北,則

$l=d-k$ ……(2)

若以天頂北之天頂距爲負,天頂南之天頂距爲正,則(1)式均括之矣.若 A 點在極點下,仍可用(1)式,惟赤緯須超過90度計之耳.然在此例,通常用距極度 p 以代赤緯.

若點在天頂北,天極上,如 B 點,則因 $p=90°-d$,

故　$l=h-p$ ……(3)

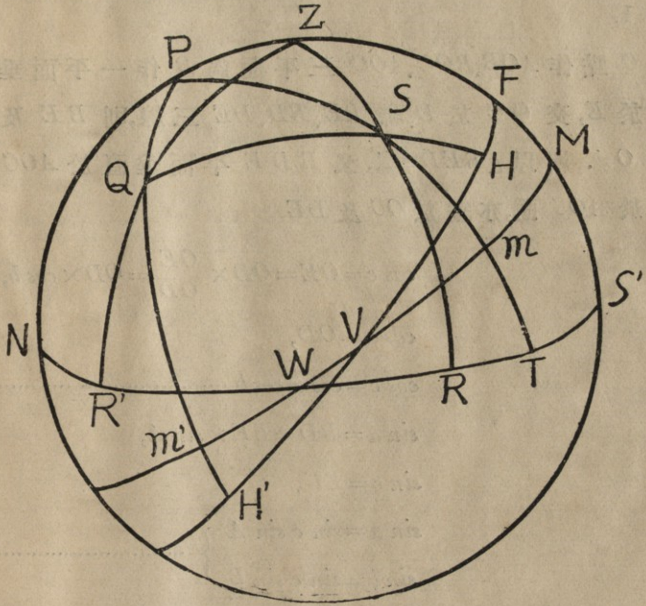
若 B 點在天極下,則

$l=h+p$ ……(4)

§19. 天文三角形(Astronomical triangle)　在天球上以大圈之弧聯天極,天頂及某星 S 則成一弧三角形,由此三角形可以推得各種經緯之關係,故在天文學甚爲重要,名曰天文三角形,亦曰 PZS 三角形.如第二八圖,PZ 弧爲天頂距極度,亦卽測者緯度之餘角.ZS 弧爲 S 星之天頂距,亦卽其地平緯之餘角.PS 弧爲 S 星之距極度,亦卽其赤緯之餘角.在極點 P 處之角若 S 星在測者之西,則爲 S 星之時角,若 S 星在子午圈之東,則爲 360 度減去時角之度數.若 S 星在子午圈之西則 Z 角爲 S 星自正北點計起之地平經度,若在東,則爲 360 度減去地平經之度數.其在 S 點之角名曰視差角(Parallactic angle).

在天球上以大圈之弧聯黃極,赤極及某星 S 則有 QPS 弧

三角形,可以互推黃赤經緯.

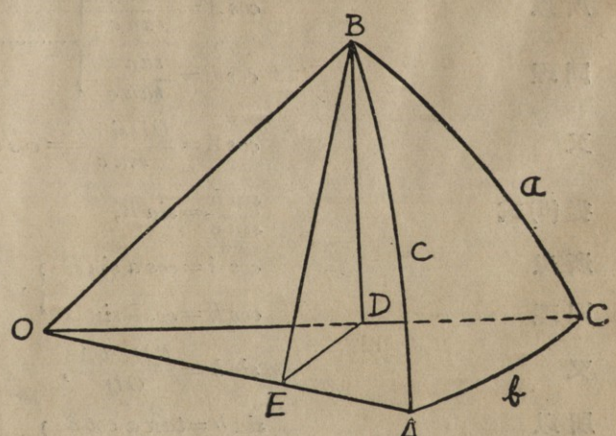


第二八圖

§20. 弧三角公式　上節所述之天文三角形,苟已知其三項,則他三項卽可以弧三角公式算求之.茲略述弧三角之公式於下:

(一)　正角弧三角形

設 ABC 爲一正角弧三角形,A、B、C 爲其三角,a、b、c 爲其



第二九圖

所對之三邊.令 C 爲直角,其他皆令小於90度,O 爲球之心,其半徑等於 1.

過 O 點作 AOB、BOC、AOC 三平面.過 B 作一平面垂於 OA,交 OA 於 E,交 OC 於 D.聯 BE、BD、DE 三線,則 BE 及 DE 均垂直於 OA. 所以 $\angle BED=A$. 又 BDE 平面垂直於 AOC 面,所以 BD 垂於 AOC 面,亦垂於 OC 及 DE.

因
$$\cos c=OE=OD\times\frac{OE}{OD}=OD\times\cos b,$$
及
$$\cos a=OD,$$
所以
$$\cos c=\cos a\cos b \qquad (5)$$
因
$$\sin a=BD=BE\times\sin A,$$
及
$$\sin c=BE,$$
所以

同理
$$\left.\begin{aligned}\sin a&=\sin c\sin A\\ \sin b&=\sin c\sin B\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$
又
$$\cos A=\frac{DE}{BE}=\frac{OE\tan b}{OE\tan c},$$
所以

同理
$$\left.\begin{aligned}\cos A&=\frac{\tan b}{\tan c}\\ \cos B&=\frac{\tan a}{\tan c}\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$
又
$$\cos A=\frac{OD\sin a}{\sin c}=\cos a\frac{\sin b}{\sin c},$$
從(6)式
$$\frac{\sin b}{\sin c}=\sin B,$$
所以

同理
$$\left.\begin{aligned}\cos A&=\cos a\sin B\\ \cos B&=\cos b\sin B\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$
又
$$\sin b=\frac{BD\cot A}{OD},$$
所以

同理
$$\left.\begin{aligned}\sin b&=\tan a\cot A\\ \sin a&=\tan b\cot B\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

利用(8)式求得 $\cos a$ 及 $\cos b$ 之等值,代入(5)式,則有

$$\cot c = \cot A \cot B \qquad (10)$$

求(7)、(8)、(9)式之第二公式,須由 A 點作一平面垂直於 OB. 其理與過 B 點作一平面垂直於 OA,因以求得(7)、(8)、(9)之第一公式完全相同.

此六項公式足以解算正弧三角形矣.其各邊及各角除一直角外,雖大於90度,據理推之,得式與此同,故此六式實通用之式也.

(二)　斜弧三角形

設 ABC 為一斜弧三角形,從 C 引一大圈之弧垂直於 AB,交 AB 於 D 點.令 $CD=p$, $AD=n$, $BD=m$ 及 $\angle ACD=x$, $\angle BCD=y$,則 BDC 及 ADC 為正弧三角形矣.於是由(6)式,則有

$$\sin p = \sin a \sin B,$$

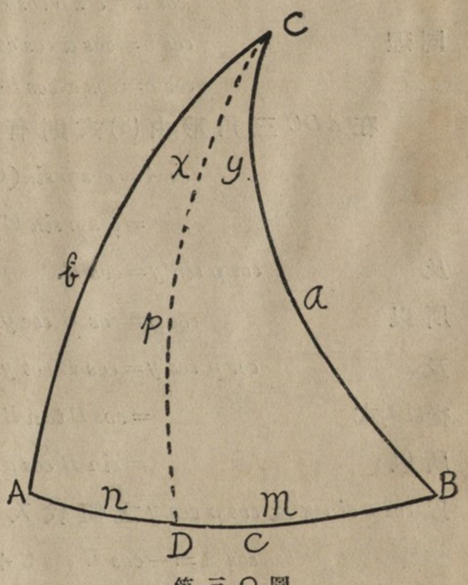
$$\sin p = \sin b \sin A;$$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{所以} & \sin a \sin B = \sin b \sin A \\ \text{同理} & \sin a \sin C = \sin c \sin A \\ & \sin b \sin C = \sin c \sin B\end{array}\right\}(11)$$

此式亦可書為比例式,

$$\sin a : \sin b : \sin c = \sin A : \sin B : \sin C.$$

本圖 D 點落在三角形內,若落在外,例如在 CB 外,則須用 $\sin(180^\circ - B)$ 以代 $\sin B$. 然 $\sin(180^\circ - B) = \sin B$, 故(11)式乃通用之式也.



第三〇圖

在 BDC 三角形,由(5)式則有

$$\begin{aligned}\cos a &= \cos p\cos m\\ &= \cos p\cos(c-n)\\ &= \cos p(\cos c\cos n-\sin c\sin n)\\ &= \cos p\cos c\cos n-\cos p\sin c\sin n.\end{aligned}$$

在 ADC 三角形,由(5)式則有

$$\cos p\cos n=\cos b.$$

故 $$\cos p=\cos b\sec n=\cos b\frac{\tan n}{\sin n},$$

而 $$\cos p\sin n=\cos b\tan n.$$

由(7)式 $$\tan n=\cos A\tan b,$$

是以 $$\begin{aligned}\cos p\sin n &= \cos b\cos A\tan b\\ &= \sin b\cos A.\end{aligned}$$

以 $\cos p\cos n$ 及 $\cos p\sin n$ 之等值代入 $\cos a$ 之等值內,則得

同理 $$\left.\begin{aligned}\cos a&=\cos b\cos c+\sin b\sin c\cos A\\ \cos b&=\cos a\cos c+\sin a\sin c\cos B\\ \cos c&=\cos a\cos b+\sin a\sin b\cos C\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

在 ADC 三角形,由(8)式則有

$$\begin{aligned}\cos A&=\cos p\sin(C-y)\\ &=\cos p\sin C\cos y-\cos p\cos C\sin y,\end{aligned}$$

及 $$\cos p\sin y=\cos B.$$

所以 $$\cos p=\cos B\csc y,$$

及 $$\cos p\cos y=\cos B\cot y.$$

從(10)式 $$=\cos B\tan B\cos a,$$

所以 $$=\sin B\cos a.$$

以 $\cos p\sin y$ 及 $\cos p\cos y$ 之值代入 $\cos A$ 之值內,則有

$$\left.\begin{aligned}\cos A&=-\cos B\cos C+\sin B\sin C\cos a\\ \cos B&=-\cos A\cos C+\sin A\sin C\cos b\\ \cos C&=-\cos A\cos B+\sin A\sin B\cos c\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

(12)及(13)兩式亦爲通用之公式,蓋 CD 落在三角形外亦得同樣之結果也.

(三) 半角半邊之公式

由(12)式則有

$$\cos A=\frac{\cos a-\cos b\cos c}{\sin b\sin c}.$$

兩邊各由 1 減之,

$$1-\cos A=\frac{(\sin b\sin c+\cos b\cos c)-\cos a}{\sin b\sin c}$$

所以
$$=\frac{\cos(b-c)-\cos a}{\sin b\sin c}.$$

因 $\cos(b-c)-\cos a=-2\sin\frac{1}{2}(b-c+a)\sin\frac{1}{2}(b-c-a)$,

所以
$$1-\cos A=\frac{-2\sin\frac{1}{2}(b-c+a)\sin\frac{1}{2}(b-c-a)}{\sin b\sin c}.$$

又
$$1+\cos A=\frac{\sin b\sin c-\cos b\cos c+\cos a}{\sin b\sin c}.$$

因
$$\cos(b+c)=\cos b\cos c-\sin b\sin c,$$

所以
$$1+\cos A=\frac{\cos a-\cos(b+c)}{\sin b\sin c}$$

$$=\frac{-2\sin\frac{1}{2}(a+b+c)\sin\frac{1}{2}(a-b-c)}{\sin b\sin c}.$$

因
$$\sin^2\frac{A}{2}=\frac{1-\cos A}{2},$$

所以
$$\sin^2\frac{A}{2}=\frac{\sin\frac{1}{2}(a+b-c)\sin\frac{1}{2}(a-b+c)}{\sin b\sin c}.$$

因
$$\cos^2\frac{A}{2}=\frac{1+\cos A}{2},$$

所以 $$\cos^2\frac{A}{2}=\frac{\sin\frac{1}{2}(a+b+c)\sin\frac{1}{2}(b+c-a)}{\sin b\sin c}.$$

設令 $$s=\frac{1}{2}(a+b+c),$$

則 $$s-a=\frac{1}{2}(c+b-a),$$

$$s-b=\frac{1}{2}(a-b+c),$$

$$s-c=\frac{1}{2}(a+b-c).$$

以之代入式內,則得

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{A}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin b\sin c}}\\ \cos\frac{A}{2}&=\sqrt{\frac{\sin s\sin(s-a)}{\sin b\sin c}}\\ \tan\frac{A}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin s\sin(s-a)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(14a)$$

同理 $$\left.\begin{aligned}\sin\frac{B}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-c)}{\sin a\sin c}}\\ \cos\frac{B}{2}&=\sqrt{\frac{\sin s\sin(s-b)}{\sin a\sin c}}\\ \tan\frac{B}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-c)}{\sin s\sin(s-b)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(14b)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{C}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-b)}{\sin a\sin b}}\\ \cos\frac{C}{2}&=\sqrt{\frac{\sin s\sin(s-c)}{\sin a\sin b}}\\ \tan\frac{C}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-b)}{\sin s\sin(s-c)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(14c)$$

又從(13)式則有

$$\cos a=\frac{\cos B\cos C+\cos A}{\sin B\sin C},$$

$$1-\cos a=\frac{\sin B\sin C-\cos B\cos C-\cos A}{\sin B\sin C}$$

$$=\frac{-\cos(B+C)-\cos A}{\sin B\sin C}$$

$$=\frac{-2\cos\frac{1}{2}(B+C+A)\cos\frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B\sin C}.$$

又 $$1+\cos a=\frac{\sin B\sin C+\cos B\cos C+\cos A}{\sin B\sin C}.$$

因 $$\cos(B+C)=\sin B\sin C+\cos B\cos C,$$

所以 $$1+\cos a=\frac{\cos(B-C)+\cos A}{\sin B\sin C}$$

$$=\frac{2\cos\frac{1}{2}(B-C+A)\cos\frac{1}{2}(B-C-A)}{\sin B\sin C}.$$

因 $$\sin^2\frac{a}{2}=\frac{1-\cos a}{2},$$

所以 $$\sin^2\frac{a}{2}=\frac{-\cos\frac{1}{2}(B+C+A)\cos\frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B\sin C}.$$

因 $$\cos^2\frac{a}{2}=\frac{1+\cos a}{2},$$

所以 $$\cos^2\frac{a}{2}=\frac{\cos\frac{1}{2}(B-C+A)\cos\frac{1}{2}(B-C-A)}{\sin B\sin C}.$$

設令 $$S=\frac{1}{2}(A+B+C),$$

則 $$S-A=\frac{1}{2}(C+B-A),$$

$$S-B=\frac{1}{2}(A-B+C),$$

$$S-C=\frac{1}{2}(A+B-C).$$

以之代入式內,則得

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{a}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-A)}{\sin B\sin C}}\\ \cos\frac{a}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S-B)\cos(S-C)}{\sin B\sin C}}\\ \tan\frac{a}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-A)}{\cos(S-B)\cos(S-C)}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(15a)$$

同理

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{b}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-B)}{\sin A\sin C}}\\ \cos\frac{b}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S-A)\cos(S-C)}{\sin A\sin C}}\\ \tan\frac{b}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-B)}{\cos(S-A)\cos(S-C)}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(15b)$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{c}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-C)}{\sin A\sin B}}\\ \cos\frac{c}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S-A)\cos(S-B)}{\sin A\sin B}}\\ \tan\frac{c}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-C)}{\cos(S-A)\cos(S-B)}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(15c)$$

告司(Gauss)利用三角公式推得下四式,名曰告司方程式(Gauss's equation).

$$\left.\begin{aligned} \cos\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}c&=\cos\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}C\\ \sin\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}c&=\cos\frac{1}{2}(a-b)\cos\frac{1}{2}C\\ \cos\frac{1}{2}(A-B)\sin\frac{1}{2}c&=\sin\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}C\\ \sin\frac{1}{2}(A-B)\sin\frac{1}{2}c&=\sin\frac{1}{2}(a-b)\cos\frac{1}{2}C \end{aligned}\right\}$$

那畢亞(Napier)以告司方程式之第一除第二,第三除第四,第一除第三,第二除第四,得下四式,名曰那畢亞同類式(Napier's analogies).

$$\left.\begin{aligned}
\tan\frac{1}{2}(A+B)&=\frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}\cot\frac{1}{2}C\\
\tan\frac{1}{2}(A-B)&=\frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}\cot\frac{1}{2}C\\
\tan\frac{1}{2}(a+b)&=\frac{\cos\frac{1}{2}(A-B)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\tan\frac{1}{2}c\\
\tan\frac{1}{2}(a-b)&=\frac{\sin\frac{1}{2}(A-B)}{\sin\frac{1}{2}(A+B)}\tan\frac{1}{2}c
\end{aligned}\right\}$$

§21. 弧三角公式之應用　在第二八圖設

$MZ=l$, 爲測者之緯度.

$RS=h$, 爲星之高弧.

$\angle PZS=Z$, 爲之地平經度.

$SZ=k$, 爲星之天頂距$=90°-h$.

$\angle ZPS=t$, 爲星之時角.

$mS=d$, 爲星之赤緯.

$Vm=r$, 爲星之赤經.

$PS=p$, 爲星之距極度$=90°-d$.

$SH=u$, 爲星之黃緯.

$VH=v$, 爲星之黃經.

$PZ=f$, 爲測者緯度之餘角$=90°-l$.

$$S_1=\frac{1}{2}(t+Z+S).$$

$$S_2=\frac{1}{2}(k+p+f)$$

$$=\frac{1}{2}(90^\circ-h+p+90^\circ-l)$$
$$=90^\circ-\frac{1}{2}(h-p+l)$$
$$=90^\circ-\{\frac{1}{2}(h+p+l)-p\}.$$

設 $$S'=\frac{1}{2}(h+p+l),$$

則 $$S_2=90^\circ-(S'-p),$$

及 $$S_2-k=S'-l.$$
$$S_2-f=S'-h.$$
$$S_2-p=90^\circ-S'.$$

若以 $A=t, B=S, C=Z, a=k=90^\circ-h, b=f=90^\circ-l, c=p=90^\circ-d$, 則(11)、(12)、(13)、(14)、(15)等式變爲下之(16)、(17)、(18)、(19)、(20)等式.

$$\left.\begin{aligned}\cos h\sin S&=\cos l\sin t\\ \cos h\sin Z&=\cos d\sin t\\ \cos l\sin Z&=\cos d\sin S\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(16)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin h&=\sin l\sin d+\cos l\cos d\cos t\\ \sin l&=\sin h\sin d+\cos h\cos d\cos S\\ \sin d&=\sin h\sin l+\cos h\cos l\cos Z\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(17)$$

$$\left.\begin{aligned}\cos t&=-\cos S\cos Z+\sin S\sin Z\sin h\\ \cos S&=-\cos t\cos Z+\sin t\sin Z\sin l\\ \cos Z&=-\cos t\cos S+\sin t\sin S\sin d\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(18)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{t}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(S'-h)\cos S'}{\cos l\sin p}}\\ \cos\frac{t}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S'-p)\sin(S'-l)}{\cos l\sin p}}\\ \tan\frac{t}{2}&=\sqrt{\frac{\cos S'\sin(S'-h)}{\cos(S'-p)\sin(S'-l)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(19a)$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{S}{2} &= \sqrt{\frac{\sin(S'-l)\cos S'}{\cos l \sin p}} \\ \cos\frac{S}{2} &= \sqrt{\frac{\cos(S'-p)\sin(S'-h)}{\cos l \sin p}} \\ \tan\frac{S}{2} &= \sqrt{\frac{\sin(S'-l)\cos S'}{\cos(S'-p)\sin(S'-h)}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(19b)$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{Z}{2} &= \sqrt{\frac{\sin(S'-l)\sin(S'-h)}{\cos h \cos l}} \\ \cos\frac{Z}{2} &= \sqrt{\frac{\cos(S'-p)\cos S'}{\cos h \cos l}} \\ \tan\frac{Z}{2} &= \sqrt{\frac{\sin(S'-l)\sin(S'-h)}{\cos(S'-p)\cos S'}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(19c)$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{k}{2} &= \sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-t)}{\sin S \sin Z}} \\ \cos\frac{k}{2} &= \sqrt{\frac{\cos(S_1-S)\cos(S_1-Z)}{\sin S \sin Z}} \\ \tan\frac{k}{2} &= \sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-t)}{\cos(S_1-S)\cos(S_1-Z)}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(20a)$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{f}{2} &= \sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-S)}{\sin t \sin Z}} \\ \cos\frac{f}{2} &= \sqrt{\frac{\cos(S_1-t)\cos(S_1-Z)}{\sin t \sin Z}} \\ \tan\frac{f}{2} &= \sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-S)}{\cos(S_1-t)\cos(S_1-Z)}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(20b)$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{p}{2} &= \sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-Z)}{\sin t \sin S}} \\ \cos\frac{p}{2} &= \sqrt{\frac{\cos(S_1-t)\cos(S_1-S)}{\sin t \sin S}} \\ \tan\frac{p}{2} &= \sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-Z)}{\cos(S_1-t)\cos(S_1-S)}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(20c)$$

解算天文三角,以上諸式足供選用.如欲求時角,則(16)式之1及2,(17)式之1,(18)之1,及(19)之1均可用.如欲求地平經 Z

（自北點起度），則用(17)之 3,(18)之 3,及(19)之 3 均可.如 Z 之度欲自南點起算,可將該式等略加變換,變成下式即可算出自南點起度之 Z 矣.

$$cot\frac{Z_s}{2}=\sqrt{\frac{sin(S'-l)sin(S'-h)}{cos\ S'\ cos(S-p)}}\cdots\cdots(21)$$

$$cosZ_s=\frac{sin\ l\ sin\ h-sin\ d}{cos\ l\ cos\ h}\cdots\cdots(22)$$

$$versZ_s=1-cos\ Z_s=\frac{cos(l+h)+sin\ d}{cos\ l\ cos\ h}\cdots\cdots(23)$$

當選用公式時,須看角度之大小,苟角太小,則用其正弦求之較用餘弦爲準確;若角近於90度,則用其餘弦爲較確矣.

地平緯度可由下式求之:

$$sin\ h=cos(l-d)-2\ cos\ l\ cos\ d\ sin^2\frac{t}{2}\cdots\cdots(24)$$

或　$$sin\ h=cos(l-d)-cos\ l\ cos\ d\ vers\ t\cdots\cdots(24a)$$

皆自(17)之 1 而來者也.

如有赤緯時角及地平緯而求地平經,則用(16)之 2 爲最便.

如星之位置近於球極而知其時角,則用下式求 Z 較便:

$$tanZ=\frac{sin\ t}{cos\ l\ tan\ d-sin\ l\ cos\ t}\cdots\cdots(25)$$

以(17)之 3 之 $cos\ Z$ 除(16)之 2 之 $sin\ Z$,再代入(17)之 1 之 $sin\ h$, 即推得此式矣.

若所測之物體正在地平上,知測者所在之緯度及物體之赤緯及時角,可用(17)之 1 及 3 而令 $h=0$, 使之變爲

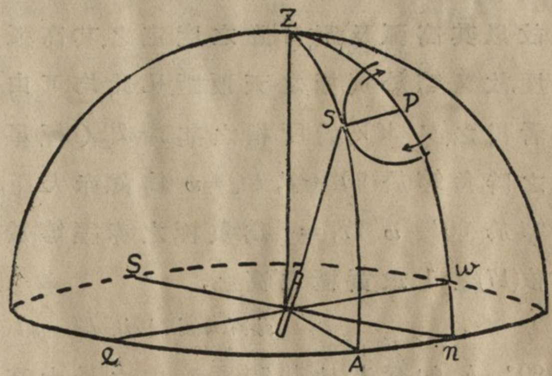
$$cos\ t=-tan\ d\ tan\ l\cdots\cdots(26)$$

及　$$cos\ Z=\frac{sin\ d}{cos\ l}\cdots\cdots(27)$$

用此二式推算日出日入之時及日在該時之位置,最爲便利.

星在天頂北,當其去極之偏角爲最大時(Greatest elongation),

天球上所成之 PZS 三角形爲一特例,蓋彼時該星自北點起之地平經爲最大,其日周圈(Diurnal circle)正切於經過該星之豎圈,故三角形之 S 角爲直角.於此特例時,求時角及地平經所用之公式爲



第三一圖

$$\cos t = \tan l \cot d \quad\cdots\cdots(28)$$

及
$$\sin Z = \frac{\sin p}{\cos l} \quad\cdots\cdots(29)$$

既得赤經緯,即可推求黃經緯.如第二八圖弧三角形 VSm 爲正弧三角形,其直角在 m 點處, VS 爲聯 V 及 S 二點之大圈之弧, $Vm=r, mS=d$, 故可用正弧三角形之公式求 VS 及 mVS 角.設令 $VS=K$ 及 mVS 角 $=L$,則依那畢亞法或正弧三角公式有

$$\cos K = \cos r \cos d \quad\cdots\cdots(30)$$

及
$$\sin L = \frac{\sin d}{\sin K} \quad\cdots\cdots(31)$$

求得 K 及 L 後,再於正弧三角形 VHS（其直角在 H 處）依下式求黃經緯 u 及 v.

$$\tan v = \cos(L-w) \tan K \quad\cdots\cdots(32)$$

及
$$\sin u = \sin K \sin(L-w) \quad\cdots\cdots(33)$$

w 乃黃赤斜角(23°27′),亦曰黃赤大距.

求某地某時黃道交地平之二點,及黃道中具最大高弧之一點 A,並此點距春分點之度(即天頂點之黃經度),當準 PQZ 弧三角形推之.其交地平之二點,以二點之地平經度定之.其最

大高弧之一點,卽自黃極過天頂作一大圈而交於黃道之一點,故以其高弧及距分點之度定之.其高弧又等於黃極高弧之餘度,故又等於黃極之天頂距.凡此均可由第一八、一九、二〇、三圖看出之.又 MV 爲所指之某時 T (恆星時),ZPQ 角$=t$ 爲黃極之時角等於 $90°+T$, $PQ=w$ 爲黃赤大距, $m'Q=d$ 爲黃極之赤緯等於 $90°-w$, $Vm'=r$ 爲黃極之赤經等於 $270°$,此皆已知之數,故依(17)之 1 求黃極之高弧,

$$\sin h=\sin l\sin d+\cos l\cos d\cos t.$$

$90°-h$ 卽爲某地某時黃道中之最大高弧.F_1 及 F_2 爲黃道交地平之二點,$R'F_1$ 及 $R'F_2$ 皆等於90度,依(22)式求 PZQ 角(Z),

$$\cos Z=\frac{\sin d-\sin l\sin h}{\cos l\cos h}.$$

所得乃自北點計算之度也.是爲黃極在某地某時之地平經度.$Z\pm90°$ 乃 F_1 及 F_2 之地平經度.又依(16)之 3 求得 PQZ 角(Q),

$$\sin Q=\frac{\cos l\sin Z}{\cos d}.$$

$90°-Q$ 卽黃道在某地某時具最大高弧之點之距分度也.

設欲求 S 星之黃赤二經交角,則於 PSQ 弧三角形(見第二八圖),有 SPQ 角爲星之赤經圈及二至經圈之交角等於 $90°+r$,有 PQS 角等於 $90°-v$,有 PSQ 爲所求之角.令其爲 S,若星之 r 及 d 爲已知,則依(11)式之 1 及 2 求得

$$\sin S=\frac{\sin w\sin(90°+r)}{\sin(90°-u)}=\frac{\sin w\cos r}{\cos u}.$$

及 $$\sin(90°-v)=\cos v=\frac{\sin p\sin(90°+r)}{\sin(90°-u)}=\frac{\cos d\cos r}{\cos u}.$$

依(12)之 2 求得

$$\cos(90°-u)=\cos p\cos w+\sin p\sin w\cos(90°+r).$$

故 $$\sin u=\sin d\cos w-\cos d\sin w\sin r\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

用此式由星之赤經緯推星之黃緯代入上二式內,卽得星之二經交角及黃經.若黃經緯爲已知,則依(11)之 3 及 2 有

$$\sin S=\frac{\sin(90^\circ-v)\sin w}{\sin p}=\frac{\cos v\sin w}{\cos d},$$

及
$$\cos r=\frac{\cos v\cos u}{\cos d}.$$

先依(12)之 2 求得

$$\cos p=\cos w\cos(90^\circ-u)+\sin w\sin(90^\circ-u)\cos(90^\circ-v),$$

故
$$\sin d=\cos w\sin u+\sin w\cos u\sin v \cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

用此式由黃經緯求得赤緯代入上二式內,卽得星之二經交角及赤經矣.

(19a) 之 1 可書爲

$$\sin^2\frac{t}{2}=\frac{\sin(S'-h)\cos S'}{\cos l\sin p}.$$

因
$$\sin^2\frac{t}{2}=\frac{1-\cos t}{2}=\frac{\text{vers}\,t}{2},$$

故可以 $hav.t$ 代 $\sin^2\frac{t}{2}$ 而有

$$hav.t=\frac{\sin(S'-h)\cos S'}{\cos l\sin p}\cdots\cdots\cdots\cdots(36)$$

$hav.$ 者乃半正矢 (Half versed sine) 之記號也.此式爲航海學由物體之測得高弧推算時角所常用之公式.

推算地面上二點間之大圈距離,可用下式:

$$hav\,(\text{距離})=hav.(l_A\sim l_B)+\cos l_A\cos l_B\,hav\,\Delta\lambda.$$

l_A 及 l_B 乃地面二點之緯度,$\Delta\lambda$ 乃二點之經度較數,二點若同在南北半球,則用二緯度之較數;若分在南北半球,則用其和數,故式內以 $l_A\sim l_B$ 表之.此式係用(12)之 1 代入 $b=90^\circ-l_A$, $c=90^\circ-l_B$, $A=\Delta\lambda$,而推得者,其推法如下:

$$\cos(\text{距離})=\cos(90°-l_A)\cos(90°-l_B)+\sin(90°-l_A)\sin(90°-l_B)\cos\Delta\lambda.$$

若於右側加 $\cos l_A\cos l_B$ 復減 $\cos l_A\cos l_B$,則得

$$\cos(\text{距離})=\sin l_A\sin l_B+\cos l_A\cos l_B-\cos l_A\cos l_B+\cos l_A\cos l_B\cos\Delta\lambda$$

$$=\cos(l_A\backsim l_B)-\cos l_A\cos l_B(1-\cos\Delta\lambda)$$

$$=\cos(l_A\backsim l_B)-\cos l_A\cos l_B\,\text{vers}\,\Delta\lambda.$$

兩側各由 1 減之,

$$1-\cos(\text{距離})=1-\cos(l_A\backsim l_B)+\cos l_A\cos l_B\,\text{vers}\,\Delta\lambda,$$

即 $$\text{vers}(\text{距離})=\text{vers}(l_A\backsim l_B)+\cos l_A\cos l_B\,\text{vers}\,\Delta\lambda.$$

兩側各以 2 除之,乃得

$$hav.(\text{距離})=hav.(l_A\backsim l_B)+\cos l_A\cos l_B\,hav.\Delta\lambda\cdots\cdots(37)$$

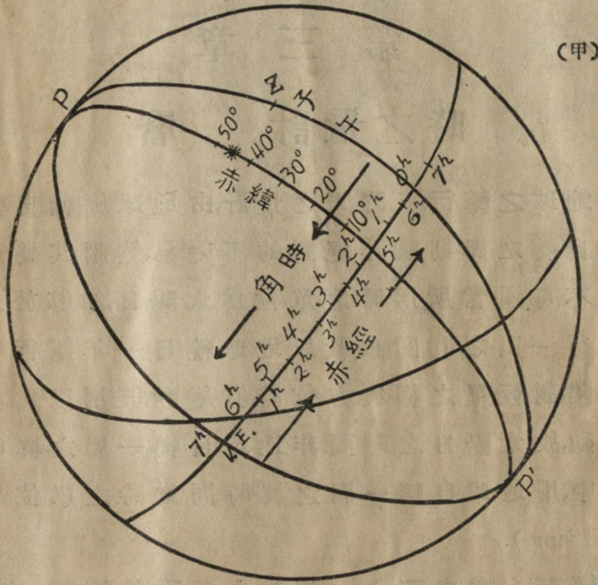
亦可利用此式推算物體之天頂距,然須改爲

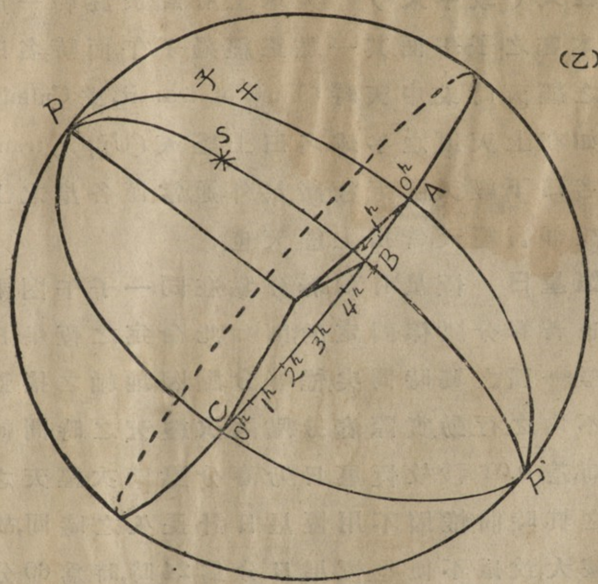
$$hav.k=hav.(l\backsim d)+\cos l\cos d\,hav.t\cdots\cdots(38)$$

鮑狄琪(Bowditch)之美國實用航海學(American Practical Navigation)有半正矢之眞數及對數表,便於解算之用.

§22. 赤經與時角之關係　欲知赤經與時角之關係,可想像外球之赤道分刻時、分、秒以記赤經,以春分點爲 0 點,向東而增.內球之赤道亦分刻時、分、秒,而 0 點則在測者子午圈上,向西而增,以計時角(第三二圖甲).當外球西轉時,其赤經時刻經過內球之子午圈,其對子午圈之數即春分點自離子午圈後所行之距離,而內球之正對春分點之時角數,恰與之相同.此時角之數,謂子午圈之赤經也可,謂爲春分點之時角也亦可.如第三二圖乙,S 星之時角爲 AB,赤經爲 CB,兩角之和爲 AC,即春分點之時角也.此層關係,無論 S 星位置如何,永不變易,故成爲下式:

春分點之時角＝星之時角＋星之赤經.


(甲)
P
Z
子
午
50°
40°
30°
20°
10°
赤
緯
0h
7h
1h
6h
2h
5h
3h
4h
時
角
4h
3h
5h
2h
赤
經
6h
1h
7h
E.
P'


(乙)
P
子
午
S
0h
A
1h
B
4h
3h
2h
1h
0h
C
P'

第三二圖

第三章

時之量計 曆

§23. 地球之轉行 時間之量計,由地球旋軸自轉之周期而定.地球自轉之周期,雖非絕對的不變易,然謂其幾幾乎均而不變未爲不可.通常所用時之單位爲太陽日,卽等於地球對太陽方向轉行一周之時間也.祇以地球繞日一年運行一周,在此一周中,太陽對恆星之相與方位,時有變動,旣用以爲標準之方向時有變動,故太陽日之時間,非地球自轉一周之眞時間也.在天文工作中,用地球自轉一周之眞時間爲時之單位,名曰恆星時(Sidereal time).

§24. 經天(或中天) 天球上各點,於旋轉一周中,兩次經過測者本處之子午面.其一點正經過子午面時,名曰該點在該子午圈之經天時或中天時(Time of transit, 或 Culmination).其過子午圈如在上天頂之半球,名曰上經天(Upper transit),其在下半球,者名曰下經天.除近極諸星外,通常僅各星之上經天爲測者所見,故每言經天,皆指上經天也.

§25. 恆星日 恆星日爲春分點在同一子午圈兩次上經天之時間也.若春分點係固定的,則如此命定之恆星日,卽地球對恆星旋轉一周之眞時間矣.惟春分點因地軸之搖動亦有向西之遲而不均之行動.實際春分點兩次經天之時間較旋轉一周之眞時間,差 0.01 秒,故恆星日乃春分點兩次經天之時間,非旋轉一周之眞時間.惟因不用恆星日計長久之時間,故其所差不能積至甚大,致感不便也.恆星日分爲24時,時爲60分,分再分爲60秒.當春分點在上經天時爲0 時,是爲恆星日之始名曰恆

星日正午.

§ **26. 恆星時**　在任何時某子午圈之恆星時,等於春分點自該子午圈上半計來之時角,故恆星時實爲量計春分點自離子午圈後地球自轉其軸所行角度之一法也,並隨時表明天球對於測者本處子午圈之位置.

§ **27.**　時以 h 記之,分以 m 記之,秒以 s 記之,均書於數字之右上角.如 5 時 8 分 12 秒,則書爲 $5^h8^m12^s$.

度以 ° 記之,分以 ′ 記之,秒以 ″ 記之,如 5 度 8 分 12 秒,則書爲 5° 8′ 12″.

§ **28. 太陽日**(Solar day)　太陽日爲太陽心在同一子午圈兩次下經天之時間.所以用下經天者,欲在夜半更換日期也.日分 24 時,時分爲 60 分,分再分 60 秒.當太陽在下經天時爲 0 時,爲太陽日之始,名曰夜半,亦曰晨前夜半.當其在上經天時爲 12 時,名曰午正.自晨前夜半至午正爲上半日,自午正至夜半爲下半日.

§ **29.**　我國有子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥十二字記時之法.一日分 12 時,時分 8 刻,刻分 15 分,分再分 60 秒.夜半爲子正初刻之始,子正三刻之末爲丑初初刻之始,如此遞推至正午爲午正初刻之始,自子正至午正爲上半日,自午正至子正爲下半日.此法之時合上法 2 時,故上法之時有小時之稱.

§ **30. 太陽時,平太陽時及視太陽時**　任何時之太陽時等於日心時角加 180 度(或 12 時),亦卽等於自下經天計來之時角.此角爲地球自夜半以來對日之方向所轉行之角,故太陽時爲量計地球自轉自夜半以來經行時間之尺度也.

地球繞日依重力定律行於橢圓軌道,一年中太陽之視行日有變異,是以四時之日長短不齊.古時用日晷量時,因庶政單

簡,其日時之長短不齊,尙未感得不便.近世全球往來,凡百事務更無不需時以齊之,而時之本身若不整齊一致其不便奚甚;故不得不捨此不齊之日時而別擬一永不變易者用作量時之單位.現所擬者爲一假太陽(名曰平太陽,Mean sun),以平均速度行於赤道.其視行繞地球一周所需之時與眞太陽同爲一年.此假太陽在赤道上所置之處,須使其於一年中全體統計之,在眞太陽前之數同於在眞太陽後之數.平太陽位置所指之時,名曰平太陽時(Mean solar time).眞太陽位置所指之時,名曰視太陽時(Apparent solar time),亦曰眞太陽時(True solar time).視太陽時可以日晷量之,或用儀器測之.若平太陽時則不能直接看出,非藉推算不可得也.平太陽時稱曰俗用時,亦曰民用時(Civil time).

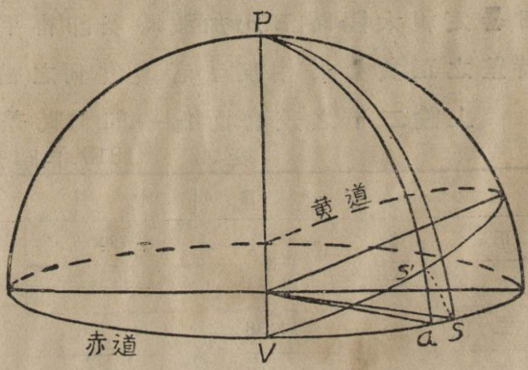
平太陽以眞太陽之平均速度行於赤道,不過大概言之耳.實則其速度亦不能一致,因春分點西退之速度非均勻一致也.任何時平太陽去春分點之角度爲眞太陽之平黃經加微小之周期性的數值.

§31. 時差(Equation of time) 在任何時,眞假太陽時之差數,等於其兩時角之差,名曰時差.眞太陽之位置,在假太陽前爲快日,日快則晷時慢於平時,故又曰慢晷.在假太陽後爲慢日,又曰快晷.日快時所差之數作爲負,其最大値爲 -14 分.日慢時所差之數作爲正,其最大値爲 $+16$ 分.每年曆書中均載有每日眞假太陽時之差數,可查得之.平時加減時差乃等於視時.

此兩種時所以有時差者有數因.其最要者有二:一爲地球循軌道轉行之速度不均,二爲眞太陽行於黃道面,假太陽行於赤道面,而黃赤二道之等長弧因黃赤斜交並不相符合.

因軌道偏心之關係,在冬季當地球在近日點時(約當12月31日),其繞日轉行之圓速度最大.是以日在黃道東行之速

度較快於平速,而其每日繞地球向西之視行因以遲慢.有此遲慢故視太陽時之正午乃致稍遲,而使太陽日長於平均數.日晷因以縮時 (Lose time). 日晷繼續縮時約三閱月,約於四月一日視太陽以平速轉行,日晷乃不縮時.過此日則太陽之速度遲於平速,直約至七月一日(地球約在遠日點)其間日晷爲贏時 (Gain time); 以補足前一月一日至四月一日所縮者.在夏秋二季日晷之贏縮正與冬春二季相反,由七月一日至十月一日日晷贏時,十月一日至一月一日日晷縮時,以棄其前所贏者.僅以此因論,兩時之差最大爲 8 分,或正或負.設眞太陽與其以平速行之假太陽(指下段之 S' 點)同時自地球在近日點時沿黃道自同點東行,則當日兩時相合,以後逐漸增進其差.當地球在近日點及遠日點之中間時,相差最大,爲 -8 分.過此則逐漸減其差,至地在遠日點兩時復合.過此又漸增其差,至二點中間爲最大,爲 $+8$ 分.至近日點則又合矣.



第三三圖

因黃道傾斜所生之差,以第三三圖解釋之.設 S' 點(亦曰第一平太陽)以眞太陽之平速沿黃道東行,此點所指之時,顯然不受軌道偏心之影響.若平太陽 S(亦曰第二平太陽)與 S' 同時自春分點 V 東行,則 VS 及 VS' 弧當然相等,因速度同也.過兩點作兩時圈,除兩點在分點至點外,該兩圈不能合一.S 及 S' 既不在同一時圈上,當然不能同時經過子午圈,其所差之時爲

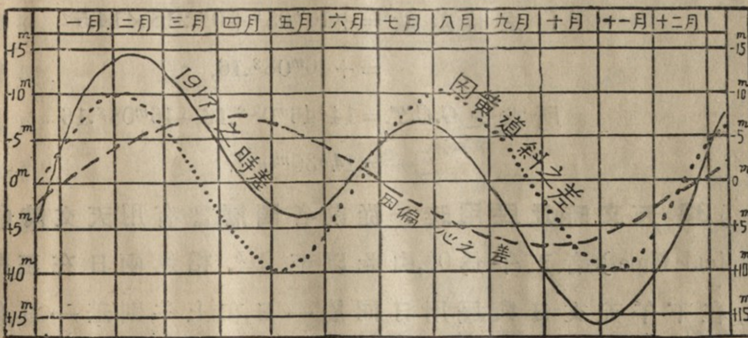
aS弧,其最長時爲10分,或正或負.本圖所示係在春分夏至間,a在S西,故其每日西行必先S而過子午圈.所以在此季S'點爲贏時,最大時約爲$+10$分.由此可見縱眞太陽在黃道東行之速度均勻一致.其東行於赤道之速度亦屢有變易也（第一平太陽與眞太陽合於卑點.第二平太陽與第一平太陽合於春分點,其周期皆同於眞太陽.第二平太陽之赤經恆等於第一平太陽之黃經,此通稱曰太陽之平黃經）.

因太陽之速度不一致及視太陽日之長短不定,鐘表皆難記其時刻.故擬此假太陽俾得利用鐘表以記其時.並用測天所得之恆星時以校正之.由此加減時差卽得視太陽時矣.在昔以日晷定視太陽時,由此加減時差卽得平時.有此入用之不同,故時差之正負今昔相反.學者讀舊刊之書,於此宜加注意.

上論二項之差合而爲一,卽爲時差,下之圖表卽其例也.

表A.　1910年時差

	一　日	十　日	二十日	三十日
正　月	-3^m26^s	-7^m27^s	-11^m02^s	-13^m22^s
二　月	−13 41	−14 24	−13 59	....
三　月	−12 38	−10 36	− 7 48	− 4 45
四　月	− 4 08	− 1 31	+ 0 58	+ 2 47
五　月	+ 2 55	+ 3 42	+ 3 42	+ 2 48
六　月	+ 2 31	+ 0 57	− 1 08	− 3 15
七　月	− 3 27	− 5 01	− 6 06	− 6 16
八　月	− 6 11	− 5 19	− 3 26	− 0 46
九　月	− 0 09	+ 2 48	+ 6 20	+ 9 46
十　月	+10 05	+12 45	+15 01	+16 13
十一月	+16 18	+16 02	+14 26	+11 28
十二月	+11 06	+ 7 23	+ 2 36	− 2 21



第三四圖

§32. 平太陽時與視太陽時之互推　平太陽時（簡稱平時）加時差（或正或負）卽變爲該時之視太陽時（簡稱視時）.各國曆書載有時差之數.該數係適當英國格林維基民用時夜半0時之時差,各日時差之代數符號亦均註明.欲求其他某時之時差,須加減自夜半至該時表列時差業已增減之數.格林維基民用時（簡稱爲G.C.T.）之時數乘以每時之變數（時差每時消長之數）卽爲其業已增減之數.

例題　求格林維基1925年十月二十八日G.C.T.（平時）14^h30^m之視時.由曆書查得該日0^h之時差爲$+16^m05^s$,每時之變數爲$+0^s.218$,故在14^h30^m之時差爲$+16^m05^s+14.5\times0^s.218=+16^m08^s.16$,而該時之視時爲$14^h30^m+16^m08^s.16=14^h46^m08^s.16$.

若變視時爲平時,須先算出所求平時之近似數,俾得推算相當之時差,蓋因表列之時差係爲平時而作,不能直卽取用也.

例題　求1925年10月28日G.A.T.（視時）$14^h46^m08^s.16$之G.C.T.（平時）.

該日G.C.T.0^h之時差$=+16^m05^s$

近似之G.C.T.$=14^h46^m08^s.16-16^m05^s$

$=14^h30^m03^s$;

故　相當之時差數 $=+16^m05^s+0^s.218\times14.5$

$=+16^m08^s.16,$

所求之 $G.C.T.=14^h46^m08^s.16-16^m08^s.16$

$=14^h30^m00^s.$

§33. 天文時及民用時　從前各國曆書有用天文時(Astronomical time)者.正午為 0^h,由此以至 24^h,相連兩日在正午交換;故在下午天文日與民用日同屬一日,在上午則差一日.例如2月3日下午 7^h 為天文日2月3日 7^h,若5月11日上午 3^h,則為天文日5月10日 15^h.

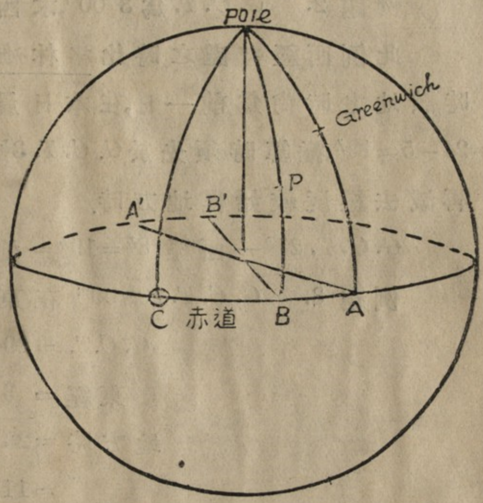
自耶紀1925年諸大國曆書皆採用民用時.自晨前夜半起計至昏後夜半,兩日乃在夜半交替,一如普通之民用時.惟繼續計至 24^h,故下午之時大於普通民用時者 12^h,是其差耳.

普通民用時皆分一日為兩半日,由兩0點以計時.夜半至正午為上午,正午至夜半為下午.故檢查曆書須知其 3^h 乃吾人民用時之上午 3^h,其 15^h 乃下午 3^h.

§34. 地球經度與時之關係　從某地子午圈下點起計之太陽時角即為該地子午圈之太陽時.其為視時或為平時則依所指之太陽而定.從格林維基子午圈下點起計之太陽時角乃格林維基之太陽時.此兩時或兩時角之差,即為該地在格林維基東或西之地球經度.此經度之單位或為度、分、秒或為時、分、秒統照時角之單位.由此類推,則同時任何兩地太陽時之差即為兩地地球經度之較.如第三五圖 $A'AC$ 為格林維基太陽時,亦為太陽自 A' 起計之時角,$B'BC$ 為 P 地太陽時亦為太陽自 B' 起計之時角,其差為 AB,乃 P 地在格林維基西之經度也.

C 點無論為眞太陽或假太陽,上述之關係不變,即使 C 為春分點亦然.若 C 為春分點,AC 即春分點之時角,乃格林維基

恆星時也. BC 乃 P 地之恆星時也. AB 爲其兩地經度之較.故地球經度較之量計不因所用時之種類而變,祇要爲同類之時而已.



第三五圖

上述之關係如下解之尤爲明顯.兩子午圈 A 及 B 之恆星時之差,乃恆星由 A 行至 B 所需之恆星時.恆星需24恆星時由 A 再行至 A,故恆星時 AB 對24恆星時之比正同於經度較之於360度之比. A 及 B 兩地太陽時之差,乃太陽由 A 行至 B 所需之太陽時,太陽需24太陽時由 A 再行至 A,故 AB 太陽時之數對24太陽時之比,正同於經度較之對360度之比.此經度較之所以不因計時之種類而有變異,只須兩地所用之時爲同類也.

格林維基時及地方時之互推,用下例以明之(須知愈東之地時愈早到,愈西之地時愈遲臨;換言之,愈東之地爲時愈晚,愈西之地爲時愈早).

例題 1. 試求西經 $4^h50^m21^s$ 子午圈處與 $G.C.T.19^h40^m18^s$ 相當之民用時.

$G.C.T.=19^h40^m18^s$

西經 $=$ 4 50 21

地方民用時 $=$14 49 57

$=$ 2 49 57 下午

例題 2. $G.C.T.$ 爲 3^h00^m,求西經 8^h 處之民用時.

此例西經 8^h 處之時比格林維基遲 8^h,故當格林維基 3^h 之時,該地之時尚爲前一日,在本日晨前半夜前 5^h,乃爲前一日之 $24-5=19^h$,推算時須先於 $G.C.T.3^h$ 上加24,作爲前一日之 27^h,再減去經度較始得地方時.

$G.C.T.27^h$— 西經 $8^h=19^h=$ 地方時 7^h 下午.

例題 3. $G.C.T.20^h00^m$ 在東經 3^h 處爲何時?

$$\begin{aligned} G.C.T. &= 20^h00^m \\ \text{東經} &= \underline{\ \ 3\ \ 00\ } \\ \text{地方時} &= 23\ \ 00 \\ &= 11\ \ 00\ \text{下午}. \end{aligned}$$

§ **35. 時角與度之互推** 圓周析爲24時,時析爲60分,分析爲60秒.圓周又析爲360度,度析爲60分,分析爲60秒,此兩項單位之關係如下:

因 $24^h=360°$,

則有 $1^h=15°$,

$1^m=15'$,

$1^s=15''$,

$4^m=1°$,

及 $4^s=1'$.

由以上之關係時與度可以互推矣.

例題 變 $47°17'35''$ 爲時分秒.

$$\begin{aligned} 47° &= 45°+2°=3^h\,08^m \\ 17' &= 15'+2'= \quad 01^m\,08^s \\ 35'' &= 30''+5''= \quad \underline{\quad 02^s.33} \\ & \qquad 3^h\,09^m\,10^s.33 \end{aligned}$$

例題　變 $6^h35^m51^s$ 為度分秒.

$$6^h = 90^\circ$$

$$35^m = 32^m + 3^m = \ 8^\circ 45'$$

$$51^s = 48^s + 3^s = \ \ 12' 45''$$

$$\overline{98^\circ 57' 45''}$$

$15^\circ = 1^h$ 之關係不因時之尺度而有變異.恆星需一恆星時行 15° 之時角,太陽需一太陽時行 15° 之時角,故 1^h 之意義僅為一角耳,非為時之絕對間距也.如指明其為何種時,始表明時之間距.

§36. 標準時　由平時之意義則知同時兩地之平時較等於兩地之經度較.自鐵路電報事業繁興以來,屢因異地異時深滋混亂.各國乃就其統域畫分若干區,各寬 15°. 在區內各地皆用某地之地方時,該地即為該區之標準地,該地之時為該區之標準時.各區皆為 15° 寬,隣區時之差異皆為 1^h.復以格林維基天文臺為原點,用經圈平分地球為24區,各區亦遞差一時,如此分畫每區中惟中線所過之地地方時與標準時相合,餘均有差.

§37.　我國幅員遼闊,西起格林維基東 72°, 東至東 135°. 所用標準時分為五區:一曰中原時區,以東經一百二十度子午圈之時刻為標準,南京、北平、江蘇、安徽、江西、浙江、福建、湖北、湖南、廣東、河北、河南、山東、山西、熱河、察哈爾、遼寧、黑龍江之龍江愛琿以西及蒙古之東部屬之.一曰隴蜀時區,以東經一百零五度子午圈之時刻為標準,陝西、四川、雲南、貴州、甘肅東部、寧夏、綏遠、蒙古中部、青海及西康東部屬之.一曰回藏時區,以東經九十度子午圈之時刻為標準,蒙古、甘肅、青海及西康等西部新疆及西藏之東部屬之.以上三者皆整時區也.一曰昆侖時區,以東經八十二度半子午圈之時刻為標準,新疆及西藏之西部屬之.一曰長

臼時區,以東經一百二十七度半子午圈之時刻爲標準,吉林及黑龍江之龍江愛琿以東屬之.以上二者皆半時區也.

例題　東經 94° 處午後4^h20^m之標準時如何?

在東 94° 處當用東經 90° 之地方時爲標準時,故其經度較 $=94-90=4°=16^m$.因標準子午圈在該地之西,所以該地之時早臨,故該地標準時爲

$$4^h20^m-16^m=4^h04^m \text{ 下午.}$$

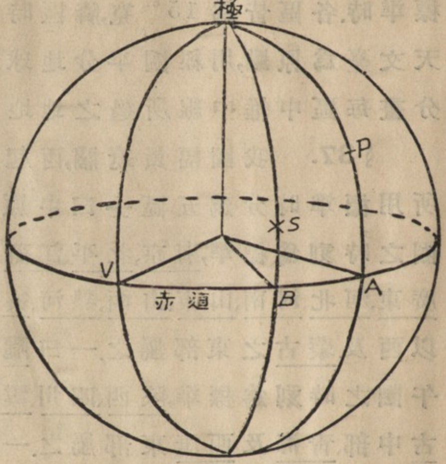
§38. 同時在任一點恆星時,赤經及時角之關係　第三六圖在 P 點子午圈處春分點之時角（即恆星時）爲 AV 弧,在該處 S 星之時角爲 AB 弧,S 之赤經爲 VB 弧.從圖可知

$$AV=VB+AB,$$

及

$$S=r+t \qquad (39)$$

式內 S 爲在 P 處之恆星時,r 爲星的赤經,t 爲星在 P 處之時角.此式可通用,惟 r 與 t 之和超過 24^h, 須加 24^h 於 S 方能合式.例如時角爲 10^h, 赤經爲 20^h, 其和爲 30^h, 而恆星時祇應爲 6^h.故如已知 S 及 r 而求 t, 有時須先加 24^h 於 S (如 $24^h+6^h=30^h$) 然後再減去 r 以得 t. 惟在此情形先由 24^h 減去 r (20^h) 再與 S (6^h) 相加亦得同數之 t (10^h). 蓋 r 由春分點 V 西數至 P 點子午圈之角爲由 24^h 減去 r $(24^h-20^h=4^h)$ 也.



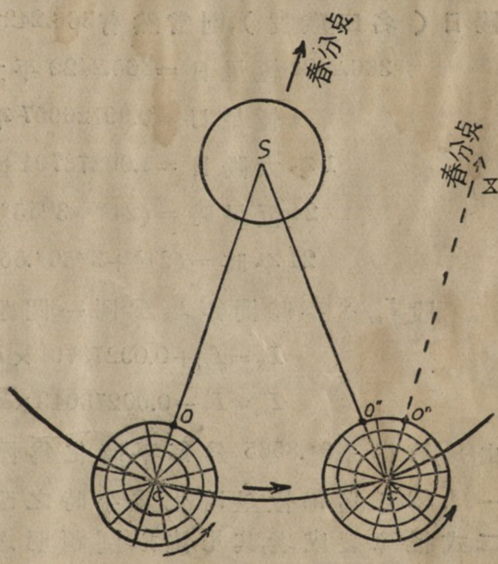
第三六圖

註　美國以西經 75 度、90 度、105 度及 120 度爲標準子午圈,而分名其時爲

東方時、中央時、山嶺時及太平洋時.其西經60度之時名曰大西洋時,加拿大東部用之.

§39.**在子午圈上之星(中星)** 星在子午圈上時,其在該子午圈之時角爲0^h,故該處之恆星時等於該星之赤經.此爲最要之一事,因藉恆星中天以定時乃一最善之法也.故測見已知赤經之星正在中天,則該時之恆星時無須推算而知矣.此正在中天之星名曰中星.曆書中多有製出中星表以備測時之用者.

§40.**平時間距及恆星間距** 因地球在軌道轉行,太陽乃在衆星中有每日約近1度之向東視行.因太陽東行,遂致太陽接連兩次經天之時之間距較春分點兩次經天之時間約大4^m,即太陽日約比恆星日大4^m也.如第三七圖C及C'爲地球在接連兩日之位置,如測者在O點,則太陽正在其午圈上,故時當正午.迨地球對照恆星轉過一周,測者乃在O'點,其恆星正與其前一日在O處時相同.但太陽之方向乃在$C'O''$,故地球須再行約$1°$,需時約4^m,太陽方能再到測者子午圈上,



第三七圖

故太陽日約長於恆星日4^m.日之種類雖不同,而皆分爲時分秒.太陽時之時分秒必皆以同樣比數大於恆星時之時分秒.若有

兩表一計太陽時,一計恆星時,同時自0^h開行,則恆星時之表立卽快於太陽時之表.所快之數與所經之時成比例,約爲每時10^s,或約每日3^m56^s.

第三七圖之C及C'二點亦可作爲春分日及在其後之任一日地球所在之位置,則CSC'角卽地球自三月二十二日(春分日)起所行之角,$SC'X$角(恆等於CSC'角)卽爲自三月二十二日後所積太陽時與恆星時之差數.此數卽等於太陽之赤經.CSC'角成爲360度時,$SC'X$角亦必成爲24時,或360度.換言之,在一年末恆星時正嬴一日之時也.

既知恆星時於一年中較太陽時快一日,則兩種時之單位卽有一定之關係.回歸年(春分點至春分點)有365.2422平太陽日(名曰歲實),則當然有366.2422恆星日,是以

366.2422恆星日=365.2422平太陽日,

1恆星日=0.99726957平太陽日……(40)

1平太陽日=1.00273791恆星日……(41)

24恆星時=$(24^h-3^m55^s.909)$平時……(42)

24平時=$(24^h+3^m56^s.555)$恆星時……(43)

設I_m爲平時間距,I_s爲同一間距內之恆星時數,則

$$I_s=I_m+0.00273791\times I_m \quad\cdots\cdots(44)$$

$$I_m=I_s-0.00273043\times I_s \quad\cdots\cdots(45)$$

由(44)算得$+9^s.8565$爲每平時化爲恆星時之改正數,由(45)算得$-9^s.8296$爲每恆星時化爲平時之改正數.表二及表三卽依此二式推算製成者,其用法以例題明之.

例題1. 設恆星時及平時鐘表同時自0^h啓行,恆星時爲$9^h23^m51^s$時,平時將爲何時?

從表二查得:

$$9^h\text{之改正數}=-1^m28^s.466$$
$$23^m\text{之改正數}=-\quad 3.768$$
$$51^s\text{之改正數}=-\quad 0.139$$
$$\text{全體改正數}=-1^m32^s.373$$

所以平時鐘表應爲$9^h23^m51^s-1^m32^s.373=9^h22^m18^s.627$.

例題 2. 7^h10^m太陽時之間距應爲若干恆星時?

從表三得7^h之改正數$=1^m08^s.995$

$$10^m\text{之改正數}=\quad 1^s.643$$
$$1^m10^s.638$$

故該間距以恆星時度之爲$7^h10^m+1^m10^s.638=7^h11^m10^s.638$.

以上兩種時之單位之互推,係就同一短時間而互變其量時之單位.換言之,卽以兩種時之單位量同一時間.正如於同一距離用兩種尺度量之,如爲若干公尺或爲若干碼,有公尺數求碼數,或化碼數爲公尺數者然.此意須認淸,否則易起錯誤.若所變之時間甚長.例如 8 月 1 日地方時上午 9 時之時在恆星時應爲何時.此是自春分日(3 月22 日)至 8 月 1 日地方時上午 9 時爲一時間,若以恆星時度之,至該時應爲何時.推算時應利用自春分日至該時其間所積兩種時單位之差數,此差數卽同於平太陽之赤經.

§41. 近似之改正數　上節所得之兩改正數均幾等於每時10秒(卽每日 4 分),故每時10秒可用爲近似之改正數.若用每時10秒而於每 6 時之時間再減去 1 秒,則更爲逼眞.是以每 6 時之改正數爲 $6\times10^s-1^s=59^s$. 如此改正所生之差錯,在平時約爲每時$0^s.023$,在恆星時約爲每時$0^s.004$.

§42. 恆星時及平時在同一時之關係　若在35節第三五圖內之 B 爲平太陽之位置,則(39)變爲

$$S = r_S + t_S, \cdots\cdots (46)$$

r_S 及 t_S 爲平太陽在該時之赤經及時角.若用 T 代民用時則

$$t_S = T + 12^h,$$

而

$$S = r_S + T + 12^h \cdots\cdots (47)$$

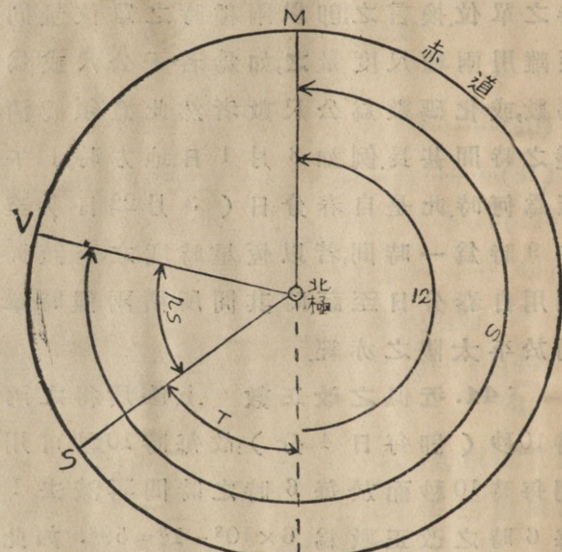
由此式若已知民用時可推得恆星時,反之亦然.

此種關係用第三八圖解釋之,尤爲明顯.春分點之恆星時（時角）爲 $MM'V$ 弧,此弧爲 $MM' = 12$ 時, $M'S = T$ 及 $VS = r_S$ 三部所成.無論在何子午圈(47)均可適用.

(47)亦可書爲

$$S - T = r_S + 12^h \cdots\cdots (48)$$

因 r_S 不隨地而生變,故與地方時無關,只依所指之絕對時頃而定.則在同一時頃恆星時與民用時之差全球皆同是乃顯明之事也.是以 S 及 T 之數値可隨子午圈之所在而變,但其 $S-T$ 之數値則在同一時頃天下咸同.



第三八圖

欲求(48)應用無誤, r_S 及 T 之値須本於同一太陽之位置,卽所謂合於同一時頃之値也.如以格林維基爲標準子午圈,則其値須合於同一格林維基

民用時之時頃.

曆書中"太陽赤經 $+12^h$"之數值係合於格林維基民用時當日晨前夜半 0^h 時之赤經.若欲改正在 0^h 時之赤經以求某時頃之赤經數值,須以民用時之時數乘赤經每時之變數再加入在 0^h 時之赤經數內.平太陽赤經每時所增之數爲每民用時增進 9.8565.此乃係一常數,卽化平時爲恆星時所用之改正數表三所備載者也.太陽時與恆星時之有差數,純因太陽赤經之增進,故此兩改正數相同,可直接由表三查取,勿庸以民用時之時數乘 9.8565 矣.其表二所備乃恆星時之赤經改正數,亦同此理.苟 r_s（在 0^h 時頃之數）不爲照數改正,則(47)卽爲不合理矣.如此之改正謂爲化平時爲恆星時（或化恆星時爲平時）,或謂爲在 T 時內太陽赤經之增進均可.

若用(47)推算格林維基子午圈之時,r_s 須爲格林維基民用時 0^h 時頃之數.若推算另一子午圈處之時,r_s 須爲該地民用時 0^h 時頃之數.此須切記者也.

平太陽赤經 $(+12^h)$ 載在曆書中以恆星時冠其行,此恆星時係指格林維基民用時 0^h 時頃之恆星時.或冠以平太陽赤經 $+12^h$. 其赤經皆係格林維基民用時 0^h 時頃之數.惟我國所刊之天文年曆係按東經 120 度子午圈處子正 (0^h) 時頃推算作表,用時須加注意.爲便利計,(47)可改爲

$$S=(r_s+12^h)+T \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (47a)$$

推算時,須加入表三之改正數,以變此時間 T 爲恆星時單位.

§ **43.**　格林維基民用時與格林維基恆星時互相推變可用 (47*a*), 因 (r_s+12^h) 之數值可由曆書檢取也.如爲別地作此類推算,則有二種進行之算法:

(一)先算出所指時之格林維基時（視該地在格林維基

之西或東以定加或減其經度）.旣得與該指時相當之格林維基時,乃再變格林維基時之單位種類,末後再加其經度變回該地之地方時.

（二）先改正表內(r_s+12^h)之數,變其爲該地民用時0^h時頃之數.改正之法,卽以經度數乘每時之改正數（表三）,加入表列之(r_s+12^h)數內.以後推算之法卽與互推格林維基兩種時之法相同矣.此兩法各以例題明之.

若在民用時與恆星時之推變由地方時過至格林維基時之時,中間日期有變,則兩法所用之(r_s+12^h)將爲數不同.蓋因所用者總須爲所指時當日晨前0^h時頃之(r_s+12^h),日期一變,(r_s+12^h)之數當然隨之而變.例如6月15日西經5^h處民用時22^h,如以第一法變爲恆星時,則在該地該時格林維基已爲6月16日民用時3^h矣.是日期已變,應用16日0^h時頃之(r_s+12^h).若以第二法推算,則用15日之(r_s+12^h),依表三之數及經度5^h改正該(r_s+12^h)數,再用(47a)推算之.

再須知者,無論吾人所用之時爲民用時或恆星時,而日期（月之第幾日）總爲平時的.如幾月幾日乃平時之幾月幾日也.

用(47a)演算時,頗易滋生困難.然苟能認淸各數實皆表明可以度分秒量計之角,則爲助非小.如將平太陽赤經$+12^h$,平太陽自下子午圈之時角(T),及平太陽從夜半起所增之赤經（表三）,均作角看,如此則春分點之時角爲三數之和,豈非顯而易見者也.

再者從春分點上經天至平太陽下經天（夜半）之恆星時間距爲r_s+12^h,故求自春分點上經天起至過夜半後某時止之恆星時間距,須於此數上再加從夜半至該時止之恆星時間距.

此恆星時間距卽等於平太陽時間距（夜半起至該時止）加表三之改正數.

例題 1. 求格林維基1925年1月7日民用時9^h之格林維基恆星時（簡書爲 $G.S.T.$）. 1925年1月7日平日之赤經爲 $7^h04^m09^s.74$, 由表三 9^h 之改正數爲 $1^m28^s.71$, 故 S 爲三數之和等於 $16^h05^m38^s.45$.

若恆星時 S 爲已知數而求民用時 T, 則(47a)變爲

$$T=S-(r_s+12^h) \cdots\cdots\cdots\cdots (47b)$$

於此不能先改正赤經,因自夜半起之間距尙爲未知數也.由 S 減去表內 (r_s+12^h) 之數,得自夜半起之恆星時數,再由所得數減去表二之改正數,卽得所求之民用時 T.

例題 2. 已知格林維基恆星時爲 $16^h05^m38^s.45$,試求其適當之民用時.

$$S=16^h05^m38^s.45$$

夜半 (r_s+12^h) $= 7\ 04\ 09.74$

恆星時間距 $= 9\ \ 1\ 28.71$

由表二查得

9^h 之改正數 $=\ 1\ 28.466$

1^m 之改正數 $=\ .164$

$28^s.71$ 改正數 $=\ .078$

全改正數 $=\ 1\ 28.708$

所以 $T=9^h1^m28^s.71-1^m28^s.708$

$=9^h00^m00^s.$

例題 3. 如所知者非格林維基之時,須照32節求得相當之 $G.C.T.$,然後再依法推算如前.例如1925年5月1日西經60°處 (4^h) 民用時爲 11^h,求該地之恆星時.

地方民用時 $=11^h00^m00^s$

西經 $=\ \ 4\ 00\ 00$

$G.C.T.=15\ 00\ 00$

查表 $r_s+12^h=14\ 33\ 36.86$

表三改正數 $=\ \ \ \ 2\ 27.85$

$G.S.T.=29\ 36\ 04.71$

減西經 $=\ \ 4\ 00\ 00$

地方恆星時 $=25\ 36\ 04.71$

$(L.S.T.)=\ 1^h36^m04^s.71.$

例題 4. 若知地方恆星時而求地方民用時,其算法如下:

地方恆星時 $=\ 1^h36^m04^s.71$

加西經 $=\ 4\ 00\ 00$

$G.S.T.=\ 5\ 36\ 04.71\ \ (+24^h)$

減夜半 $(r_s+12^h)=14\ 33\ 36.86$

恆星時間距 $=15\ 02\ 27.85$

表二改正數 $=\ \ \ 02\ 27.85$

$G.C.T.=15\ 00\ 00.$

由 $G.C.T.\ 15^h$ 再減去西經 4^h,即得地方民用時爲 11^h.

例題 5. 如先改正表內 (r_s+12^h) 之數變爲地方民用時(簡書爲 $L.C.T.$) 0^h 時頃之數,亦得同樣結果.格林維基夜半與地方夜半所差之時間等於該地經度之時數.於此例則爲 4^h(平時),由表三 4^h 之改正數爲 $+39^s.426$, 故在所指地夜半時之 (r_s+12^h) 爲 $14^h33^m36^s.86+39^s.426=14^h34^m16^s.29$(若地在東經須減去改正數).其餘算法如下:

$L.C.T.=11^h00^m00^s$

地方夜半 $r_s+12^h=14\ 34\ 16.29$

表三改正數＝　1 48.42

$L.S.T.$ ＝25 36 04.71

＝ 1 36 04.71

反之　$L.S.T.$ ＝ 1 36 04.71　$(+24^h)$

地方夜半 r_s+12^h ＝14 34 16.29

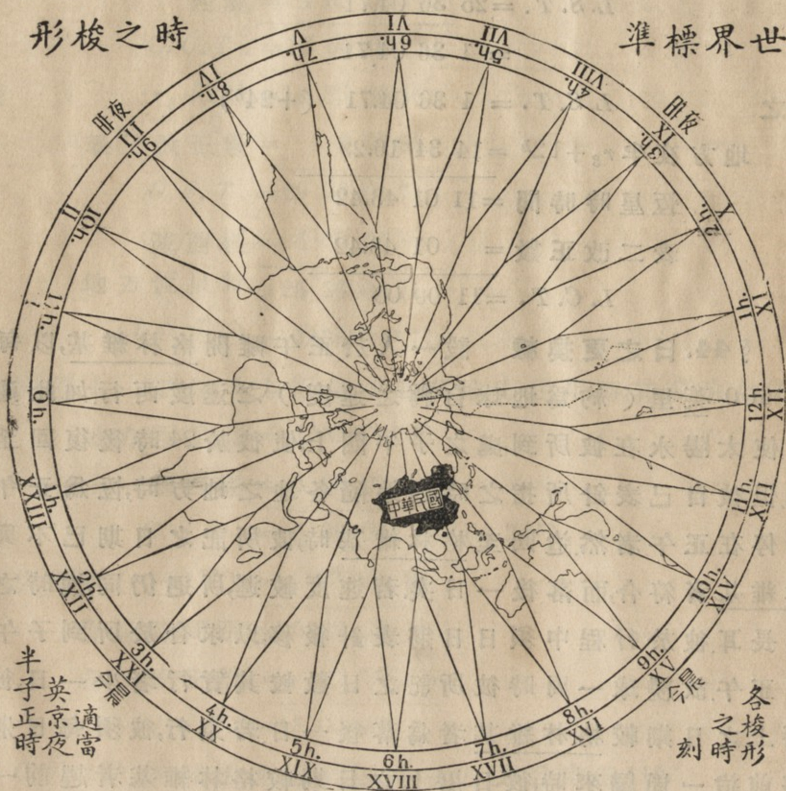
恆星時時間＝11 01 48.42

表二改正數＝　01 48.42

$L.C.T.$ ＝11 00 00

§44. 日之更換線　設一人於正午離開格林維基,以每時約 600 英里(約爲地球自轉之速度)之速度西行.如此速度足使太陽永在彼所到處之子午圈上,使彼於24時後復回至原處.但彼自己表針所指之時,因追隨各地之地方時,恆爲正午,一若停在正午者然.迨回至格林維基時,彼所記之日期已不與格林維基者符合,而落後一日矣.若速度較遲,所遇仍同,惟時之間距長耳.彼於行程中須日日將表針後移,以求合於所到子午圈之正午.故繞球一周時彼所記之日數較其實行者少一日,彼日曆上之日期較格林維基者爲落後一日.若東行,彼須每日將針移前.迨一周歸來時,彼日曆上之日期較格林維基者超前一日.爲避免此種日期之不相合,乃議定在離格林維基 180° 之子午圈處更換日期.船當西去經 180° 子午圈時,於其日曆上超前一日,即刪除一日.若東行經 180° 子午圈時,退後一日,即重複一日在實際,日之更換乃約在近 180° 子午圈之晨前夜半時行之.例如航船於 7 月16日正午自横濱啓行,約22日下午 4 時過 180° 子午圈,在該夜夜半乃更換日期,將日曆退後一日,於航程簿上接連記兩個 7 月22日,於 8 月 1 日正午到舊金山,已航行17日矣.若不於途中將日曆退後一日,則到舊金山時其航程簿上應

為 8 月 2 日,豈不較舊金山日曆趕前一日乎?



第三九圖

國際通用之日期更換線並非完全沿 180° 子午圈.蓋因欲避免分割阿流淀(Aleutian)島,及不欲於航經南太平洋數羣島時變更向所用於該島中之日期,該線乃有所偏折也.

§ **45. 年**　年有三種,自太陽躔黃道上某星之視位起迄於復歸該星所歷之期曰恆星年,太陽兩次經春分點所歷之期曰回歸年(Tropical year),地球依軌道轉行兩次經過近日點所歷之期曰近點年,亦曰卑點年(Anomalistic year).因歲差使春分點

每年西移約 50.1 秒.太陽於黃道過 50.1 秒約歷時20分23秒,是即恆星年(Sidernal year)與回歸年之差數.恆星年之歲實爲 365 日 6 時 9 分 9 秒,故回歸年之歲實爲 365 日 5 時48分46秒.四季乃依太陽與春分點相互之位置而定,故通俗所用之年爲回歸年.地球軌道之長徑每年漸向東行約 11.8 秒,約 109830 年一周,故地球自卑點起,滿一恆星周,須再行 11.8 秒方復至卑點.行 11.8 秒需時 4 分 39.7 秒,所以卑點年較恆星年爲長,其歲實爲 365 日 6 時13分 48.7 秒.

中　曆

§**46.**　古時作曆依四季寒暑定年,日月合朔定月,太陽中天定日,皆所以發政授時者也.故年爲回歸年(亦曰太陽年),月爲合朔月,日爲太陽日.分一年爲二十四節氣,爲立春節氣,雨水中氣,驚蟄節氣,春分中氣,淸明節氣,穀雨中氣,立夏節氣,小滿中氣,芒種節氣,夏至中氣,小暑節氣,大暑中氣,立秋節氣,處暑中氣,白露節氣,秋分中氣,寒露節氣,霜降中氣,立冬節氣,小雪中氣,大雪節氣,冬至中氣,小寒節氣,大寒中氣,皆所以表示氣候便於人事者也.其始推日月平行以定合朔及中氣(名曰平朔恆氣),繼改推實行以定之,是爲定朔定氣.以合朔日爲月之首日,以所取之中氣分定月之次序.凡月朔而不得中氣者是爲閏月,從其上月之次數.復立十干紀歲,十二支建月,十干紀日,十二支紀時,統稱之曰六十周甲子法.其法以太陽至節氣爲建月之首日,以太陽下經天爲日之首時.以冬至或雨水所在月爲年之首月而建月則以冬至所在月爲首月.可見十二或十三合朔月之年乃太陰年,十二建月(日由春分點復回至春分點)乃太陽年.太陰年乃藉太陽太陰相互之位置及太陰之圓缺定月日之次序,而十二建月之年乃藉日躔節氣淺深以定太陽行天之程序.故

中曆乃太陽年與太陰月相附麗者,所以有陰陽合曆之稱.其所用推算之法皆在勉求日月五星之調和齊一,所謂齊七政變理陰陽者,皆惟此是務也.

§ **47**. 我國古曆自庖羲以來有之,至黃帝(耶紀前2697)其法漸進,至堯舜時則漸備.夏時卽堯所定之曆,蓋夏承虞,虞承唐,曆皆未改,故夏時爲堯所定之曆也.殷周別起一方,又用其國舊有之曆.惟原書久佚,其詳皆不可考矣.

§ **48**. 堯典乃命羲和,欽若昊天,歷象日月星辰,敬授人時.分命羲仲,宅嵎夷,曰暘谷.寅賓出日,平秩東作.日中星鳥,以殷仲春.厥民析,鳥獸孳尾.申命羲叔,宅南交,平秩南訛.敬致,日永星火,以正仲夏.厥民因,鳥獸希革.分命和仲宅西,曰昧谷,寅餞納日,平秩西成.宵中星虛,以殷仲秋.厥民夷,鳥獸毛毨.申命和叔,宅朔方,曰幽都.平在朔易.日短星昴,以正仲冬.厥民隩,鳥獸氄毛.此乃推測太陽之行,四季寒暑之變,而復參照以不變之恆星,驗之於人物出入變化之節,而定歲時也.此等測天工作,在當時不得謂不愼而且詳矣.迨測有所得,帝乃曰咨汝羲暨和,期三百有六旬有六日,以閏月定四時成歲.允釐百工,庶績咸熙.由此可知我國於耶紀前2357至2256年間(堯在位之年),曆法已漸確定矣.

§ **49**. 據開元占經及清汪日楨顧觀光等所考,古黃帝顓頊夏殷周魯六曆共同之點如下:

一歲之日數爲 $365\frac{1}{4}=\frac{1461}{4}$ 日.

一月之日數爲 $29\frac{499}{940}=\frac{27759}{940}=\frac{\text{一蔀之日數}}{\text{一蔀之月數}}$.

一歲之月數爲 $12\frac{7}{19}=\frac{235}{19}=\frac{\text{一章之月數}}{\text{一章之歲數}}$.

19年爲一章,冬至與合朔復齊於一日,故一章有235整月.

4章(76年)爲一蔀,冬至與合朔復齊於日首無小餘,故一蔀有整日27759日,整月940.

20蔀爲一紀(1520年),冬至及合朔之紀日一復(例如冬至紀日初爲甲子一紀後復得甲子).

3紀爲一元(4560年),年名亦一復.

耶紀前432年(周考王九年)希臘人麥通(Meton)創一太陰周期(Lunar cycle),19年爲一周,有整月235,整日6940.其平均歲實爲365.2468日.此與我六曆之章頗相似.

§ **50.** 治曆必有起算之端,是謂曆元.六曆皆遠溯古初冬至七曜齊元之日爲元,謂之上元,緯書則曰開闢.所謂七曜齊元者,乃歲月日時五星皆會甲子(如此是以冬至爲建子月之首日),日月五星同度,如合璧連珠.使果有此,雖萬世遵用可矣.蓋古人推步皆用平行,上溯下推,本極簡單.然六曆曆元無一爲甲子者,亦無相同者.蓋因曆家當時所測或假定之月朔節氣以及諸曜行度各家不同,故上推之曆,元亦各異也.

茲將六曆積年及其蔀首日月位置之異同列表於下.既可定曆元以來之積年,復可依其假定之平行率定其積日.

古曆積年表

曆名	上元年名	至開元二年甲寅歲積	至民國元年壬子歲積
黃帝	辛卯	2760863	2762061
顓頊	乙卯	2761019	2762217
夏	乙丑(一作丙寅)	2760589	2761787
殷	甲寅	2761080	2762278
周	丁巳	2761137	2762335
魯	庚子	2761334	2762532
魯顧氏改正	庚子	2764394	2765592

六曆蔀首起點異同表

黄帝	天正朔,起冬至,無閏餘	⊙=270°,☾−⊙=0.
顓頊	人正朔,起立春,閏餘無	⊙=315°,☾−⊙=0.
夏	人正朔,起雨水(無明證),閏餘無	⊙=330°,☾−⊙=0.
殷	天正朔,起冬至,閏餘無	⊙=270°,☾−⊙=0.
周	天正朔,起冬至,閏餘無	⊙=270°,☾−⊙=0.
魯	天正朔,起冬至,閏餘一(月之$\frac{1}{19}$)	⊙=270°,

表內⊙爲太陽黄經,☾爲太陰黄經.

§51. 漢武帝時鄧平等造太初曆於武帝太初元年(耶紀前104年)施行.劉歆因之作三統曆,其法如下:

一月之日數爲$29\frac{43}{81}=\frac{2392}{81}=\frac{月法}{日法}$($\frac{43}{81}$日朔餘).

一歲之月數爲$12\frac{7}{19}=\frac{235}{19}=\frac{章月}{閏法}$.

一歲之日數爲$365\frac{385}{1539}=\frac{562120}{1539}=\frac{周天}{統法}$.

19年爲一章而冬至與合朔復齊,一章有整月235.

81章爲一統(1539年),而冬至及合朔復齊於日首無小餘,一統有整日562120,整月19035.

3統爲一元(4617年),而冬至及合朔之日名一復.因一統之日數562120以60除之餘40,故若以甲子日爲元,則一統後得甲辰,二統後得甲申,三統後始復甲子,此卽三統之名所由來也.元法4617以60除之不能盡,故元首年名不復.

三統曆之元首置於漢武元封七年丁丑仲冬甲子,據律曆志,其時曾測得是日朔旦冬至.乃改元封七年爲太初元年以建寅月爲正月(故曆元冬至乃在丙子年內).所謂朔旦冬至者,卽謂合朔及冬至皆在是日晨前夜半也,凡求節氣朔望者,皆可

從此起算矣.然作曆者因欲令日分月分食分日名及五星之周俱終,故復立 23639040 年之大周.其首謂之太極上元.並定太初元年上距上元之積年爲 143127 歲,卽在大周中已過31個元法也.太初元年歲前冬至距民國元年(耶紀 1912)歲前冬至凡 2015 年,故三統曆上元距民國元年壬子歲積爲 145142 年.

置閏之法先求閏餘,卽所求年前冬至距前朔之日分爲朔實(一月之日數)19分之幾分也.若閏餘滿12以上,則該冬至以後一年內有閏月.蓋一年之月數既定爲$12\frac{7}{19}$,而冬至前已有餘數$\frac{12}{19}$,則至下次冬至之前必已積至一個朔實以上也.

§ **52.** 唐武德二年(耶紀619)改用定朔.漢末劉洪以歲實太强改爲365.2462日.晉虞喜、劉宋何承天、祖冲之謂歲當有差,乃損歲餘以益天.歲差之法由斯而立.喜以50年差一度.何承天以 100 年差一度.祖冲之以45年差一度.惟楊忠輔以67年差一度,以周天 360 度法約之,得每年差 52.5 秒,元郭守靖因之.守靖改歲實爲365.2425日,並鑒於古曆之推上元之出於勉强,實無所謂歲月日時皆會甲子之時,乃毅然改革,截取任一年爲元,而以實測定曆元之各種行度及數量,名之曰應,如氣應閏應等.於是作授時曆,以元順帝至元七年辛巳(耶紀 1341)歲前天正冬至爲曆元,並改是年爲至正元年.明因之作大統曆.所異者,授時曆之歲實有百年消長一分之率,大統曆則省而不用,此外則閏應等數事稍有改變耳.玆將大統曆重要各用數列之於下:

一歲之日數爲365.2425(歲實).

一月之日數爲 29.530593(朔策):

氣應爲 55.0600(卽曆元上距甲子日子正之日分數).

閏應爲 20.2050(卽曆元上距天正經朔之日分數).

推月朔之法,先用朔策及閏應求得太陰太陽平行之會,是爲經朔.然後查太陽贏縮差表及太陰遲疾差表,或加或減,以得定朔.

推節氣之法,用氣策（歲實二十四分之一）及氣應卽可求得各恆氣.

凡定朔月內無中氣者爲閏月.

§53. 清順治二年（耶紀 1645）測實行改用定氣.以本月內太陽不及交宮（以宮之初度爲中氣）者爲閏月.康熙時定康熙二十三年甲子天正冬至次日壬申子正初刻爲曆元.七政皆從此起算.改歲實爲 365.2421875 日.用西洋之法數,以就舊曆之規模.民國建元改用羅馬格勒哥里第十三所定之曆法專用其年月日及星期法,而不用其求朔法.

§54. 甲子紀日之始,其詳雖不可考,約自黃帝以來已有之.周而復始,無間斷,無奇零,實爲推算者不變之尺度.而爲後之人藉以追求古代歲月之良工具也.據考自魯隱公三年辛酉(耶紀前 722)二月己巳日（儒略周 1458496 日）起,至民國二十一年（1932）一月一日（儒略周 2426708 日）,已得二千六百餘年 968212 日不斷之紀錄.是誠世界最長久之紀日法也.若自黃帝以來卽未間斷,其長久更爲何如耶.

西曆

§55. 埃及曆 (Egyptian calendar)　埃及古昔分一年爲 12 月,一月分 30 日,每年加歲餘 5 日,合爲 365 日.一年分三季,曰泛濫季,曰播種季,曰收穫季,每季有四月.三十日之周期當源於太陰月,由三季之名亦可證明其年初亦與太陽年相附麗.因所用歲實不足,故歲首及季節逐年提早,與太陰之圓缺及冬夏之氣候逐漸不合,積 1505 太陽年而得 1506 埃及年,則歲首及季節遍歷

冬夏周而復始矣.但埃及古人亦有校正曆年與自然年關係之法.其法不用分至,而用天狼星晨見之期.據 Schoch 氏新近所推,就埃及古都Memphis之緯度言之,此期平均一周當爲365.2507日,而埃及古人則用 365.25 日爲自然年,因得 1461 曆年合爲 1460 自然年之周期,謂之夙氏格(Sothic),譯意天狗周也.

行世之曆,其年月之長短各依成規而確定,不隨官府法令而轉移,不藉臨時觀象而指定者,在儒略凱撒改定羅馬曆(耶紀前46)以前,在西國實惟埃及曆一種而已.

埃及曆每月各有慶節,約在耶紀前 1200 年即已確定,後即以節名命其所在之月.

耶紀前 238 年(秦始皇九年癸亥)多祿某歐吉德(Ptolemy Euergetes)曾擬用四年閏一日法,試爲改曆,而未成功.奧古斯督(Augustus)於耶紀前 23 年23 年間重提此議,較著成效.

§ **56. 巴比倫**曆(Babylonian calendar) 巴比倫曆法原則在耶紀前二千餘年前漸就確定.其曆之年始於春季正月,謂之尼三努(Nisanu).年分 12 月,月之始則以測候新月生明之日定之.巴比倫曆陰曆也,諸陰曆除回曆外,皆置閏月,俾歲中各月之節候不至漸差漸遠,巴比倫曆亦然.自那保那剎(Nabonassar)王卽位(耶紀前747)以來,每月之觀測及各月之日數均有冊籍記載.因此觀測間之時距有確數可稽,足爲制定天文上各種周期之用,如規定月食時距及食分之周期其尤要也.最古流傳準確之月食周期名曰沙羅(Saros),以223個月合 $6585\frac{1}{3}$ 日爲一周.然依今時精密之數則 223 月應合6585.323日,故沙羅周約於 1800 年中祇差一日.沙羅周在耶紀前第六世紀之早期應已著聞於世.此周與太陽回歸年不相牽涉,然歧彌諸(Geminus)及多祿某二家皆嘗稱引沙羅一周太陽行黃道 18 週又 $10\frac{2}{3}$ 度.以今所知太

陽準確平行度核之,則彼時行此度之準確時間應爲6585.19日,故假定之太陽年在18年中應差0.14日.

在耶紀前529至504年之間,巴比倫曾行一種八年周期.其時月之首日仍以測候新月生明定之,然閏月所在則依入周年次排定,而一周八年之中則有99整月.依此周期則八年之長得2923.53日與實際長度2921.94或整日數2922相比所差太遠,故此周期旋卽廢棄,復用無定閏法不足怪也.

假令雪那貝爾(Schnable)氏所考那菩連(Naburianos)及西鄧(Cidenas)二人之年代爲可靠,則自八年周期廢棄以後,巴比倫曆家於天文常數已有切實之進步.蓋那菩連約在耶紀前500年已得朔實29.530614日,而今知之確數應爲29.530596日.又得歲實365.2609日,而今知之確數應爲365.2425日.且巴比倫古人歲實之數係由朔實數之有差變而得,故古人所得之歲實與其謂爲回歸年,無寧謂爲卑點年之爲切當,彼時之卑點年爲365.2598日也.西鄧氏於耶紀前383年左右得朔實29.530594日,而定歲實爲365.236日.自耶紀前383年以降,19年一章之置閏法始用於巴比倫.一章凡置七閏,其閏之所在隨其年入章之次序而定,章章相同而不紊亂.章共爲235整月.月之首日以測候生明(By observation of the lunar crescent)得之.19年之章法在耶紀前432年麥冬(Metor)已在雅典公布.此章法在巴比倫所生之影響則爲制定一年之月數爲12.36842,及曆上之平均年長爲365.2468日,較確數凡餘0.0043日.西鄧氏之朔實及19年7閏之法在現代猶太曆中尚存不廢,故其歲實仍爲365.2468日也.

§ **57. 希臘曆**(Greek calendars) 諸希臘曆自羅馬時代以前皆陰曆也.而各州各有其曆法.皮叔甫(Bischoff)嘗考希臘曆作爲曆日對照表,至有百種之多.諸曆歲首不同,故季節早晚亦殊紛

亂.然各月所在之季節亦因置閏法而不至漸差漸遠.有數種曆法閏在六月,其他數種閏在十二月,間亦有閏他月者.在雅典流傳刻文中並曾見四次閏月不用常法者.蓋希臘曆中不特閏月所在即月建大小之規定皆操權於執政者之手.雖時代漸進,天文曆法亦漸見尊重,而天文曆法固從未有法律上之權力也.依考據所得,在北落保內戰爭(Peloponnesian war)時代,雅典曆歲首較之自然年之節氣進退於50日之間.至於月首與朔日之離合可至幾何,則尙無確證可據,惟耶紀前423年阿里士篤方(Aristophanes)所著雲篇一書中嘗譏曆日不與月象相應.

自耶紀前第六世紀以來,希臘曆家即思造爲諸種周期,俾每年每月之長度各以其入周之次序而確定,且力圖所定朔實歲實之數與天文相合,而周期又不至過於繁重.用周期定曆法而不用政令隨時規定,則推算歷史上兩日之距離最爲便易.造作周期之初意或者祇爲便利月齡及年中節氣之規定,但至少麥冬及迦力波二種周期實已應用於天象觀測之記載矣.

耶紀前六世紀克類士忒都(Cleostratus)所創者爲八年周期,大概即爲巴比倫所流傳.此周期以8年合99月2922日.但99月實得2923.53日,故倘實行此周爲曆,則曆上之朔日將先天甚速.故有歷次之修正.

大約八年周期未至最後修正時,雅典天文家麥冬(Meton)已早將19年之章法公布於世.其法以耶紀前432年六月二十七日爲元,麥冬以此日爲夏至,又爲Scirophorion月之十三日.麥冬曆之月名與雅典曆同,其閏月亦恆在六月(名Poseideon).惟年與月之長度及閏之有無則視入章次序而定.一章19年合235月,6940日.而235月之積日則實爲6939.69日,19回歸年之積日則爲6939.61日.或者麥冬已受那善連歲實(365.2609)之啓

示,蓋依那氏歲實則19年之積日應合6939.95日也.

其後迦力波(Callippus)修正麥冬章法,採用365.25為歲實,以與19年周期相融合,而得76年之周期,謂之迦力波蔀.一蔀積日較麥冬之四章短一日,合為27759日,940月.故迦力波之19年合235月,6939.75日.以視麥冬章其於氣朔二者皆有顯著之進步.迦力波蔀以耶紀前330年夏至合朔之日為元.此曆似曾為天文家所用者垂二百年.

希臘最後所傳天文周期為依巴谷(Hipparchus)所造.其法四倍迦力波蔀而去一日,得304年合為3760月,111035日.故其朔實應為29.530585,其歲實應為365.24671.此朔實與西鄧氏之數(29.530594)極近,當即為依巴谷所取用.其歲實則與當時巴比倫所用19年章假定之歲實幾相符合,而與依巴谷親從測候得來之數365.24667尤為切近.但依巴谷之周期實際從未應用,雖依氏似亦未嘗一用也.

希臘陰曆,因祇有月日而無中氣,遂不便於定節候而利農時;故希臘農夫欲知年時早晚,或觀恆星之出沒,或測日至之時期,或記候鳥之來歸也.

§ **58.** 回曆(Mohammedan calendar) 回曆以耶紀後622年之遁逃日(Hegira)為元,遁逃日者其教主摩訶末德(Mohammed)避地之日也.回曆之所特殊者,以12太陰月為年而無閏月.故33年而月之冬夏變遷一周矣.又其教規所需以測候新月始生為月朔,而在民間日用則從無確定之法則.以致同城居民而所用之月朔亦多歧異.因此回曆所紀之月日倘非兼書星期則無從得其準確之對照.此種現象在公私文書中莫不盡然.獨於天文上之紀載,則有較確切之規則.其法以大月30日與小月29日相間,惟十二月則在30年中(以回曆30年為一周)為小月29日者

十九次,爲大月30日十一次.因此得一周 360 月合10631日,而眞數則應爲 10631.012,故 2500 年中所差不逾一日.

§ **59. 羅馬曆**(Roma calendar) 羅馬曆(就其大體而言)卽爲現代世界通行之曆法,以羅馬城爲發源之地.據古史家所述,Romulus 時代之年分爲十月,合得 304 日,以 March(譯言戰神月,今稱三月)爲首月.努馬(Numa)帝增置一太陰年,又年加January(天之守門也,可譯天門月)及 February(意言洗惡赦罪,可譯天赦月)兩月(今稱一月、二月).羅馬曆其初亦用太陰月,在共和時期一年之長恆爲 355 日,卽12個太陰月又0.63 日也.其閏月或爲27日或爲28日,置於天赦月二十三日之後.置閏之權則操於敎宗之手.自儒略凱撒(Julus Caesar)改曆以前,羅馬曆法混亂已極.儒略於耶紀前63年卽位敎宗,見時曆往往失閏,差忒甚多,乃下令於耶紀前62年除於天赦月二十三日後依常法應閏一月23日之外,復於九、十兩月(今稱十一十二月)之間特閏兩月,凡67日.並制定月之日數一如現代之法.惟有閏之年則於戰神月首日以前之第六日重出一日,謂之 Bis-sextum,意謂重六也.

儒略修曆藉亞力山德里亞(Alexandria)天文師鎖西澤尼(Sosigenes)之助,用埃及通行歲實之數 365.25 爲本,故 365 日者三歲,而間以 366 日者一歲.其曆爲純太陽曆,故年中節物可以預期於一定之日,而新法之曆書耶紀前45年(漢元帝初元四年丙子)正月一日始頒布焉.

顧其後繼位之敎宗誤會儒略改曆之意旨,三年之中而閏一日.迄於耶紀前 8 年而多閏者三日.奧古斯督(Augustus)帝始知其誤,乃命停止閏日以迄耶紀後 8 年.自此以降,至敎宗格勒哥里第十三(Gregory XIII)之改曆,儒略曆之行用未嘗或誤也.因

儒略曆之元年爲有閏之年,適當耶紀前45年(即-44年也);故耶紀年數之可以4除者皆爲閏年.今之七月舊名五月(Quintilis),自耶紀前44年始改今名July,譯言儒略月也.今之八月舊名六月(Sextilis)自耶紀前8年改稱August,譯言奥古斯督月也.此外月名之更改則無成功者.

羅馬曆閏月之位置,蓋沿舊習之以戰神月(March)爲首月也.羅馬曆之年以執政之名號爲年號,故執政易人則年號隨改執政就職之期初無定日,至耶紀前222年左右,始定以戰神月(March)十五日爲就職之常期.至紀前153年乃改用天門月(January)一日.其後則未再改.因此政典之故,天門月遂成爲政治年之首月,至今稱爲一月也.

在帝制時代東方諸省之紀年屢有以皇帝之即位而改年者,其次年即以元旦爲歲首,而此所謂元旦者又隨地而異.以天門月爲歲首之習慣,當時祇限於西歐而已.

§**60. 格勒哥里曆**(Gregorian calendar)　格勒哥里曆即今通行之曆.正、三、五、七、八、十、十二等月各31日.四、六、九、十一等月各30日.二月在平年爲28日,在閏年爲29日.皆同儒略曆;惟儒略曆之歲實爲365.25日,較回歸年之長度365日5時45分46秒(365.24219907)長11分14秒,致使春分逐漸早到.四百年約差3日($11\frac{14}{60}\times400=4493^m=3$日2時53分).迄至耶紀1582年春分日竟提前10日,在三月十一日而不在耶紀325年尼斯會議所定之三月二十一日矣.教宗格勒哥里乃於是年十月四日之後徑去10日,而命其次日爲十月十五日.又令從此以後除百數之年(世紀之年)外,凡能以四除盡之數之年仍爲閏年,而百數之年不能以400除盡者皆非閏年,故能爲400除盡之數之年如1600、2000、2400等年仍爲置閏,而1700,1800,及1900之不能以400

除盡者非閏年也.自此修改之後,設積一萬格勒哥里年,其自一至萬之中逐年算之,計四不能約盡者有7500,四能約一百亦能約而四百不能約盡者有75.故一萬年有7575年俱爲365日,有2425年俱爲366日,統計得3652425日.乃得每年之中歲爲365.2425日,是爲其歲實之數.當彼時此數幾與天合,但較現時太陽回歸年之歲實則微嫌其長(即一萬年約長三日).

格勒哥里曆之優點在能調合極準確之平均數於極簡單之用法之中.蓋在數百年中(少至一世紀多至三世紀),恆可應用19年之章法,且視曆年皆相等長以求月望之日期,苟造爲曆表則一如儒略舊曆之簡易,而可用於此數百年之中.且此曆可不問地面經度所在.蓋曆用平望,但定望日而不問望時也.倘用天文實望,則有望時,因地而異.望於澳洲爲今日者,在美洲或爲昨日.且實望隨日月行之差(Inequalities)而有諸均數之加減,尤爲不便.格曆不計均數之變而專用平望,亦猶常用之時專用平太陽日而不用眞太陽日也.因此祈禱書(Prayer Book)所列之曆表每與航海曆書(Nautical Almanac)或不盡同,不足怪也.

格勒哥里曆之採用,各國先後不同,今列爲表如下:

1582——意大利,法蘭西,西班牙,葡萄牙,波蘭

1583——日爾曼奉天主教之諸邦,荷蘭,法蘭德

1587——匈加利

1584——1812年——瑞士(逐漸採用)

1700——日爾曼及荷蘭奉耶穌教之諸邦,丹麥

1752——不列顛諸領地

1753——瑞典

1873——日本

1912——中華

1915——布加利亞

1917——土耳其,蘇俄

1919——南斯拉夫(Yogoslavia),羅馬尼亞

1923——希臘

格曆以5700000年爲一大周,合70499183月,又合2081882250日.故其平均朔實爲29.5305869.又格曆400年中有146097日,卽20871星期也.故格曆400年而星期與年中月日一復.格曆大周之年數爲400之倍數,故此大周不特爲復活望日與年月日之一復,且亦爲復活日曜與年月日之一復.復活節者乃猶太人之Passover節,譯言逾越也.基督教會沿用之爲耶穌復活節,英文名之曰Easter day.

§61. 星期(Week)者,七日一周也,始於猶太教會而浸及於基督教會.故特重其第一日而爲之名曰主日.依希臘埃及時代天文學說日月五星高卑之序排列七曜爲一周,每曜各主一時,而日月與年首時之主曜亦卽爲其日其月其年之主曜.其高卑次序爲一日、二金、三水、四月、五土、六木、七火.一日二十四時得3周有3時,所以逐日之主曜每退3位.初日之首時爲太陽時,故初日太陽爲主曜.次日退3位,乃月主首時矣.故次日太陰爲主曜.如此類推,而七曜主日之序乃爲一日、二月、三火、四水、五木、六金、七土矣.

§62. 基督紀年今稱爲公元,或稱耶穌紀年,以耶穌降世之年(1A.D.)(漢平帝元始元年辛酉)爲紀元之元年,卽耶紀1年,以後順序而下.元年之前一年史家稱爲紀元前一年(1B.C.),但天文家則稱爲0年.再前一年史家稱爲紀元前二年(2B.C.),天文家則稱爲-1年.故如以紀元前若干年與紀元後若干年相加而求其積年之距依史家法當減一,若依天文家法則不減

一.

§63. 儒略周法 諸曆法俱古今屢改,記載時日非用本曆推之不能通.曆家史迦利澤(Scaliger)於 1582 年擬定一法,可與各曆相較而推,其目的在於官曆之外作一種繼續無間斷之紀時尺度也.其法以 $365\frac{1}{4}$ 日爲一年,以 28 年 (7×4) 爲一會 (Solar cycle),星期與月之日一復如初.置耶穌降世年數加 9 以 28 除之,其不盡之餘爲入會年也.19 年爲 1 章,共 235 朔望.以現今確定之朔實 (29.530588) 與 19 年每年 365 日四分日之一相較,所差較天遲約一時半.故設章之首年正月初一合朔,則每後 19 年遇正月初一亦必合朔也.又諸合朔在某月某日,後一章俱與前章同.此爲雅典天算家麥冬所定,故西名麥冬章.置耶穌降世年數加 1 以 19 除之,餘爲入章年也.四章(76 年)爲一蔀,乃迦力波所定,故西名迦力波蔀.惟一蔀內差 6 時,四蔀(即 304 年)內差一日,即較天遲一日.十五年爲律會,乃君士但丁所定,律家用之.置耶穌降世年數加 3 以 15 除之,餘爲入律會年也.會章律會俱名爲會.以 28×19 再以 15 乘之得 7980 年即一總也.會章蔀律之元同起於儒略曆之天門月一日,即正月一日,故一總則三會俱終矣.三會俱無等數,故一總中無二年相同者.故任舉一年,但知爲三會之各第幾年,即知爲某年,蓋古今史中一總尚未終也.上溯得耶紀前 4713 年爲三會所同起.以是年正月初一日亞力山德里亞午正爲總之首,即曆元也.名儒略元.爲儒略曆之 1 年 (1. J. E.).考古史時日皆以此曆元爲本.從此曆元至他曆元,推其積日若干,則二曆即可通也.用亞力山德里亞午正者,因多祿某用此地之子午圈推定那保那剎之曆元而其書中恆用之故也.今改用耶紀前 4713 年一月一日格林維基民用時正午爲元,爲儒略周 0.0 日.

設有年已知入三會之各第幾年,求入總第幾年.法以 4845 乘入會年數,以 420 乘入章年數,以 6916 乘入律會(Indiction)年數,乘畢幷之,滿 7980 去之,餘爲入總之年也.

儒略元至西國諸大事及諸曆元之積日列表如下.

表 B

儒元	儒略曆	耶穌紀年	儒略曆	積日
儒略元	正月初一	前4713	1	0
開闢屋實所推	正月初一	前4040	710	258963
洪水阿波哈三占沙所推	二月十八	前3102	1612	588466
洪水常用	正月初一	前2348	2366	863817
築羅馬城伐羅元	四月二十二	前753	3961	1446502
那保那剎元	二月二十六	前747	3967	1448638
麥冬章天文元	七月十五日	前432	4282	1563831
迦里波蔕皮阿所推	六月二十八	前330	4384	1599608
儒略改曆	正月初一	前45	4669	1704987
羅馬元	正月初一	前30	4684	1710466
耶穌降世	正月初一	1	4714	1721424
回回元天文合朔	七月十五	622	5335	1948439
波斯元	六月十六	632	5345	1952063
諸西國舊曆之末日	十月初四	1582	6295	2299160
英國舊曆之末日	九月初二	1752	6465	2361221
諸元	格勒哥里曆			
諸西國行新曆	十月十五	1582	6295	2299161
英國行新曆	九月十四	1752	6465	2361222

表內麥冬章及回回元在熱帶間所行官曆較天文曆遲一日.蓋天文曆用眞朔,而官曆以初見新月爲朔也.皮阿玫迦力波

蔀之元爲夏至合朔,而本日已可見新月焉.求二時中間之積分爲最要事.若不明法意,易致誤.凡云某日云某年即所求之日與年也.如云耶紀前一年正月初五,非入正月已過五日,乃已過四日而入第五日也.

設有耶穌紀年求儒略曆年.若其年爲耶紀前,則以之由4714減去即得.若爲耶紀後,則以之加4713即得.得數減一爲積年.

設有舊曆某日求儒略曆之積日,法如前,以耶穌紀年變爲儒略年,所得減1乃爲積年.再以4除之,所得命爲A,不盡數命爲B.乃依下第一表以A變爲積日.依第二表以B變爲積日.二日數之和即從儒略元至本年正月初一之日數也.又依第三表求正月初一至本日之數.B爲0,則用閏年一行;B若非0,則用常年一行.以所得日數加於AB日數和,即儒略元之積日.算外爲本日,即加一日爲本日.

表C.　積日表

一　表

四年積日之倍數	
1	1461
2	2922
3	4383
4	5844
5	7305
6	8766
7	10227
8	11688
9	13149

二　表

餘年之積日	
0	0
1	366
2	731
3	1096

三表

正月初一至各月初一之積日		
各月初一	常年	閏年
正月	0	0
二月	31	31
三月	59	60
四月	90	91
五月	120	121
六月	151	152
七月	181	182
八月	212	213
九月	243	244
十月	273	274
十一月	304	305
十二月	334	335

假如有英國舊曆耶穌降世1752年9月初2日求儒略曆之積日.法置1752加4713得6465,減1餘爲積年6464,以4除之得1616無餘.依第一表化年爲日,計得2360976,爲至本年正月初一日之積日.算外得本年正月初一日.又依第三表求得正月初一至本日之數爲245,以加之得2361221,即所求之積日.算外得本日.

設有新曆某日求儒略曆積日,即以新曆當作儒略曆如上法求得積日,減若干日卽得.在耶穌降世1700年3月1日之前減10日.自耶穌降世1700年2月28日之後至1800年3月1日前減11日.自耶穌降世1800年2月28日之後至1900年3月1日之前減12日.自耶穌降世1900年2月28日之後至2100年

3月1日之前減13日,因在改曆之年已差10日,而在1700、1800及1900年又各於2月28日後少閏1日也.餘類推.

求二時中間之積日,或一爲舊曆時一爲新曆時,或皆爲舊曆時,或皆爲新曆時,俱不論,但以二時各求儒略之積日相減即得.若帶時分秒各加於日下然後相減.

§64. 儒略周首之紀日及由儒曆或格曆求紀日法　查民國21年歲次壬申其正月一日紀日爲辛酉,其儒略周積日爲2426708.加1以60除之餘9,是辛酉爲周首第九日之紀名.故周首紀日應爲癸丑.而癸丑爲60一周之第50數,是周首上距甲子紀日尚有49日也.故置積日加49以60約之,餘數加1爲所求日在60一周中之第幾數也.

又民國21年爲儒略周之第6645(1932+4713)年,以60除之餘45年,是儒略周第45年應爲壬申年.上溯得戊子年(壬申上至戊子,本數亦計在內,共爲45數)爲儒略周第一年之紀名.戊子爲60一周之第25,是儒略周首年上距甲子尚有24年也.故置儒略年數加24以60約之,餘數即爲60一周之第幾數.或以儒略周積年加24以60約之,餘數加1亦得所求年在60一周中之第幾數也.

由上所推,儒略周首應爲戊子年癸丑日.而儒略元爲儒略曆之正月一日,且在陰曆含冬至之月,故儒略周元可謂爲我舊曆己丑年歲前十一月(建子之月)癸丑日正午,亦可謂爲戊子年甲子月癸丑日戊午時,蓋儒略周日自正午起算也.

既知儒略周首一月一日爲癸丑日,即可由儒略或格勒哥里曆年月日求我國之紀日.茲作四表於下以爲推算之用,並略述其作表之法及用法.

表 D.　求紀日表

一表一　耶紀前世紀表

儒略曆	N_1	儒略曆	N_1	儒略曆	N_1	儒略曆	N_1
100	15	700	45	1300	15	1900	45
200	30	800	0	1400	30	2000	0
300	45	900	15	1500	45	2100	15
400	0	1000	30	1600	0	2200	30
500	15	1100	45	1700	15	2300	45
600	30	1200	0	1800	30	2400	0

二表一　耶紀前餘年表

餘年	N_2	餘年	N_2	餘年	N_2	餘年	N_2
0	13	25	1*	50	50	75	39
1	7*	26	56	51	45	76	34
2	3	27	51	52	40	77	28*
3	57	28	46	53	34*	78	23
4	52	29	40*	54	29	79	18
5	46*	30	35	55	24	80	13
6	41	31	30	56	19	81	7*
7	36	32	25	57	13*	82	2
8	31	33	19*	58	8	83	57
9	25*	34	14	59	3	84	52

10	20	35	9	60	58	85	46*
11	15	36	4	61	52*	86	41
12	10	37	58*	62	47	87	36
13	4*	38	53	63	42	88	31
14	59	39	48	64	37	89	25*
15	54	40	43	65	31*	90	20
16	49	41	37*	66	26	91	15
17	43*	42	32	67	21	92	10
18	38	43	27	68	16	93	4*
19	33	44	22	69	10*	94	59
20	28	45	16*	70	5	95	54
21	22*	46	11	71	0	96	59
22	17	47	6	72	55	97	43*
23	12	48	1	73	49*	98	38
24	7	49	55*	74	44	99	33

一表二　耶紀後世紀表

儒略曆	N_1	儒略曆	N_1	儒略曆	N_1	格曆	N_1
100	45	700	15	1300	45	1500 (C)	5
200	30	800	0	1400	30	1600	50
300	15	900	45	1500	15	1700 (C)	34
400	0	1000	30	1600	0	1800 (C)	18
500	45	1100	15	1700	45	1900 (C)	2
600	30	1200	0	1800	30	2000	47

二表二　耶紀後餘年表

餘　年	N_2	餘　年	N_2	餘　年	N_2	餘　年	N_2
0(C)	8						
0	7*	25	19	50	30	75	41
1	13	26	24	51	35	76	46*
2	18	27	29	52	40*	77	52
3	23	28	34*	53	46	78	57
4	28*	29	40	54	51	79	2
5	34	30	45	55	56	80	7*
6	39	31	50	56	1*	81	13
7	44	32	55*	57	7	82	18
8	49*	33	1	58	12	83	23
9	55	34	6	59	17	84	28*
10	0	35	11	60	22*	85	34
11	5	36	16*	61	28	86	39
12	10*	37	22	62	33	87	44
13	16	38	27	63	38	88	49*
14	21	39	32	64	43*	89	55
15	26	40	37*	65	49	90	0
16	31*	41	43	66	54	91	5
17	37	42	48	67	59	92	10*
18	42	43	53	68	4*	93	16
19	47	44	58*	69	10	94	21
20	52*	45	4	70	15	95	26
21	58	46	9	71	20	96	31*
22	3	47	14	72	25*	97	37
23	8	48	19*	73	31	98	42
24	13*	49	25	74	36	99	47

三表　月表

月	N_3	
正	0	*0
二	31	31
三	59	0
四	30	31
五	0	1
六	31	32
七	1	2
八	32	33
九	3	4
十	33	34
十一	4	5
十二	34	35

四表　甲子表

1 甲子	2 乙丑	3 丙寅	4 丁卯	5 戊辰	6 己巳	7 庚午	8 辛未	9 壬申	10 癸酉
11 甲戌	12 乙亥	13 丙子	14 丁丑	15 戊寅	16 己卯	17 庚辰	18 辛巳	19 壬午	20 癸未
21 甲申	22 乙酉	23 丙戌	24 丁亥	25 戊子	26 己丑	27 庚寅	28 辛卯	29 壬辰	30 癸巳
31 甲午	32 乙未	33 丙申	34 丁酉	35 戊戌	36 己亥	37 庚子	38 辛丑	39 壬寅	40 癸卯
41 甲辰	42 乙巳	43 丙午	44 丁未	45 戊申	46 己酉	47 庚戌	48 辛亥	49 壬子	50 癸丑
51 甲寅	52 乙卯	53 丙辰	54 丁巳	55 戊午	56 己未	57 庚申	58 辛酉	59 壬戌	60 癸亥

今以求耶紀前4700年儒略曆正月一日之紀日爲述作表之例.

耶紀前4700年爲儒略周之第4713−4700+1=14年,故其積年爲14−1=13年.而13=4×3+1,故由表B之一表及二表得積日爲1461×3+366=4749日.由是4700年歲前1日之紀日爲甲子周第$\frac{4749+49}{60}$=58數,則4700年正月1日之紀日爲甲子周第58+1=59數.同法求得4600年歲前1日之紀日爲第43數,及4600年正月1日之紀日爲第43+1=44數.由是而知每下推百年則紀日回退58−43=15數.反之,每上溯百年則紀日前進15數.所以表內對耶紀前100年之數(N_1)爲15,對200年者爲30,對300年者45,對400年者爲60,60爲一周故書爲0.如此類推至耶紀前4700年應爲45.然耶紀前4700年歲前1日之紀日實爲甲子

周之第58數,與45相差13,卽紀日更前進13數.故置此13於耶紀前餘年表之0年處,蓋由此知在世紀之年有如此之差數也.

依上推算之理,求得有1餘年者紀日更前進之數,及有2餘年,3餘年,以至99餘年,紀日應更前進之數.置於耶紀前餘年表與各相當餘年數相對,是爲N_2.表內之*係指該年爲閏年.月表之N_3係各月月前1日之紀日應更前進之數,表內之*係指明閏年應用之數之意也.其N_4爲各日入月之次序,卽與日數相同,無須列表.蓋每1日則紀日更前進1數也.例如耶紀前110年5月6日之紀日爲$N_1+N_2+N_3+N_4=15+20+0+6=41$,卽在耶紀前100年紀日前進15,加餘年10乃更進20,至5月前1日乃更進0數,至6日乃更進6數,共進41.第41數由甲子表查得爲甲辰,是乃該日之紀日也.其耶紀後之表作法及用法與此同.

例題1. 求耶紀前720年2月22日之紀日.

$$N_1+N_2+N_3+N_4=45+28+31+22=126.$$

滿60者去之,餘6($126=60\times2+6$).故得該日紀日爲己巳.

例題2. 求耶紀後1908年9月3日之紀日.

是年在採用格曆後,應按格曆查表,故

$$N_1+N_2+N_3+N_4=2+49+4+3=58,$$應爲辛酉日.

註 表內有(C)者係指該世紀之年非閏年也.

第四章

曆書　航海通書　星錄

§65. 前編例題所用各星之經緯乃天文臺用大儀器測天所得,再加推算由政府所公佈者也.我國近刊之天文年曆及歐美各國之曆書(Ephemeris),航海通書及星錄(Star catalogues)等,備載日月行星恆星之經緯以及半徑差,視差,時差等等皆是也.

天文之數值因時而異,故不能不藉一子午圈以爲本,用其太陽時按相等間距表列各天文數值.英國格林維基天文臺子午圈乃現世所用之標準子午圈也.我國昔以北京子午圈爲本,今則以東經 120° 爲本.而所謂東經 120° 者,仍係以格林維基爲起點也.玆以美國曆書爲例而述解之於下:

美國曆書分爲三卷:上卷爲日月行星在格林維基晨前夜半 0^h 時頃(民用日之始)之諸數值;中卷爲星之位置,其數值以美國華盛頓海軍天文臺子午圈(格林維基西 $5^h08^m15^s.78$)爲本;下卷則皆屬於預推日月食以及掩星等等之用數.卷末所備各表多特爲便於測量家之用數.

航海通書卷本較小,諸數值皆以格林維基爲本,乃供航海之用者也.

曆書內之數值皆就格林維基某定時(或華盛頓時)而言.而其數之消長之變率,如每時之變數等,亦係爲該時頃推得者.欲求另一時之數值,須知此另一時之格林維基時.數值變率愈大者,時刻之數須愈準確.若所知之時係地方時,則須變爲格林維基時.

第 102 頁之表係由 1925 年曆書摘取者.在 103 頁者爲星

之位置表之一部分.在104、105頁者爲星之視位表之一部分.其經緯在繞極星爲逐日之數,在他星則爲每隔10日之數.蓋歲差使繞極星赤經之變易較星之近赤道者爲速而且無定,故其經緯須依較短之時距記載之也.其106頁之表係1925年航海通書及曆書之太陽表之摘略.

曆書中卷有太陰中天表,其數值爲測太陰中天以定地球經度之用.

卷末所附之表如下:

表 *I.*　藉測得極星地平緯推求地球緯度之用數.

表 *II.*　恆星時變平太陽時.

表 *III.*　平太陽時變恆星時.

表 *IV.*　極星在各時角時之地平經度.

表 *V.*　極星在最大偏角時之地平經度.

表 *Va.*　化近最大偏角時測數爲最大偏角時之測數之用數.

表 *VI.*　由觀測求極星中天時之用數.

表 *VII.*　上中天時刻最大偏角時刻等等.

§**66. 恒星錄**　若欲測之星爲曆書所無者,其位置須於星錄中求之.此等星錄備載各星在某定時（如1890年及1900年年首等,名之曰元時Epoch）之平均位置.並有諸用數俾得藉以推求在其他年之平均位置.星之平均位置乃以年首之平均春分點（平春分點）爲本而得者.所謂平春分點者乃該點只以平速退行而不受章動及諸行星攝動之影響所應佔據之位置也.

白塞爾假年 (Besselian fictitious year) 卽爲推求星之位置所擬者.太陽之平黃經爲280°時爲該年之始.斯時平太陽之赤經正爲 $18^h\,40^m$（赤道280°）,約當正月一日也.先須將星錄中

星之平均位置,變爲所求年年首之平均位置,然後再變爲測時當日之視位置.曆書中卷之公式及諸表卽有供此項推算之用者.

星之位置測定必須精確,格林維基10年星錄 (Greenwich ten-year catalogue) 及波氏(Boss)以 1900 年 (華盛頓 1910) 爲元之 6188 星錄,皆星錄中之最著者也.

§ **67. 間求法**(Interpolation)　若所指之格林維基民用時不與表列之時相合,而欲求與該時相應之函數數值,須於表列函數之兩數值中間算求之.此法名曰間求法.由三角函數表間求數值,乃假定表內兩數中間消長之率均勻一致.曆書表內接連兩數值之變易係前一值之增減,若亦用三角函數之間求法,則此增減與經歷之時成正比.苟以圖表明其函數,則見此法所求之點皆在該函數曲線 (Function curve) 之弦 (Chord) 上.

然曆書表內每一函數數值附一每時變數 (卽函數之微係數 Differential coefficient of the function).故以該每時變數(Variation per hour) 爲函數變易之率而以所經歷之時乘之,法最簡便,且從第四〇圖觀之,乃較前法爲精確,因用微係數求得之點係在曲線之切線 (Tangent) 上也.若相距之時 (卽間求所跨越之時間) 少於表列數值相隔時間之半數,則曲線靠切線較靠弦爲近,此可由下題明之:

例題 1.　推求 1925 年二月一日格林維基民用時21時太陽之赤緯.

由表查得	太陽赤緯	每時變數
二月一日 0^h	$-17°18'03''.9$	$+42''.15$
二月二日 0^h	$-17°01'03''.2$	$+42''.90$

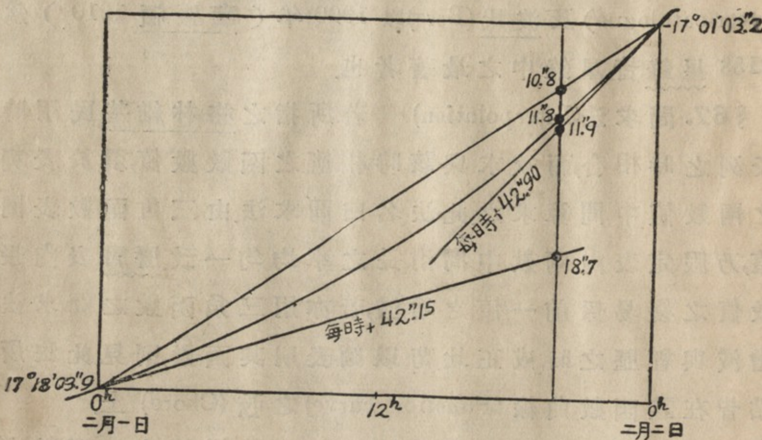
一日21時近於二日晨前夜半,故由二日太陽赤緯減去 (用代

數法）每時變數乘 (24−21) 之改正數即得所求時赤緯.

$$-17°01'03''.2-(+42''.9\times 3)=-17°03'11''.9.$$

若由一日赤緯推算,則得

$$-17°18'03''.9+42.15\times 21=-17°03'18''.7.$$



第四〇圖

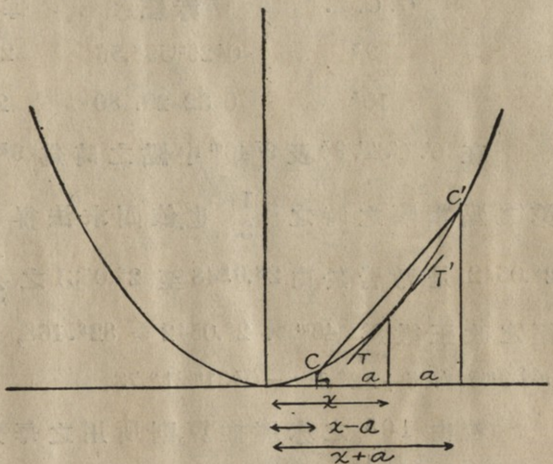
若直接由兩函數數值間求之以作比較,則得

$$-17°01'03''.2-\frac{3}{24}\times 17'00''.7=-17°03'10''.8.$$

以圖明之,前二數乃在函數曲線二點之切線上,後者則在二點間之弦上,而第一次所得之數最近於函數.

若表列兩數相隔之時間太長,或每時變易過快,則上述三法均形不密矣.但可就表列之兩微係數用間求法推得在該所理時間內較確之函數變率.如第四一圖 C 及 C' 爲表列函數曲線之二點.設一拋物線 (Parabola) 使其徑竪直,並使其曲線通過 C 及 C' 二點,且在該二點與表列函數曲線同斜度,則此拋物線必在表列數值間諸點處與原曲線相逼近.用下述之法可求得正在拋物線上之點,故亦必爲最近於表列函數曲線之數值因拋物線之二次微係數爲常數,所以其在所求點之斜度$\left(\frac{dy}{dx}\right)$均可

由已知$\frac{dy}{dx}$之數值間用簡便間求法算求之.若與所定斜度數值相當之點之橫線數值正在表列時及所求時之半中間,則所得乃切線 TT' 之斜度,亦必爲拋物線 CC' 弦之斜度,(C 及 C' 二點乃



第四一圖

表列數值及所求數值之二點),因可證明在此特例之拋物線如斯之弦實平行於如此求得之切線也.依上述之理推得變率之數值與前此間求所跨越時間之中點相當,卽以該變率代替表列之每時變數,則求得之點正在拋物線上.因以最近於表列函數曲線也.

由二日 0 時退數至一日 21 時跨越之時間爲 3 時,其中點爲 22 時 30 分.於 $+42''.90$ 及 $+42''.15$ 兩變數間求得 22^h30^m 時之變率爲

$$+42''.90-\frac{3}{2}\times\frac{1}{24}\times 0''.75=+42''.86.$$

所以赤緯爲

$$-17°10'03''.2-3\times 42''.86=-17°03'11''.8.$$

較前所得之三數尤爲精確也.

例題 2.　求 1925 年五月十八日 9^h40^m 時月之赤經.由曆書查得下之數值:

G.C.T.	赤經	每分變數
9^h	$0^h29^m59^s.56$	$2^s.0548$
10^h	0 32 20. 80	2. 0531

在 G.C.T. 9^h 及 9^h40^m 中點之時爲 9^h20^m, 乃表列第一點至第二點相隔之時之 $\frac{1}{3}$ 也.依間求法得在該時之每分變數爲 $2^s.0542$, 是乃居於由 $2^s.0548$ 至 $2^s.0531$ 之 $\frac{1}{3}$ 處者.對於在 9^h 之赤經之改正數爲 $40^m \times 2^s.0542 = 82^s.168$, 所以校正後之赤經爲 $0^h29^m59^s.56+82^s.168=0^h31^m21^s.73$.

若由 10^h 之赤經推算,則所用之每分變數乃居於 $2^s.0531$ 至 $2^s.0548$ 之 $\frac{1}{6}$ 處者,得數與前同.

§ **68. 複間求法** (Double interpolation) 若表列之數值爲二個或多於二個變數之函數,間求算法倍覺困難.苟表列之時間非大,且向無較完善之表,可由表內最接近之數值分別推算各變數使該函數所生之變易,再以所得者改正表列之數值.例如由下表:

$p \sin t$

時角	1925	1930
$1^h\ 52^m$	$30'.9$	$30'.2$
1 56	$31'.9$	$31'.2$

欲求 $p \sin t$ 與 1927 年及 $1^h53^m.5$ 時角相應之數值,可認爲 $30'.9$ 之增進由於時角之增進,而其減損則由於年期之變易,並認此二項變動不相關聯.於是因時角增 $1^m.5$ 所生之增數爲 $\frac{1.5}{4.0}\times 1'.0 = 0'.38$, 因年期變易所生之減損爲 $\frac{2}{5} \times 0'.7 = 0'.28$, 故改正後之數爲 $30'.9+0'.38-0'.28=31'.0$.

其表列之數值爲有三個變數者,亦可同樣處理.例如用太

陽地平經度表求在北緯 42° 20′ 處與時角(從午正起之視時) 3^h20^m 及赤緯 +11°30′ 相應之太陽地平經度,則由該表內緯度 42°之表得

赤　緯

時　　角	11°	12°
3h 10m	112° 39′	111° 45′
3h 00m	114° 56′	114° 01′

由緯度 43° 之表查得

赤　緯

時　　角	11°	12°
3h 10m	113° 22′	112° 29′
3h 00m	115° 41′	114° 48′

茲用 114°56′ 爲起點而改正之如下:

在緯度 42° 處 10^m 內所生之減損 = 2°17′.0,

則　　2^m 內所生之減損 = 27′.4.

在緯度 42° 處赤緯 1° 所生減損 = 55′.0,

則　　赤緯 30′ 所生減損 = 27′.5.

在 $3^h\ 00^m$ 時　　緯度 1° 所生增進 = 45′.0,

則　　緯度 20′ 所生增進 = 15′.0.

故改正之數爲

$$114°56'-27'.4-27'.5+15'=114°16'.1.$$

§69. 遞較間求法　各星行度變化無恆,平常比例當然不足.除上述者外,有遞次比較以窮其變而得數較確者,是謂之遞較間求法.設 F_{-2}, F_{-1}、F_0、F_1、F_2 爲表列某函數於等距時間之五項相連數值,其 F_0 爲所求時前相去最近之數值.又設

$$\left.\begin{array}{l} F_{-1}-F_{-2}=\Delta'_{-2} \\ F_0-F_{-1}=\Delta'_{-1} \\ F_1-F_0=\Delta'_1 \\ F_2-F_1=\Delta'_2 \end{array}\right\}\text{爲一次較}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta'_{-1}-\Delta'_{-2}=\Delta''_{-1} \\ \Delta'_1-\Delta'_{-1}=\Delta''_0 \\ \Delta'_2-\Delta'_1=\Delta''_1 \end{array}\right\}\text{爲二次較}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta''_0-\Delta''_{-1}=\Delta'''_{-1} \\ \Delta''_1-\Delta''_0=\Delta'''_1 \end{array}\right\}\text{爲三次較}$$

$$\Delta'''_1-\Delta'''_{-1}=\Delta''''_0 \qquad \text{爲四次較}$$

又設 $F_{(x)}$ 爲所求 x 時之函數數值,x_0 爲與 F_0 相當之時,T 爲等距時間,$t=\dfrac{x-x_0}{T}$ 爲 x_0 與 x 相隔之時間化爲等距時間之分數,其由五項相連數值間求 x 時數值之施算手續及算式如下:

先將表列函數數值及各次較數列成下式:

$$\begin{array}{lllll} \text{函數} & \text{一次較} & \text{二次較} & \text{三次較} & \text{四次較} \\ F_{-2} & & & & \\ & \Delta'_{-2} & & & \\ F_{-1} & & \Delta''_{-1} & & \\ & \Delta'_{-1} & & \Delta'''_{-1} & \\ F_0 & & \Delta''_0 & & \Delta''''_0 \\ & \Delta'_1 & & \Delta'''_1 & \\ F_1 & & \Delta''_1 & & \\ & \Delta'_2 & & & \\ F_2 & & & & \end{array}$$

其算式爲

$$F_{(x)}=F_0+t\left(\frac{\Delta'_{-1}+\Delta'_1}{2}\right)+\frac{t^2}{2}\Delta''_0+\frac{t(t^2-1)}{6}\left(\frac{\Delta'''_{-1}+\Delta''_1}{2}\right)$$
$$+\frac{t^2}{24}(t^2-1)\Delta''''_0+\cdots\cdots\cdots(49)$$

式內 $+t\left(\frac{\Delta'_{-1}+\Delta'_1}{2}\right)$ 謂之一次差

$+\frac{1}{2}t^2\,\Delta''$。 謂之二次差

$+\frac{1}{6}t\,(t^2-1)\left(\frac{\Delta'''_{-1}+\Delta'''_1}{2}\right)$ 謂之三次差

$+\frac{1}{24}t^2(t^2-1)\,\Delta''''$。 謂之四次差

至於應用至某次差初無一定限制,須視函數數值變易之徐疾,及所需用之精粗以為準.

例如以此法推算前例題1二月一日21時太陽赤緯,則由表查得之數及算得之較數列成下式.本題 $x=$ 二月一日21時, $x_0=$ 二月一日0時, T 為24時,故 $t=\frac{21}{24}=0.875$.

	太陽赤緯	一次較	二次較	三次較	四次較
正月三十日	0^h $-17°51'10''.0$				
		$+16'23''.7$			
正月三十一	0^h -17 34 46 .3		$+18''.7$		
		+16 42 .4		$-0''.4$	
二月一日	0^h -17 18 03 .9		+18 .3		00
		+17 07 .0		−0 .4	
二月二日	0^h -17 01 03 .2		+17 .9		
		+17 18 .6			
二月三日	0^h -16 3 44 .6				

二月一日0時之赤緯 −17 18 03.90

二月一日21時之
一次差 $+14'45''.10$
二次差 + 7.01
三次差 + 0.01
四次差 + 0.00

+14 52.12 + 14 52.12

故二月一日21時太陽赤緯為 −17 03 11.78.

若由表列函數消長之變率用遞較間求法推算所求時函數數值,其式列如下:

函數	變率	一次較	二次較	三次較
F_{-2}	V_{-2}			
		V'_{-2}		
F_{-1}	V_{-1}		V''_{-1}	
		V'_{-1}		V'''_{-1}
F_0	V_0		V''_0	
		V'_1		V'''_1
F_1	V_1		V''_1	
		V'_2		
F_2	V_2			

由此可縮簡爲下列之式:

函數	變率	一次較	二次較	三次較
		V'		V'''
F_0	V		V''	
		V'		V'''

設 $F_{\pm N}$ 爲所求之函數數值,則

$$F_{\pm N}=F_0 \pm nV_0+\frac{n^2}{2}V' \pm \frac{n^2(2n-3)}{12}V''+\frac{n^2(n^2-2)}{24}V'''.$$

若 n 之時在 F_0 所當之時上,則爲 $-n$,應用 V_0 上一層之較數;若 n 在下,則爲 $+n$,應用 V_0 下一層之較數.式內右側之正負號須與之相應.

其 V 皆爲單位時距之變數,n 乃其單位時距數.若 V 爲每時變數,以 h 爲所求函數數值所當之時（以時數計之）,則

$$F_{\pm h}=T_0 \pm hV+h'V' \pm h''V''+h'''V''' \qquad (50)$$

在24時之間距	在12時之間距
$h'=\frac{h^2}{48}$	$h'=\frac{h^2}{24}$
$h''=\frac{h^2(2h-72)}{6912}$	$h''=\frac{h^2(2h-36)}{1728}$

$$h'''=\frac{h^2(h^2-1152)}{331776} \qquad h'''=\frac{h^2(h^2-288)}{41472}$$

若 V 爲每分時變數,則其式爲

$$F_{\pm m}=F_0\pm mV+\frac{m^2}{120}V' \cdots\cdots\cdots\cdots (50a)$$

例如以此法推算前題,則有

	函數	每時變數	一次較	二次	三次
正月三十日 0 時	從略	$+40''.60$			
			$+0''.78$		
正月三十一日 0 時	從略	$+41\ .38$		$-0''.01$	
			$+0\ .77$		$-0''.01$
二月一日 0 時	$-17°18'03''.9$	$+42\ .15$		$-0\ .02$	
			$+0\ .75$		$+0\ .01$
二月二日 0 時	從略	$+42\ .90$		$-0\ .01$	
			$+0\ .74$		
二月三日 0 時	從略	$+43\ .64$			

縮簡之爲

			$+0\ .77$		$-0\ .01$
二月一日 0 時	$-17\ 18\ 03.9$	$+42''.15$		$-0\ .02$	
			$+0\ .75$		$+0\ .01$

於此題 $h=21$（係在24時之間距）,故一次差等於 $21\times 42''.15=14'45''.15$, 二次差 $=\frac{21\times 21}{48}\times 0''.75=6''.89$, 三次差 $=\frac{21\times 21}{6912}\times(21-72)\times(-0''.02)=0''.065$, 四次差等於 $\frac{21\times 21}{331776}(21\times 21-1152)\times 0.01=-0''.01$,合之爲 $14'52''.095$.故所求之赤緯爲

$$-17°18'03''.9+14'52''.095=-17°3'11''.805.$$

1925 太陽表

在格林維基民用時 0^h 時頃

日期	星期	視赤經	每時變數	視赤緯	每時變數	半徑	地平視差	時差 視時－平時	每時變數	恆星時 平太陽赤經＋12^h
		h m s	s	° ′ ″	″	′ ″	″	m s	s	h m s
正月 1	4	18 43 51.25	11.049	−23 3 51.8	+11.57	16 17.89	8.95	−3 20.85	−1.193	6 40 30.40
2	5	18 48 16.27	11.035	22 59 0.4	12.72	16 17.91	8.95	3 49.32	1.179	6 44 26.95
3	6	18 52 40.94	11.020	22 53 41.4	13.86	16 17.91	8.95	4 17.43	1.163	6 48 23.51
4	0	18 57 5.22	11.003	22 47 55.0	15.00	16 17.91	8.95	4 45.15	1.147	6 52 20.07
5	1	19 1 29.09	10.986	22 41 41.5	16.13	16 17.91	8.95	5 12.47	1.129	6 56 16.62
.	.	....	....	....	....	....	....	....	....	....
.	.	....	....	....	....	....	....	....	....	....
.	.	....	....	....	....	....	....	....	....	....
26	1	20 31 37.24	10.422	−18 53 30.3	+37.28	16 16.49	8.94	−12 32.93	−0.565	8 19 4.31
27	2	20 35 46.96	10.388	18 38 25.2	38.13	16 16.37	8.94	12 46.10	0.532	8 23 0.87
28	3	20 39 55.87	10.354	18 22 59.9	38.97	16 16.25	8.93	12 58.45	0.497	8 26 57.42
29	4	20 44 3.95	10.319	18 7 14.7	39.79	16 16.13	8.93	13 9.97	0.463	8 30 53.98
30	5	20 48 11.19	10.284	17 51 10.0	40.60	16 16.00	8.93	13 20.66	0.428	8 34 50.54
31	6	20 52 17.60	10.249	−17 34 46.3	+41.38	16 15.87	8.93	−13 30.51	−0.392	8 38 47.09
二月 1	0	20 56 23.16	10.214	17 18 3.9	42.15	16 15.74	8.93	13 39.51	0.358	8 42 43.65
2	1	21 0 27.89	10.179	17 1 3.2	42.90	16 15.60	8.93	13 47.68	0.323	8 46 40.20
3	2	21 4 31.78	10.145	16 43 44.6	43.64	16 15.45	8.93	13 55.01	0.288	8 50 36.76
4	3	21 8 34.83	10.110	16 26 8.5	44.36	16 15.31	8.93	14 1.51	0.253	8 54 33.31
.	.	....	....	....	....	....	....	....	....	....
.	.	....	....	....	....	....	....	....	....	....
.	.	....	....	....	....	....	....	....	....	....

註　格林維基民用時0h在同日格林維基平午前12時。

1925 恆星10日平均位置表

在華盛頓民用時正月0.654日

恆星名	星等	星品	赤經	每年變數	每年自行	赤緯	每年變數	每年自行
			h m s	s	s	° ′ ″	″	″
......	......	......	......	......	......	......	......	......
α Andromedae 壁二	2.2	A op	0 4 30.419	+3.0979	+.0107	+28 40 35.02	+19.878	−0.163
β Cassiopeiae 王良一	2.4	F_5	0 5 9.934	3.1906	+.0681	+58 44 10.16	19.859	−0.180
......	......	......	......	......	......	......	......	......
......	......	......	......	......	......	......	......	......
γ Pegasi 壁一	2.9	B_2	0 9 22.290	+3.0875	+.0003	+14 46 0.00	+20.018	−0.010
......	......	......	......	......	......	......	......	......
......	......	......	......	......	......	......	......	......
......	......	......	......	......	......	......	......	......
α Phoenicis 火鳥六	2.4	K_0	0 22 34.886	+2.9702	+.0187	−42 42 47.83	19.544	−0.403
......	......	......	......	......	......	......	......	......
......	......	......	......	......	......	......	......	......

1925 繞極星平均位置表

在華盛頓民用時正月0.654日

43 H Cephei, 勾陳五	4.5	K_0	0 58 11.014	+ 7.7785	+.0737	+85 51 20.58	+19.398	−0.004
α Ursae Min. 勾陳一	2.1	F_8	1 34 13.588	+31.1184	+.1528	+88 54 11.12	+18.376	+0.001
......	......	......	......	......	......	......	......	......
......	......	......	......	......	......	......	......	......

註 星品乃示恆星之色,温度及進化之階級者,蓋皆由星之彩色帶推知者也.其記號之意義如下:

O 白色亮綫星,星辰發展之最初. K 黃赤酸化星.

B 白色氦星,氫氣狀未知元素. M 赤色光帶星.

A 白色氫氣星,氫氣及未知元素. N 赤色炭素星.

F 帶黃色鈣星,氫氣及鈣.

G 黃色金屬星,太陽為其代表.

註 每年變數係每年歲差及每年自行之和.

1925 恆星視位表

繞極星

在華盛頓上中天

勾陳五			勾陳一		
43 H Cephei. 4.5			α Ursae Min. 星等 2.1		
華盛頓民用時	赤經	赤緯	華盛頓民用時	赤經	赤緯
	h m	° ′		h m	° ′
正月	0 58	+85 51	正月	1 34	+88 54
	s	″		s	″
0.8	17.25	34.50	0.8	46.55	23.79
1.8	16.93	34.55	1.8	45.42	23.91
2.8	16.65	34.59	2.8	44.34	24.01
3.8	16.36	34.62	3.8	43.30	24.10
⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯
⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯
12.7	13.73	34.97	12.8	33.41	24.98
13.7	13.39	34.97	13.8	32.14	25.04
14.7	13.06	34.93	14.7	30.86	25.09
15.7	12.73	34.89	15.7	29.60	25.11
⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯
⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯
28.7	8.91	34.19	28.7	14.68	25.14
29.7	8.63	34.05	29.7	13.52	25.06
30.7	8.35	33.90	30.7	12.42	24.98
31.7	8.10	33.76	31.7	11.37	24.89
13.85 +13.81			52.42 +52.41		
$0^h\ 58^m\ 11^s.014$			$1^h\ 34^m\ 13^s.588$		
$+85°\ 51'\ 20''.58$			$+88°\ 54'\ 11''.12$		

註　橫末行上層之數係各星在各月十五日之視赤緯之 Secant 及 Tangent，其下二層之數係各星在年首平均位置之赤經緯。華盛頓民用時 0 時在同日華盛頓平午前 12 時。

1925　恆星視位表

在華盛頓上中天

華盛頓民用時	……	……	α Anodromedae 星等 2.2 壁宿二				β Cassiopeiae 星等 2.4 王良一				……	……
	……	……	赤經		赤緯		赤經		赤緯		……	……
			h　m		°　′		h　m		°　′			
			0　4		+28　40		0　5		+58　43			
			s		″		s		″			
正　月 0.7			29.734	148	38.63	97	9.620	326	81.85	80		
10.7			29.586	142	37.66	124	9.294	316	81.05	131		
20.7			29.444	130	36.42	143	8.978	290	79.74	178		
30.6			29.314	110	34.99	158	8.688	252	77.96	217		
二　月 9.6			29.204	86	33.41	168	8.436	204	75.79	247		
19.6			29.118	55	31.73	167	8.232	142	73.32	268		
三　月 1.6			29.063		30.06		8.090		70.64			
……			……		……		……		……			
……			……		……		……		……			
26.9			33.315	71	55.89	107	14.050	162	92.60	245		
十一月 5.9			33.244	94	56.96	77	13.888	208	95.05	207		
15.9			33.150	114	57.73	47	13.680	248	97.12	164		
25.8			33.036	128	58.20	15	13.432	280	98.76	115		
十二月 5.8			32.908	138	58.35	18	13.152	306	99.91	64		
……			……		……		……		……			
……			……		……		……		……			
35.7			32.477	148	56.90	79	12.198	327	100.20	45		
平均位	……	……	30.419		35.02		9.934		70.16		……	……
Sec d, tan d	……	……	1.140		+0.547		1.927		+1.647		……	……
$D_\psi r, D_\omega r$	……	……	+0.061		−0.036		+0.062		−0.110		……	……
$D_\psi d, D_\omega d$	……	……	+0.40		+0.02		+0.40		+0.02		……	……

註　(1) 平均位置乃各星在年首平均位置赤經緯之秒數.

(2) *sec d* 及 *tan d* 之赤緯乃各星在年中最大及最小視赤緯之平均數也.

(3) $D_\psi r = \frac{1}{15}(\cos W + \sin r \tan d \sin W)$　　$D_\omega r = -\frac{1}{15}\cos r \tan d$

$D_\psi d = \cos r \sin W$　　$D_\omega d = \sin r$

W 乃黃赤交角也.

1925年　正月太陽表

G.C.T.	太陽赤緯	時差	太陽赤緯	時差				
	星期4 初1		星期1 初5					
	° ′	m s	° ′	m s				
0	−23 3.9	−3 20.9	−22 41.7	−5 12.5				
2	23 3.5	3 23.2	22 41.2	5 14.7				
4	23 3.1	3 25.6	22 40.6	5 17.0				
6	23 2.7	3 28.0	22 40.1	5 19.2				
8	23 2.3	3 30.4	22 39.5	5 21.5				
10	23 1.9	3 32.8	22 39.0	5 23.7				
12	23 1.5	3 35.1	22 38.4	5 26.0				
14	23 1.1	3 37.5	22 37.8	5 28.2				
16	23 0.7	3 39.9	22 37.3	5 30.4				
18	23 0.3	3 42.2	22 36.7	5 32.7				
20	22 59.8	3 44.6	22 36.2	5 34.9				
22	22 59.4	3 47.0	22 35.6	5 37.1				
H.D.	0.2	1.2	0.3	1.1				

註　時差之用於*G.C.T.*須依其正負號.

格林維基0時在同日格林維基平午前12時.

1925　太陽表

在華盛頓視午

日期	視赤經	每時變數	視赤緯	每時變數	時差 平時－視時	每時變數	半徑	半徑過午圈之恆星時間	民用時0時之恆星時
	h m s	s	° ′ ″	″	m s	s	′ ″	m s	h m s
正月 1	18 47 1.20	11.043	−23 0 25.6	+12.40	+3 41.29	+1.183	16 17.90	1 11.04	6 41 21.04
2	18 51 26.06	11.027	22 55 14.3	13.54	4 9.51	1.168	16 17.91	1 11.00	6 45 17.59
3	18 55 50.54	11.011	22 49 35.7	14.68	4 37.36	1.152	16 17.91	1 10.95	6 49 14.15
4	19 0 14.62	10.994	22 43 29.8	15.81	5 4.80	1.135	16 17.91	1 10.90	6 53 10.71
5	19 4 38.26	10.976	22 36 56.8	16.94	5 31.81	1.116	16 17.90	1 10.84	6 57 7.26
......	......	......	......	......	......	......	......	......	......
......	......	......	......	......	......	......	......	......	......

註　半徑過子午圈所歷之平時間距可由其恆星時間距減去0.19秒得之.

華盛頓民用時0時在華盛頓同日平午前12時.

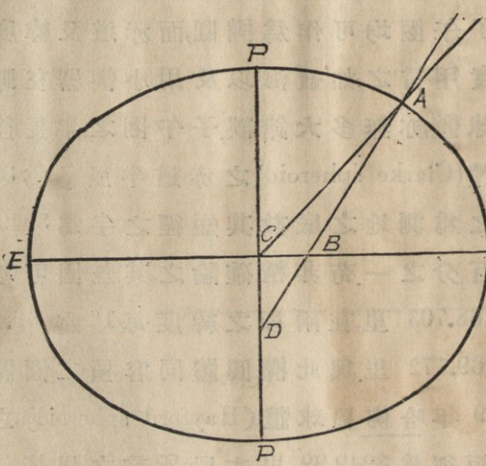
第五章

地形 天文測量之改正數 天體赤經緯之改正

§70. **地形** 地球表面之形頗似橢圓體(Ellipsoid)者(卽橢圓繞其最短之軸旋轉而成之面),雖有微差不足計也.是以各子午圈均可作爲橢圓,而赤道及緯度平行圈均可作爲正圓.就實用言之,如航海以及用小儀器在野外測望等,縱以地球爲圓球體,亦無多大錯誤.子午圈之半長徑〔卽1866年克賴克扁球體(Clarke spheroid)之赤道半徑〕爲3963.27美法定里,美國卽用之爲測地之底數.其短徑之半爲3949.83里,相差約13里,約爲三百分之一.苟非精確論之,其差固可不計也.在赤道每1°緯度爲68.703里,在兩極之緯度每1°爲69.407里,而赤道每度之長爲69.172里.與此橢圓體同容積之圓體,其半徑約爲3958.9里.1909年哈佛扁球體(Hayford spheroid)之半長徑爲3963.34里,而半短徑爲3949.99里.本段所言之里皆係美法定里,與英里有微差.1英里等於1.6093424公里,1美法定里等於1.6093472公里,其差不足計,故通言英里與美里相同.

用弧座標定地球面上點之位置有三種緯度.其直接由天文測望所得者,係憑測器上水平所指示,與重力同方向,是爲天文緯度.乃豎線或垂準線(Plumb line)與赤道面所成之角,亦卽北極出地之高度也.地理緯度(Geodetic或Geographical latitude)乃爲橢圓體面或扁球面垂直線之方向所指示者.由測點引一線垂直於橢圓體面,此線與赤道面所成之角卽地理緯度也.此緯度隨處與天文緯度小有差異,平均約爲3″,然亦有時竟大至30″者.此差稱曰地方垂準線偏度(Local deflection of the plumb line)或

曰測點差(Station error),卽所以量度地球實面與橢圓體面之不同者也.故地理緯度不能直接測出,須經推算始得.其由地球面至球心之直線與赤道線所成之角,是謂屬地心緯度(Geocentric latitude).因地球旋轉且非圓球體,故地面至地心之線不能與重力方向相合也.第四二圖 AD 爲橢圓體面之垂直線,ABE 爲 A 點地理緯度.該處之垂準線或重力線與 AB 幾相合,謂之爲 AB' (圖不能示).其 $AB'E$ 角爲 A 點天文緯度,ACE 角爲 A 點之屬地心緯度.屬地心緯度與地理緯度之差爲 BAC 角,名曰竪線角(Angle of vertical),或曰緯度改正數(The reduction of latitude).屬地心緯度恆小於地理緯度.



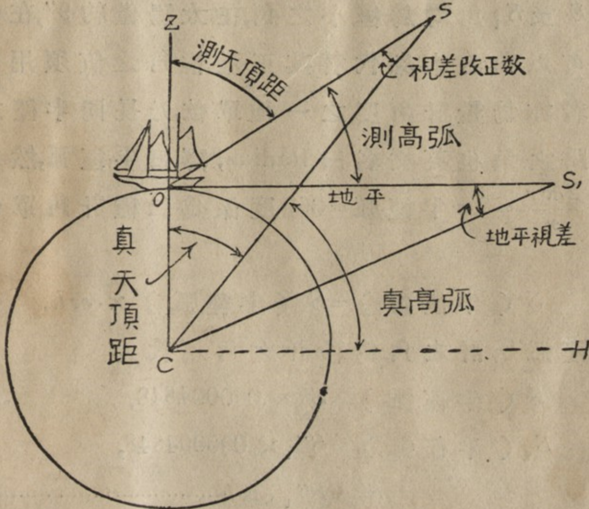
第四二圖

其竪線角數值隨處不同,從緯度 45° 處下至赤道上至球極,其值由 0°11′30″ 乃逐變至 0°.在地面觀測所得之數值均須改爲與地心相應之數,然後方得與其他以地心爲本之數值相併.如此改正,苟欲求精確,必須用屬地心緯度.在平常之改正,則視地球爲圓體卽已足矣.

§71. **視差**　曆書所載之天體經緯皆歸本於地心,而測望所得之經緯乃由地面一點量度者,故須改歸以地心爲本.實際常遇之事爲由測得天體之高弧(或天頂距)變歸屬地心高弧(或天頂距).蓋天體除月以外,其去地之距離至大,足可視

地為圓球體.卽以月言,其所生之差亦較用小測器度量所生之差為微也.

第四三圖 ZOS 角為測得之天頂距,S_1OS 為測得之高弧.而 ZCS 為眞(屬地心)天頂距,HCS 為眞高弧.是以在 O 處所視之天體較在 C 處所視者為低.天體之在天球上視位之如此變易名曰視差(Parallax).此視差之影響減低天體之地平緯度(地球為扁圓體,故地平經度亦因之而生差,惟屬微小,暫不論耳).由圖可知 OS 及 CS 兩方向之差等於 OSC 角.卽視差之改正



第四三圖

數(Parallax correction)也.若天體正在天頂,O 及 S 同在一線上,其角為零度.若在地平(在 S 處),則其角變為 OS_1C,其值於此時為最大,名之曰地平視差.

在三角 OCS,其 O 角為已知之數,因高弧或天頂距已被測出也.OC 為地球半徑(約3959美法定里),CS 為地心至天體心之距離,若天體為太陽系之一,亦為已知之數.則 S 可藉三角

公式推求之如下.由 OSC 三角形有

$$\sin S=\sin ZOS\times\frac{OC}{CS},$$

由正三角形 OS_1C 有

$$\sin S_1=\frac{OC}{CS_1}.$$

S_1 角為地平視差(Horizontal parallax),曆書中有其數值,故上式改書為

$$\sin S=\sin S_1\sin ZOS,$$

$$\sin S=\sin S_1\cos h\cdots\cdots\cdots\cdots(51)$$

須知 S 及 S_1 角均為極小之角,在太陽僅約 $9''$,在太陰亦僅 1° 而已;故可以角之本身代替其正弦,惟角之值須用半徑弧計之.半徑弧者亦為量計角度之一種單位,乃長同半徑之圓弧對其本心所跨之角也.英文名曰 Radian,譯曰半徑弧,然亦有譯為本位弧者.$\frac{2\pi r}{r}=2\pi$ 半徑弧$=360$度係為二種計角單位之關係.既得

$$S(\text{半徑弧})=S_1(\text{半徑弧})\times\cos h,$$

為變此半徑弧所計之角為秒計之角須代入

$$S(\text{半徑弧})=S''\times.000004848,$$

$$S_1(\text{半徑弧})=S''_1\times.000004848,$$

結果得

$$S''=S''_1\cos h\cdots\cdots\cdots\cdots(52)$$

即

$$\text{視差改正數}=\text{地平視差}\times\cos h\cdots\cdots\cdots\cdots(53)$$

註　變半徑弧為秒可用 $1''$ ($=0.000004848137$) 之弧除之,或以 206264.8 $\left(=\frac{180\times60\times60}{\pi}\right)$ 乘之.

例如推算1925年5月1日太陽在視緯為 50° 時之視差改正數以明(53)式之應用.由曆書查得地平視差為 $8''.73$, 所以改正數 $8''.73\times\cos 50^\circ=5''.61$,眞緯度為$50^\circ00'05''.61$.

卷後表四(A)載有太陽視差改正數之概數.

設 R 爲地球半徑,D 爲天體至地心之距離,因

$$\sin S_1=\frac{OC}{CS_1}=\frac{R}{D},$$

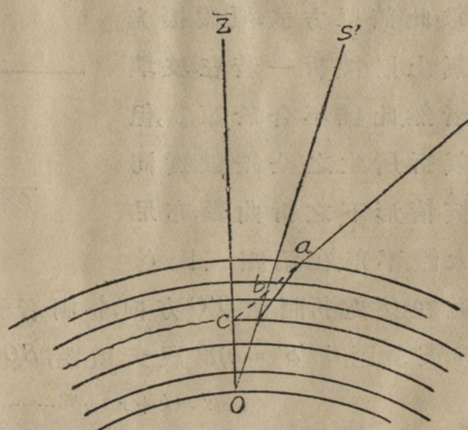
故

$$D=R\div\sin S_1=R\div S''_1\times 206264.8$$

$$=\frac{R}{S''_1}\times 206264.8\cdots\cdots\cdots\cdots(54)$$

此乃地平視差與天體(日月及行星)距地之關係也.因地球爲橢圓體,所以天體之地平視差隨地微有變異.在赤道爲最大,蓋至地心之距離爲最大也.現均以赤道地平視差爲標準.

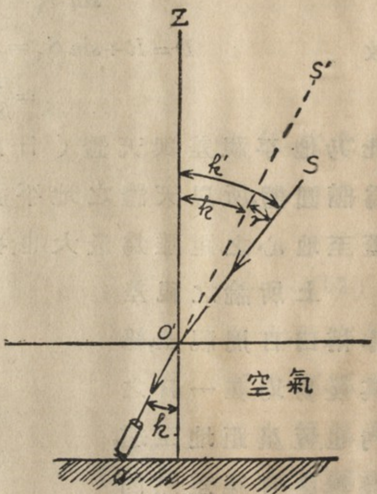
上所論之視差亦稱曰日周視差,緣其變易均在一日之內也.恆星距地至遠,幾無逐日視差;然因地球公轉而有年周視差(Annual parallax).從其年周視差可粗定其距地之遠近.年周視差亦曰黃道半徑差.



第四四圖

§ **72. 蒙氣差**(Refraction correction) 天文折光乃天體因其光線經過空氣被折而生之視位變易也.此項變易之角度卽折光改正數,名曰蒙氣差.因空氣在低處之密度較大,所以光線折成曲線向上凸出,愈至低處其曲愈銳而向下低.如第四四圖由 S 星來之光線從 a 起折爲曲線以至於 O,測者在 O 處見光一若自 S' 沿 bO 線而來者.星之位置因之較實際爲高矣.此 S 及 S' 兩方向之差乃由視天頂距或視高弧得眞天頂距或眞高弧所必用之改正數也.蒙氣差能增大天體之高弧而不變其地平經

度.在天頂其差爲 0, 在地平其差最大,雖與視差相同,但其變易所據之規律不同於視差.蒙氣差隨溫度氣壓,而有變易,故其改正數之完全方式須合於各該地之緯度溫度及氣壓,實爲一最複雜者.但用小測器測天時,苟已知其數之極限,得一簡單方式即可應用.爲推求此簡單方式,須假擬光道在空氣上層被折一若在玻璃片上面者然.此雖不合於事實,但光道被氣折所生之全差數實同於在所擬情形下之折曲數,亦足證明其大體不差.在第四五圖 S 星之光道在 O' 處折而循 $O'O$ 方向,令測者視該星在 S' 處. $ZO'S$ $(=k')$爲眞天頂距,$ZO'S'(=k)$爲視天頂距, $SO'S'(=r)$ 爲蒙氣差,是以



第四五圖

$$k'=k+r \qquad (55)$$

凡光線經質稀之處而至質密之處（由眞空至大氣中）均依

$$\sin k'=n \sin k \qquad (56)$$

規律曲折之,式內之 n 爲折光之指數.在大氣中折光,此數爲 1.00029. 代(55)入(56),則有

$$\sin (k+r)=n \sin k \qquad (57)$$

展開得 $$\sin k \cos r+\cos k \sin r=n \sin k \qquad (58)$$

因 r 爲極小之角不能大過 $0°34'$, 故令

$$\sin r=r,$$

及 $$\cos r=1,$$

無大錯誤.由是得

$$\sin k + r\cos k = n\sin k,$$

$$r=(n-1)\tan k \cdots\cdots\cdots\cdots(59)$$

式內 r 爲角之半徑弧數.

變 r 之半徑弧數爲分數須以 $1'$ $(=0.0002909)$ 之弧除之,所以 r 之半徑弧數以分計之略爲

$$r_m=\frac{.00029}{.00029}\tan k \cdots\cdots\cdots\cdots(60)$$

$$=\tan k \cdots\cdots\cdots\cdots(61)$$

$$=\cot h \cdots\cdots\cdots\cdots(62)$$

此式極簡便,然不能卽作爲折光之眞規律.從天頂($k=0$)至 $k=80°$ ($h=10°$),蒙氣差頗合於 k 之正切 ($\tan k$),過此卽不準確矣.表一蒙氣差之數係用精密之方式算出,合於華氏表 50° 及大氣壓 29.5 英寸情形者.以此較之,卽證明上式不合之程度矣.

例如測得太陽下緣之地平緯度爲 31°30′,由(62)得 r 爲 1′.63 (1′38″),改正之地平緯度爲 31°28′22″.但用表一則 r 爲 1′33″,眞地平緯度爲 31°28′27″ 矣.相差 5″,用工程家轉鏡儀(Engineer transit)測天,如此之差數並不爲要也.如有蒙氣差表仍宜用表,如無蒙氣差表而只有正切表,卽可用(62)以求之;惟須知高弧低於 10° 時該式卽不可靠矣.表八爲太陽蒙氣差及視差之改正數.

蒙氣差之概數在天頂爲 0,在 45° 高弧處爲 1′,在地平約爲 34′ (32′ 至 40′),較太陽視徑 32′爲大.所以太陽已落地平下,以有蒙氣差故,仍能得見太陽約有 2 至 4 分鐘之久.日出時亦能於日未出地平 2 至 4 分前得見太陽.故晝時因有蒙氣差遂致增長 4 至 8 分鐘,而夜則短 4 至 8 分.此增長之時隨太陽每日周圈與地平所作之斜角而異.該斜角逐日不同. 8 分鐘乃所增

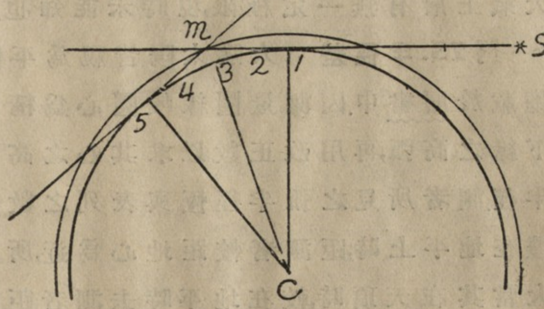
之時之最大值也.

氣壓表(Barometer)以 55° 爲中數,升則差角變大,降則差角變小,升降十分英寸之一差角變三百分之一.溫度表(Thermometer)降則差角變大,升則差角變小,升降一度差角變四百二十分之一,此其大概也.

蒙氣差不獨變物之高度且能變物之形狀,如太陽近天頂時則見爲平圜,近地平則橫徑大於豎徑而見爲橢圜,最近地平則下半更扁於上半,既非平圜亦非橢圜.蓋漸近地平差角漸變大,下差角大於上差角,故豎徑變小而橫徑不變也.人視日月近地平時覺大於近天頂時,非由蒙氣差,亦非目誤,乃意會之誤.蓋近地平有遠樹相襯而覺其大,近天頂無物相襯而覺其小也.用器測之,則近地平時日之視徑與近天頂時略同,月之視徑非特不變大且反變小,離人目更遠故也.

若大氣受極大擾動,天體之位置上下移動,用大測天鏡測天,見星有些微跳動,卽此之類也.

日將出前或剛落後天空有朦朧影(Twilight)成晨昏分,乃高層大氣回太陽之光返照於地而入人目也.此類返照或因大氣有細微雜質,如冰屑、塵星、水點等等,或者氣體自有返光之力,現尙不能確定也.如第四六圖 S 太陽對在 1 處之測者爲正在地平,此時天空滿有光明.迨地球轉動(自轉),測者由 1 至 2,此時當見東方有朦朧之暗紅弧形之影,分界上之光明及下之黑暗.迨移至 3,僅西方有光,分界之弧已不明顯.迨至 4,僅有微光留在西方.而至 5 時,則大地全黑而入夜矣.有此朦朧影之時間隨大氣之高及太陽逐日周圈與地平所作之斜角而異.概言之,其光可延至日已由地平沉下 18° 時(卽 $1C5$ 角約爲 18 也).



第四六圖

在緯度 40° 處,日沉至該點所需之時,當夏季晝最長之日約爲 2 時,是爲最大時間之朦朧影.在八月二十一日及五月一日約爲一時三十分,是爲最小.而在冬至日約爲一時三十五分.

在高緯度處可再延長其時間,變動較大,其最短時之日期亦有移動.

在赤道處其時間最短,在海上頗少過 1 時者.在高處如山頂等,其時間可短至 20 分,蓋因大氣清潔而稀薄,返光之力小也.

朦朧影本無關於天文測量,不過因折光而連及返光,故於此略述之.然由朦朧影亦可得大氣高度之概數.從四六圖可見當朦朧影息滅之時,最末有光之部分係在測者處(5)及日落處(1)中間(3)之大氣頂部.若 1 至 5 之弧爲 18 度,則 1 至 3 爲 9 度.如是命大氣之高爲 H,地球半徑爲 R,若不計折光之差,則 $1m$ 及 $5m$ 均爲直線.故在正三角形 $1Cm$ 有

$$Cm = 1C \times \sec 9°,$$

或

$$R + H = R \times \sec 9°.$$

由是

$$H = (\sec 9° - 1)R.$$

由此推得 H 約 50 英里,惟須減去 5 分之 1 以應折光之差,故大氣之高約爲 40 英里也.

不能卽以此數爲大氣之高,不過在該高度處無可見之朦朧光影而已.由隕星流星之證明,大氣之高約爲 100 英里.究竟

大氣上層有無一定極限,現時未能知也.

§73. 半徑差 太陰太陽皆視爲平圓形,其每日之弧半徑備載於曆書中.因測量圜緣較圜心爲精確,故通常測其上緣或下緣之高弧,再用改正數以求其心之高弧.此改正數等於其弧半徑.測者所見之弧半徑恆與表列之數有微差,其故有二:當天體在地平上時,距測者較距地心爲近,所以弧半徑較表列之數大;當其在天頂時,較在地平時去測者距離約近4000英里,太陰距地約240000英里,故其弧半徑約增六十分之一,即約增16″.

光被氣折在低度處大,在高度處小;故日月下緣之升高較大於上緣,遂使其豎直徑視有縮小之象.日月在地平時此象尤甚,其平圜形視若橢圜形矣.因所用之蒙氣差數與所測邊之高弧相當,故此豎徑縮小無何影響於測得高弧.但用六合儀量月緣與日或星間之弧距離,則不能不計其縮小矣.表四(B)載有每月一日太陽弧半徑之約數.

§74. 海平面之低角 若在海上用六分儀(Sextant)測高弧,須由所得之數減去海平面低於眞地平之角方得由眞地平所測之高弧.如第四七圖測者在O點,OB爲眞地平,OH爲海平面.命$OP=h$,是爲測者之目去海面之高,以英尺計之.$PC=R$,是爲地(視爲球形)之半徑,D爲所低之角,於是由三角形OCH得

$$\cos D=\frac{R}{R+h} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(63)$$

以$\cos D$之連級數$1-\frac{1}{2}D^2+\cdots\cdots$代入之,並棄去其二次方以上之各項,則得

$$\frac{D^2}{2}=\frac{h}{R+h}.$$

因h與R較爲數過小,可以不計,故得

$$\frac{D^2}{2}=\frac{h}{R},$$

及
$$D_{\text{半徑弧}}=\sqrt{\frac{2h}{R}}.$$

R 之值爲 20884000 英尺,以 1 分之弧(0.0002909)除之,D 卽化爲以分計之角.

$$D'=\frac{1}{\sqrt{\frac{R}{2}}\times 1'\text{弧}}\times\sqrt{h}$$

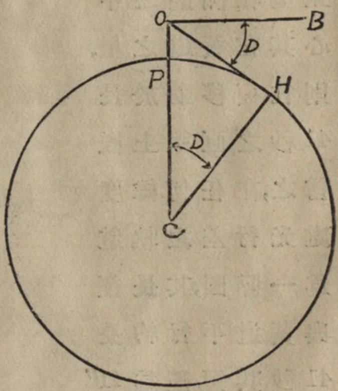
$$=1.064\sqrt{h}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(64)$$

此乃海平面低角之尙未計蒙氣差者也.但地平本身亦受蒙氣折光之差,故海平面低角小於上式所給者.若隨意改其1.064係數爲 1,該式卽更逼眞且頗簡便,但仍嫌低角稍大耳.

$$D'=\sqrt{h}\text{英尺}\cdots\cdots\cdots\cdots(65)$$

若改用公尺以計 h,並棄其奇零小數,則得更較逼眞之式:

$$D'=\sqrt{3h}\text{公尺}\cdots\cdots\cdots(65a)$$

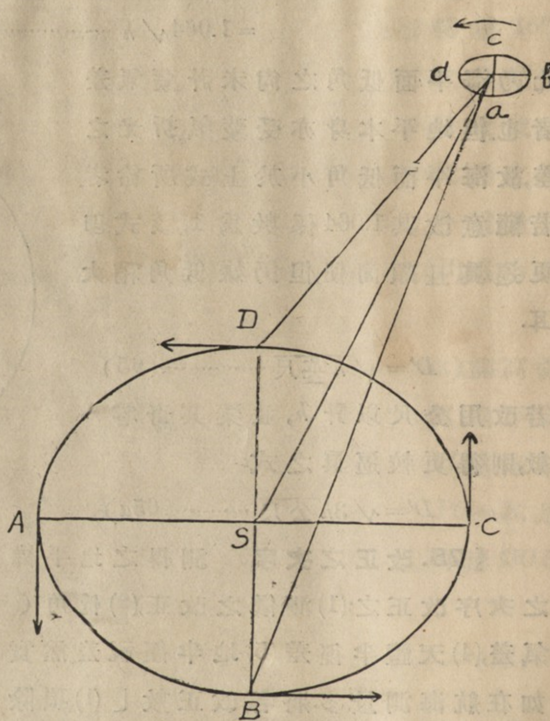


第四七圖

§75. 改正之次序　測得之地平緯度,嚴格言之,須依下列之次序改正之:(1)測儀之改正,(2)低角(如在海上測天),(3)蒙氣差,(4)天體半徑差,(5)地半徑視差.然實際甚少如此改正者.例如在航海測量多將各改正數〔(1)項除外〕併爲一數,製成表,其主數曰目之高(Height of eye)及測得高弧(Observed altitude).

§76. 光行差　光行差乃天體視位因其光之行及測者之行(地公轉)相併而生之移動.此項移動令諸星共向天空一點,卽本時地行方向諸平行線之合點也.地球行於黃道,則此點

必居黃道面.若以地公轉之速度爲均勻不變,且其行道爲圓形,則光行年差使在黃極之星之視位有20.5秒之移動.其移動之方向亦時時變更,所以一年中畫成直徑41秒之小圈.地球軌道轉行之方向恆在黃道面,向日視之,其方向恆指右(東).所以星之視位亦向該方微移而不離黃道面,並恆在地球所在經度前90度(即太陽後90度).故趨星前行於光行差軌道中(此道之面與黃道面平行),一年一周,而與地球前後恆有90度之距離.設地不動,必見星在橢圜之中心.其在黃道之星,則往復移動於長41秒之直線上.概言之,在任何緯度處光行差之軌道爲一橢圓,其長徑與黃道平行約長41秒,其短徑爲41″ × $\sin u$, u 乃星之黃緯,即去黃道之高度也.因地自轉而生之光行日差在赤道爲0.32秒,是爲常數,在其他

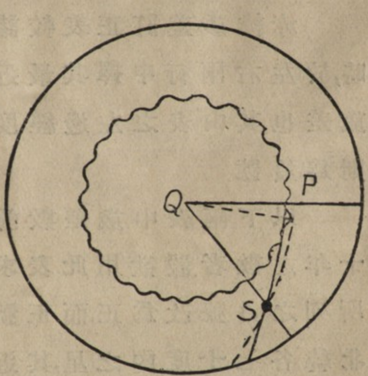


第四八圖

之處爲 $0''.32 \times \sin l$, l 乃所在地之緯度也.凡星之光行日差當其過子午線時爲最大.其影響在增加其赤經度.其增加之數等於 $0''.32\ \cos l \sec d$, d 乃星之赤緯也.

凡物發光入我目,我方見物;然我所見之光,非我見時所發之光,乃未見前所發之光.其光自物至我目,中間所行之時,卽我見物距物發光之時.準地球速度推得光行差而改正之,得恆星之眞方向;然此方向非發光時地球至星之一直線,乃光到時地球至星之一直線也.故凡步行星當以星地之距推光行若干時始至地.此若干時中地當行若干路,星當行若干路,乃能得星視行度之全差.此差令星行之方向與視行之方向不符,其故有二:一爲光行差,卽地行與光行相合而生;一爲光道差,乃因光行之時星亦行而生.光道差恆幷入光行差而合推之.光道差亦曰光差.

§77. **歲差及章動** 歲差章動僅影響於星之黃經而不變易其黃緯,蓋其差由於地軸之有移動而非由於黃道之變移位置也.至於赤經赤緯則均受有變動矣.天空諸曜因此二動其方位時時生變.故凡言諸星之經緯度,必當云在某年,又當分別平赤經度眞赤經度.眞赤經度者,從春分實在之點起算也(平赤經度者,其起算之點乃假設不受章動之變動春分點應在之處也).凡推步皆用一定之元(Epoch),或用正月初一日,或用每十年之第一年,或用每百年之第一年,皆推其時之歲差及章動而定其赤經緯度.如第四九圖Q爲黃極,P爲赤極,S爲星,PQ爲黃赤大距$(23°27')$,QS爲星之黃緯餘度$(90°-u)$,PQS角爲星之黃經餘度$(90°-v)$,皆爲星在某時之已知數.QS不隨時變,其PQ及PQS角皆隨時因歲差章動而微變,用所變



第四九圖

弧角求 PS 邊及 QPS 角卽可定赤經緯度.蓋 PS 卽赤緯餘度 $(90^\circ - d)$，而 QPS 角乃赤經加90度 $(r+90^\circ)$ 也.歲差之經度與積時比若50.1秒與一年比,而無緯度差,故黃赤大距不變.章動則兼有經緯度差,其數卽地軸所行小橢圓之諸縱橫線也.

§78. **赤經緯之訂正**　天體赤經度如用下列之表,則以每十年為之訂正一次.欲知某星在所定時期後十年之赤經,當用表中查得之數加於原有之赤經,此數卽歲差也.反而言之,若在所定時期之前者,應取表中查得之歲差,由原有之赤經減之.設所求者或多於十年或不及十年,則其歲差以中比例間求之.

表之上下二橫行載明赤緯,其首末二直行載明赤經.欲查某星之歲差,應將赤經變成最近之時,赤緯變成最近之度.其在北半球之星應取最近十度之赤緯,由表之上橫行或下橫行查得之.查得後沿直行上下行,至於赤經,則應於首直行查之.查得後沿橫行行.兩行相交之數卽十年歲差也.星在南半球者,亦如是,惟其赤經應於末直行上查之.

赤緯歲差訂正表較諸前表更為簡易.取某星之赤經化為時,於左右兩行中擇其最近之數查之.其中一行卽十年赤緯之歲差也.其由表之左邊經度查得之歲差為正號,由右邊查得者則為負號.

以下兩表中歲差數前之正負符號乃用於求所指元時後十年之數者.設欲用此表求所指元時前十年之數,則應將表中所列之負號改為正,而正號改為負;惟此表之適用限於赤道南北緯各七十度內之星,其近南北二極之星均在除外.

例題　五車二 Capella 在1880年時其赤經為5時5分,赤緯為45度9分,試求此星1905年之赤經赤緯.

最近此星之赤經為5時,最近之赤緯為50度.查赤經訂正

表 *E*. 赤經歲差訂正表

北緯之赤經	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	南緯之赤經
h h 18或18	m +0.51	m +0.47	m +0.43	m +9.38	m +0.33	m +0.25	m +0.13	m −0.10	h h 6 或 6
19 ,, 17	.51	.47	.43	.39	.33	.26	.14	0.08	5 ,, 7
20 ,, 16	.51	.48	.44	.40	.35	.28	.18	−0.02	4 ,, 6
21 ,, 15	.51	.48	.45	.42	.38	.32	.24	+0.08	3 ,, 9
22 ,, 14	.51	.49	.47	.45	.42	.38	.32	.21	2 ,, 10
23 ,, 13	.51	.50	.49	.48	.46	.44	.41	.35	1 ,, 11
0 ,, 12	.51	.51	.51	.51	.51	.57	.51	.51	0 ,, 12
1 ,, 11	.51	.52	.53	.54	.56	.58	.61	.67	23 ,, 13
2 ,, 10	.51	.53	.55	.58	.61	.64	.70	.82	22 ,, 14
3 ,, 9	.51	.54	.57	.60	.64	.70	.78	0.94	21 ,, 15
4 ,, 8	.51	.55	.58	.62	.67	.74	.85	1·04	20 ,, 16
5 ,, 7	.51	.55	.59	.64	.69	.77	.88	1.10	19 ,, 17
6 ,, 6	+0.51	+0.55	+0.59	+0.64	+0·70	+0.78	+0.90	+1.12	18 ,, 18
北緯之赤經	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	南緯之赤經

表 *F*. 赤緯歲差訂正表

赤經	歲差	赤經
h h	′	h h
0 或 24	±0.06	12 或 12
1 ,, 23	.05	13 ,, 11
2 ,, 22	.05	14 ,, 10
3 ,, 21	.04	15 ,, 9
4 ,, 20	.03	16 ,, 8
5 ,, 19	.01	17 ,, 7
6 ,, 18	±.00	18 ,, 6

表首直行所列之 5 時及橫行 50 度,兩行相交之處得 +0.77, 卽十年間此星之歲差也.自 1880 年至 1905 相距 25 載.其歲差爲 $2.5\times 0^m.77=1^m.925$, 約得 2 分弱.再以 5 時求赤緯訂正數.於表中得十年中之赤緯歲差爲 $(+0'.01)$. 以 $2.5\times 0'.01=0.025$, 此項差數極微,可以從略.故得 1905 年星五車二之赤經爲 $5^h5^m+2^m=5^h7^m$, 而赤緯仍爲 $45°9'$.

如用前題求在所指元時 80 年前之歲差,在 1880 年五車二赤經歲差 $0^m.77$,赤緯歲差爲 $0'.01$. 由 1880 年上溯 80 年爲 1800 年.相距 80 載,以 10 除之得 8. 本上節說明之理求在元時前者,其正負號應當互調,則數內之本當加號者今當易爲減號;故有赤經差 $=-8\times(-0^m.77)$, 約得 6 分强.又赤緯差 $=-8\times(-0'.01)$,約得 1 分弱.由元時經緯減之得在 1800 年時五車二之赤經爲 4^h59^m, 赤緯爲 $45°8'$.

又恆星錄除載在某元時之赤經緯外,並附有經緯之百年總差,及百年之變數.總差者,歲差與恆星自行之合數也.百年變數乃總差消長之數.設 V_r 及 V_d 爲赤經緯百年總差,S_r 及 S_d 爲百年變數, t_0 爲元時, t 爲所求年首, r_0 及 r 爲 t_0 及 t 時之赤經, d_0 及 d 爲 t_0 及 t 時之赤緯,則用下式可由 t_0 時之赤經緯推 t 時之赤經緯.

$$r=r_0+\frac{t-t_0}{100}V_r+\frac{1}{2}\left(\frac{t-t_0}{100}\right)^2 S_r \qquad (66)$$

$$d=d_0+\frac{t-t_0}{100}V_d+\frac{1}{2}\left(\frac{t-t_0}{100}\right)^2 S_d \qquad (67)$$

上所論者係就星在元時已確定之赤經緯改爲在其他年首之赤經緯.若用子午儀或赤道儀所測得之赤經緯,均有微差,當改正之,方得確定之眞赤經緯.

以蒙氣差改之,則知無蒙氣時星當在何處.以視差改之,則

知從地心視星當在何處.以光行差改之,則知地不動視星當在何處.以歲差章動改之,令天空屢變之赤道改爲一定之赤道.凡測天所得無此五改,則不能作表圖及製天球(若所測者爲日月,尚須改正日或月之天體半徑差).諸改法分爲二類:其一令諸星相與之方位俱變,是爲實改;其一相與之方位不變,是爲法改.蒙氣差、光行差、視差之改,皆實改也.歲差、章動差之改,皆法改也.凡實改者,諸曜之差皆共向一點.如蒙氣差令諸曜皆向天頂點,地半徑差令皆向下天頂點,黃道半徑差令皆向太陽心點,光行差令皆向地行方向諸平行線之合點.改之皆令向對面一點.

第六章
測量儀器

§79. 儀器總論　測天之事,宗旨不一.有時欲測兩體在某定時之視距離,有時則測天體在某定時所佔之位置,亦有時測其到天球某定圈處之時,而此某定圈則概爲子午圈;然亦有時僅考查其表面,量計其光,或考驗其彩色帶.凡此諸事,各有其特別計畫之儀器,以應其用.

造測天器爲工之最精細者,非精通幾何之理不能充此工.如作銅環分爲 360 等分,置其中心於軸端令其面恰平,似甚易事,而不知此事極難.蓋測角度用遠鏡,設遠鏡放大力爲一千,則測天差一分,一若差一千分矣.設10英寸爲半徑,則一分角度爲周線 350 分寸之 1,非顯微鏡不能察矣,然此尚爲測天麤器.今西國觀星臺之器能分一秒之角度.夫一秒之弧不滿 200000 分半徑之 1,故以 6 尺爲徑,則一秒之弧不滿5700 分寸之 1,非大力顯微鏡不能分也.於銅環周分 360 度,令無微差,已非易事,況度既成再作分,分既成再作秒,世未有能作如此細分而無差也.即曰能之,而寒暑及質重俱能生差.蓋寒暑能令銅長縮,不能令環通體同變,故生差.而四周所憑不能如一,故質重亦生差.又安環於架時必微有震動,亦能生差.故近法先安環於架,然後分爲度分,再用諸巧法分爲極細分,然亦不能無差也.要之天學家所願得之器,良工不能造,不得已精心設法補救良工之差.故測量必當擇時,又必當知器之差,又必當知器之質性.考之既詳,乃用其正者,去其差者,此爲天學家之妙用,然理甚深曲,此特言其大略耳.

用有差之器能令測得之數不差,爲天學家之要事.其法必精心勤求其差,或改正器,或改正所得之數.考器生差之故,其大端有三:一曰自然之差,人力不能爲,氣之變化是也.所以蒙氣差雖有表,與實測恆不合,其理人不能知,故大小不能定.又器之大小方向亦因寒暑而生差.其餘不能備述.二曰測量之差,乃人不巧便,或目力不精,或測量略先略後不得眞時之度,或天氣不淸,或器之力不足,或器微動,如是者亦難枚舉.三曰器之諸差,分爲二端.其一器不精,或軸筍不正,圜或環心不在正中,或非的係正圜,或非眞平面,或度分不停勻,其他亦難盡言.此非心目之過,測天者每恨之.其一置器不審,或配合未能恰好,或動分相屬未能恰好,此不能免者.如地面或房屋不十分堅實,雖生差甚微,在他事可不論,而於測天則不能不論也.又如工匠安器時,非極穩固久而生差.此諸差最難知,蓋非用本器不能知器之地平子午卯酉地軸等諸要線有差與否,而用本器測本差則甚難也.

設所差有定數,則能用法改正之.而自然及測量諸差參差不齊,故必累次測望約取其中數,則出入相消而得數略近也.至於工匠及安器諸差須恆防之.凡人之手,器之體,必不能成正圜,及直線、垂線,但其差甚微,目不能見,手不能揣,而測望時必能覺之.蓋人所造之器與造所生之物,以大力鏡勘之,而知人所造者其差甚大,可立見也.故先測望,以所得之數造法,卽以其法考測望之器,求其誤而改正之.循環察驗,其差易去也.考天地自然之法,必由漸而精.先用疏器,測得數亦疏,命名亦疏.以所得數細考之而知其不合.或仍其名而釋其理,或立新名.如此考察必至其名與測量之實合而止.當考求時,大法之中又生小法,故初所立名及數皆當改易.而用新法時其中又有分支之法,必再考之.凡初得之法,其理往往誤會.心以爲如此,與所測恆不合.初以爲偶

然,再四推之皆然,然後知器必有差,乃推其差之最大當得若干.若最大之差大於測望當得之差,則器爲無用,或棄之,或改正之改正非能消其差,但令差益明而知前所立法俱當改.故幾次測望,新理乃明.

凡考天覺有不合理處,必思有未知之理隱而未顯,則以測望之數列表.見表有級數之理,則再改正器.復測之,而不合之數與前不同,則或係器差,用幾何之理推其差之根.凡器必有差,若不知其差之例,恆誤謂天地之理.蓋天地之理與器之差,恆雜而難分也.此差非同測量之差生於偶然,由於器之病.器不改,差不滅.所以或造器,或安器,必俱有一定法推其差.此差旣明,方知其中有一級數之差與此不合理之事合.昔所難分者一旦忽分,故測望能正器之差也.

天學家最要者,當先明器之理.此理明,則造器安器差俱能知,而有法以消其差,測天乃密也.假如器之理,環與活軸當同心,而人所造不能一定同心,則考其不同心當得差若干.乃準幾何理,環軸不同心,一邊之角必較小,一邊之角必較大.又兩心相去無論若干,於環之相對二分各測其角,取所得之中數必無差.蓋此大彼小恰相消也.又器之理其軸當與地軸平行,而人所安不能恰平行,則當考其不平行之差.凡此考器差之理,乃最要事.若一一明之,則器雖不精,用以測天仍精密也.此準幾何理考之不難.後凡言大小各器,俱作精器論也.

上所論凡欲從事天學者,必應知之.天學必由疎漸密.今略舉數條言之,古未有測天之器,有俱大智慧者仰觀而知各星每晝夜繞極一匝.後用疎器測之,覺諸星繞極之道非平圜而近橢圜,愈近地平愈橢.考之,非器之差.推求其故,忽悟蒙氣之理.則知測望所得星道有蒙氣差.以法推之,而得眞星也.

未有器時,覺諸曜一晝夜俱繞地心一匝.後用器測諸曜過午,以鐘表測時,知有不同,且亦非測量之差.細測諸恆星至子午圈時俱同,而一匝非同太陽24時,乃爲23時56分4.09秒.故有恆星日,有太陽日.二日不同.若以太陰言之,所得之日更長,爲24時54分也.

§80. 工程家轉鏡 工程家轉鏡乃量測地平角及豎角之儀器也.論其原理,可視如遠鏡(Telescope)之視物線(Line of sight),能繞兩軸轉動(一爲豎軸,一爲平軸,兩軸相交成直角),而用物鏡(Object glass)之光心及其焦點處所置之髮線交點可定視物線.儀器之豎軸與兩套軸相合,兩套軸各連於地平圜板.下圜板帶有刻成度分之圓圈,用以量地平角.其上圜板在兩邊相對處有兩游尺,便於讀圓圈所量之角也.上圜板之上端有兩豎柱以承地平軸,遠鏡即安於是處,繞該軸以轉動也.地平軸之一端有一豎弧(或圈),在豎柱上有一游尺(Vernier),緊接於該豎弧,以便讀其所量之角度.圜板及地平軸之行動均有備妥之夾器及行動甚慢之螺釘以節制之.在上圜板上有兩水準器用以定儀之地平面,換言之,即使豎軸與重力方向相符合也.

轉動豎軸可使儀器全體在地平面內轉動.而轉動地平軸,可使遠鏡在豎面內轉動.有此平豎兩項轉動,可使視物線居任何所欲之方向矣.視物線在地平面之行動,用游尺指針沿地平圜板所經過之角度量之.在豎面之圓行動,用附於豎柱之游尺在豎弧上所指之角度量之.遠鏡附有一長水準以定地平之方向.當氣泡在正中時,視物線乃正在地平面內.苟求儀器安置妥貼,須合於下列諸情形.

(一)各水準器之軸在與豎軸成直角之平面內.

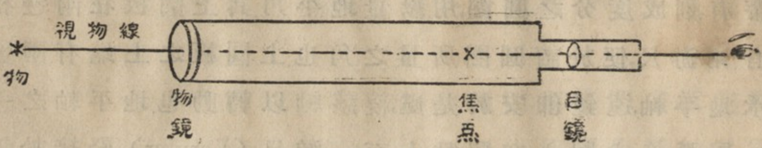
(二)地平軸與豎軸成直角.

(三)視物線與地平軸成直角.

(四)遠鏡之水準器平行於視物線.

(五)當氣泡在附於遠鏡之水準管之正中時,豎弧之游尺正讀爲 0.

當圜板之水準氣泡均引至其管之正中時,且轉動下圜板使其游尺於遠鏡指南時讀爲 0,則遠鏡無論至何位置,其平圜板及豎弧之游尺讀數乃地平座標法之經緯度（見12節）也.若將地平圈夾住而使遠鏡旋轉一周,則視物線在天球上作一大圈;若夾住遠鏡而使儀器繞豎軸旋轉,則視物線畫成錐體形,且在天球上作出一地平緯度平行圈.



第五〇圖

§81. **誤差之消滅**　用轉鏡測地平緯度較測地平角爲難於精確.地平角可再三重復測之,以增進其精確.若測地平緯度雖重復測之,亦無進益,此蓋儀器之構造使之然也.豎弧只有一游尺,故其偏心差不能消滅.且此游尺之讀數常不能如地平游尺之較近確實.其最大之誤差而可使之消滅者,是謂之指數差(Index error).測得之地平緯度不同於眞數者,其故有二,當遠鏡水準氣泡居中時游尺之 0 未必與圜圈之 0 相符合,一也;氣泡居中時視物線未必平,二也.消滅第一項差,僅須計取游尺在水準氣泡居中時之讀數,作爲測得高弧之改正數;爲消滅第二項差可作兩次測量.第一次所得之高弧係從地平內正在所測物體下之一點量計者;第二次乃從該點之對方一點量計者.換言

之,即當遠鏡地平髮線正注物體時計取豎圈之讀數,然後將遠鏡繞豎軸翻轉 180 度於地平髮線注物時再計取讀數.此兩次讀數之平均數,即無視物線不平之差誤矣.然此法只能施之於小儀器之有整個豎圈者.如此倒轉,其游尺未整妥貼之差誤亦被免去,更勿庸先定其差數如上所述矣.若豎圈之刻度僅向一方,則須將第二次讀數由 180 度減去之,再與第一次讀數合併而取其均數.以上所述者乃假定倒轉遠鏡計取讀數時,圓板水準氣泡留居正中表明豎軸仍爲正直.若非如此,即須重將儀器安平,方能測量第二次高弧,故此二次高弧讀數之較於此含有三項誤差也.若不欲重找地平,則於遠鏡在兩次位置其水準氣泡居中時,計取豎圈讀數,分別改正,亦可消滅其差誤.若儀器只有豎弧而無豎圈,其遠鏡水準氣泡之軸須與視物線平行,並其豎軸亦須眞爲豎直.使兩圓板上水準氣泡居中將儀器轉 180 度經度角,然後再用水準螺釘(Levelling screw)使氣泡反回一半路,如此可得眞正豎軸.苟豎軸爲眞正豎直,則無論儀器轉若干經度角,其各氣泡均停留於管內之同一部分.調置遠鏡之水準氣泡亦可使豎軸成爲眞正豎直,先用一對水準螺釘將其較準,再用豎柱上之切線螺釘(Tangent screw)使其泡居中,於是繞豎軸使遠鏡轉 180 度,若氣泡離開中點乃用切線螺釘使之反回一半路,再用水準螺釘使該氣泡回至中心.如此調置須重復爲之,以試其準確.轉動遠鏡使之與向之位置成直角而重調置之,即所以試其確否也.苟欲求精確須如此法調置,蓋遠鏡氣泡較圓板氣泡爲靈敏也.

若視物線不與平軸作直角,或平軸不垂於豎軸,因此而生之差亦可併兩次測量以消滅之,每次須變其測儀之位置.若第一次測地平角時豎圈在測者右方,則第二次再測此角時豎圈

須在其左.此兩角之中數卽無此兩項差誤.蓋因地平軸兩次之位置在眞地平線之左右相稱處,而視物線兩次之方向在遠鏡轉軸之眞垂直線左右亦相稱也.若平軸不垂直於豎軸,則視物線必畫成一平面斜交於眞豎直面,因此視物線不穿過天頂,而地平面及豎角均不能免有差錯.是以精確之儀器均另備一跨置水準(Striding level),可跨置於平軸承架之上;俾測者得較準平軸,或量其斜度,而無須照看圈板水準矣.此跨置水準於正反兩次測量均須用之,用其兩次得數之中數可免去該水準本身之調置差誤也.視物線恆不能穿天頂,縱平軸調置得宜,亦不能免,所以或變換測器位置作兩次測量,或調置其髮線,乃必須之手續也.凡器之誤差,除大器外,多難考定俾得改正.

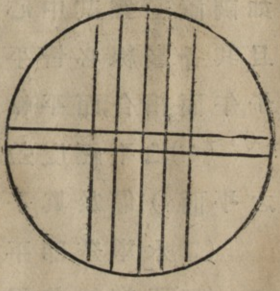
§ 82. 轉鏡之附件 用轉鏡測星,須設法使所見之處有光亮,故轉鏡有備一陰影管者.管中安一反照鏡(Mirror),使該鏡傾斜且挖去其中心部分,若在遠鏡一旁安有燈光,其光卽得反入管中.髮線因有光而視若黑線,而所測之星卽可於反照鏡中空之處見之矣.若無陰影管之設備,亦可以他物代之,放一片亮錫或以一片油布置於物鏡均可.惟須於中心處挖成直徑$\frac{3}{4}$英寸之小孔,俾星光得入透鏡(Lens).若用油布或油紙代陰影管時,置燈光之法須使其光僅能散佈得見髮線,而不照入測者目中.

§ 83. 三稜目鏡(Prismatic eyepiece)**及太陽玻璃**(Sun glass) 所測之高弧若大於55度以至60度時,卽須於目鏡上安一全反光之三稜鏡(Prism),使所反之光道與視物線成直角.用此附件可量大至75度之高弧.若用以測日,須知三稜鏡將影反倒,故所視之下緣乃眞上緣,但其左右緣之位置並不受三稜鏡之影響.

測太陽時,須用一片暗玻璃遮在目鏡上,以保護眼目.此太陽玻璃切不可放在物鏡之前.若測器無陰影管,可在目鏡後置

紙一片,俾太陽之影得現其上,再引出目鏡管及調置所立之紙,可使太陽及髮線之影集於焦點,頗為銳利.

§84. **天文轉鏡**(Astronomical transit)　天文轉鏡與測地遠鏡之不同處在大小及架式耳.其物鏡直徑從2英寸至4英寸,其焦點距從24至48英寸,其架為磚砌或洋灰築之柱,其地平可用脚螺旋(Foot screw)較準之.在舊作之儀器,於物鏡之焦點面內備有五豎線以至十一豎線之小網(Reticle).其中間之線正在中心,其他諸線分置左右,並有一或二平線.若儀器調置準確,其中心之豎線當儀器轉動時恆追隨子午線.而星經過此中心線時乃正是該星中天之時.所以備多數之豎線者,乃使得增加對一星所作之測量次數,取多次測望之中數恆較一次測望之數為精確也.豎線之間距約為$\frac{1}{2}$秒以至1秒之弧數,故赤道上之星需2秒以至4秒之時間,由一線以至其次一線.



第五一圖

新作之儀器,備有轉鏡量微器(Transit micrometer).在作影之面內只有一豎線,可用量微器之螺釘使其在影面內行動.螺釘每轉一周使豎線移動1秒之弧.當星入物鏡視場以內,測者即將豎線對準該星,而轉動其螺釘以使該豎線不離該星,直至逾測望之界限為止.豎線在視場內之行程用電器記錄之.此雖只一豎線,而所作測望之次數等於有20豎線矣.視場由電光照之,光近軸端,軸穿一小孔,於中心安一反照鏡將光反射至目鏡處.遠鏡在地平緯度之行動用夾器(Clamp)及正切螺釘節制之.其在地平經度之行動甚小,僅足以容納使合子午面之調置.平軸之斜度為另備之跨置水準量而正之,此水準極為敏捷.此類儀器之

大者備有用作翻轉之機件(Reversing apparatus).

此類轉鏡多用於在子午面內測恆星中天以定恆星時,然亦有用在豎面內或測時或測緯度者.用此鏡時,須有記恆星時之儀器.已知此記時儀之差數,則測得之數即可定天體之赤經.蓋此即該天體中天時所當之恆星時也.換言之,亦即自春分點計來之時分秒之數值也.反之,若赤經爲已知,則計時儀之差錯即由此而定矣.

推定測儀之誤差並推算其改正數,是乃最要之事.此轉鏡如調置適宜,其中心豎線必在經過光心與平軸垂直之平面內;且其各豎線必皆平行於該平面.測天體中天時該平面必須與子午面相合,而平軸必須爲眞地平;故此儀最要之誤差有三項:

(一)地平經度差即視準線平面(Plane of collimation,即上述之平面)偏於眞子午面之差.

(二)水準差即平軸斜於眞地平之差,亦曰斜角差.

(三)視準線差.視準線(Line of collimation)者,聯物鏡光心及中心豎線之直線也,亦曰視軸,即視物線也.此外尚須改正日周光行差,記時儀速率差及軸承不齊差.

上列三項差之改正數以式表之爲.

地平經度角 $= a \cos h \sec d$ ······(68)

水準差 $= b \sin h \sec d$ ······(69)

視準線差 $= c \sec d$ ······(70)

式內 a、b、c 爲經度水準視準之常差數,各以秒計之,h 爲星之高弧,d 爲星之赤緯.若用天頂距代高弧,則須用 $\sin k$ 代 $\cos h$,以 $\cos k$ 代 $\sin h$.此式皆自弧三角推得,所給之改正數皆可用之於工師轉鏡之測量.星若近於天頂,經度差爲最小,因即使 a 爲甚大而 $\cos h$ 幾等於 0 也.但水準差較大,因 $\sin h$ 幾等 1 也.先測天

頂北中天之星,以得數與測天頂南中天之星之得數比較之,即可得經度常數差 a.蓋若儀之平面偏於南之東,則天頂南之星中天太早而天頂北之星中天太晚,從測得之數即可推算其角矣.水準常數差可用跨置水準直接量之.置該水準於軸承之上,計取氣泡兩端之讀數,將水準吊轉過來再取其讀數,已知水準刻隔之角數,故可得水準差也.欲定視準線之常數差,須作兩次測望,一次在橫平軸之正位,一次在其翻轉之位置(即倒置軸之東,西).比較兩次所得之數,即可得其差也.

表 G.　中天時刻測數差誤表

在 a、b 或 $c=1'$

高弧(求斜角差)

赤緯										
h	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	h
0°	$0^s.0$	$0^s.0$	$0^s.0$	$0^s.0$	$0^s.0$	$0^s.0$	$0^s.0$	$0^s.0$	$0^s.0$	90°
10	0.7	0.7	0.8	0.8	0.9	1.1	1.4	2.0	4.0	80
20	1.4	1.4	1.4	1.6	1.8	2.1	2.7	4.0	7.9	70
30	2.0	2.0	2.1	2.3	2.6	3.1	4.0	5.8	11.5	60
40	2.6	2.6	2.7	3.0	3.4	4.0	5.2	7.5	14.8	50
50	3.1	3.1	3.3	3.6	4.0	4.8	6.1	9.0	17.6	40
60	3.5	3.5	3.7	4.0	4.5	5.4	6.9	10.1	19.9	30
70	3.8	3.8	4.0	4.4	4.9	5.8	7.5	11.0	21.6	20
80	3.9	4.0	4.2	4.6	5.2	6.1	7.9	11.5	22.7	10
90	4.0	4.1	4.2	4.6	5.2	6.2	8.0	11.7	23.0	0

高弧(求地平經度差)

註　求視準線差用底行.

表 G 諸數係從三項方式推出.在推算時假定視軸面偏斜於子午面者,橫平軸傾斜於地平者,及視軸偏左偏右者,皆爲一

分之弧,卽四秒之時;故 a、b、c 均等於$1'$,亦卽均等於4^s.茲舉例以明表之應用.

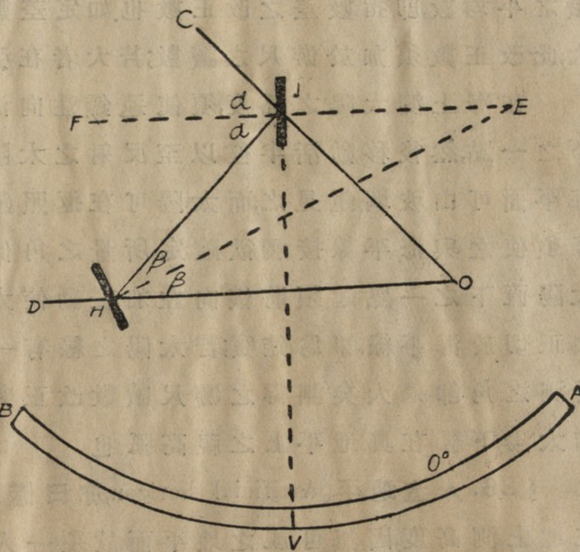
設測者緯度爲42度,星之赤緯爲+30度,$a=1$分(卽4秒),$b=2$分(8秒),則星之高弧$=90°-(42°-30°)=78°$.所以地平經度差爲$1^s.0$,水準差爲$2\times4^s.6=9^s.2$,若$c=\frac{1'}{4}(1^s)$,則視軸差爲$4^s.6\times\frac{1}{4}$,約爲$1^s.2$.

由表G及例題,可知若轉鏡能與子午面符合而橫軸傾斜較大,則測低星較高星爲宜.測量用遠鏡卽其例也.若橫軸之傾斜易定,而子午面之調置頗難,則宜於測高星.天文用之大轉鏡是其例也.

§85. 六分儀 六分儀亦曰紀限儀,乃用以測二物之距度或一物之高度(地平緯)者也.測二物距度時,其所測之角恆在二物及測者眼目之平面內.此儀便於在海上用之,因非如轉鏡之必須有立架也.如第五二圖儀之架上有AB刻度之圜弧,約長60度,I及H兩個返照鏡,I可移動,H則爲固定的.弧之中心I處爲一樞軸.其上有一可擺動之活半徑IV,約長6英寸或8英寸.其末有游尺V,用以讀AB弧之角度者也.I爲指鏡(Index glass),安於活半徑上之I處.H爲平鏡,則在H處.兩返照鏡之平面皆與AB弧面垂直,且當游尺讀0度時兩鏡成平行.H鏡在架外之半邊未鍍水銀,故能直接見物.在鍍銀之部分可見他物,蓋由I鏡返至H,再至返至O點而得見之者也.在HO線上,約近O點處,有一遠鏡,力不甚大,乃用以測物者也.兩反照鏡間及H鏡之左均有着色影鏡,乃測太陽必用之物也,此儀之原理如下:

由C物射來之光道爲I鏡反至H,再由H反至O(在遠鏡

筒內),測者乃於遠鏡內見 C 之影與在 D 處之物相合於一.圓弧上所刻之度分以能使游尺直接讀 OC 及 OD 兩線間之角度爲目的.設引 FE 及 HE 兩線分別垂直於反照鏡平面,則兩鏡間之角



第五二圖

爲 $a-b$,而兩物間之角爲 $2a-2b$.所以兩鏡間角爲視若相合之兩物相與而成之角之一半.故爲便於直接由圓弧讀取眞角起見,此圓弧之刻度必須每半度以一度名之也.角頂點 O 雖係移動不定,而在天文測量其所量之距離若彼之大,因 O 點變移所生之差固可勿計也.

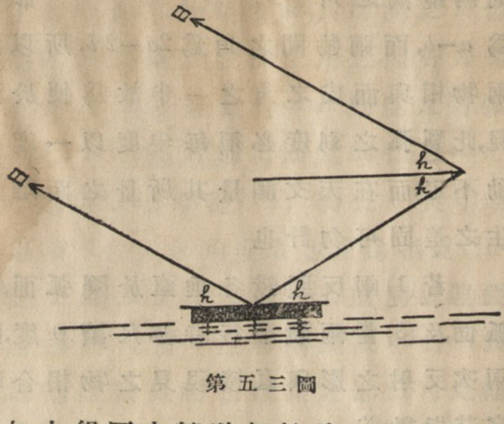
若(1)兩反照鏡各垂直於圓弧面,(2)遠鏡視物線平行於圓弧面,及(3)當兩鏡平行時,游尺讀 0 度,則此儀便爲調置妥貼.若兩次反射之影與直接視見之物相合時,游尺不讀 0 度,可如下定其指數差.

置游尺使約讀30分,並安置測日用之影鏡,向日測之,必見兩日影之邊幾相接近.當兩影之邊最爲接近時,記取游尺之讀數,更重復測讀以取準.然後再置游尺於 O 點對面約當30分處,向日測之,則見返射之日影在直視之影之另一邊矣.此兩次測

讀之平均數,即指數差之改正數也.如定差數時在弧外之讀數大,此改正數須加於游尺之讀數;若大者在弧內,須減去之.

在海上測太陽之高度,須使遠鏡注向海平面內正在太陽下之一點,然後移動活半徑以至反射之太陽影進入遠鏡視場.海平面可由玻璃鏡見之,而太陽可在返照鏡內見之.太陽之下緣須使之與海平線接觸.欲確定所量之角係由海平面內正在太陽直下之一點起,須將儀向左右緩動使太陽影作一弧.此弧如正切於海平線,即爲確實;若太陽之緣有一點在海平線下,則所測之角即過大矣.測得之游尺讀數改正其指數差及低角差,即太陽下緣在眞地平上之視高弧也.

§86. 人造地平(Artificial horizon,**亦曰借地平**) 用六分儀在地上測高度,因無可視之地平面,故須一人造平面以代之.重液體如水銀、重油或糖漿,放在槽內而使靜止,其面即爲地平.在此面內可見太陽之返射影.此影在面下之深同於太陽在面上之高.一片平面黑玻璃板以框架之,以水準螺釘承之,用酒準定其位置,亦爲一種人造地平.其地平雖不如水銀面之精確,但較爲方便.人造地平原理可由第五三圖見之.因所見之太陽影在面下之深等於太陽在面上之高,故兩視線間之角爲$2h$.測此角時使遠鏡注向人工平面,然後移動活半徑使反射之太陽入視場內,再使反射太陽之下緣與在水銀面所見太陽影之上緣相切,則所測之角



第五三圖

卽兩倍太陽下緣之高度,因相接觸之兩點實爲同一之點之影也.若遠鏡將影倒置,則上所論者皆屬於上緣矣.測得之數須先改正其指數差,再用 2 除之,卽得高度.用水銀作借地平,須防風吹縐返射之影.以細蚊網遮之,可減風力.苟風不太大,此固爲較佳之法.若用屋蓋形之玻璃遮之,則每易生有其他差數.

§**87.計時器** 近世天文學之邁進由於鐘表之製造精密,較之由於遠鏡之能力大而且確,亦不多讓.古時用水漏沙漏測時.水漏製造雖極精,然不及鐘表多矣.近二百年來始有鐘表之作,天文家乃得憑以測時.然鐘表仍不免有差.近日造法益精,若一晝夜差至一秒卽棄而不用.故所用者24時以內其差不過十分秒之二、三;然積時愈多,其差必大.故相連數日欲全憑鐘表勢有不能,須逐日察其差而改之,則積時雖久,與暫無異焉.

§**88.天文擺鐘** 天文擺鐘之製造與通用之鐘無異.爲便用計,其行度每一行音恆爲一秒,卽每一秒時齒輪進行一步.其秒針特爲顯著.時針每日只轉一周,鐘面刻記二十四時,此其差異處也.其擺輪(Escapement)亦爲重力擺輪之一種.其職務在應垂擺之每一擺動啓放齒輪使之前進一步.秒針因之在鐘面上走一秒,同時擺輪給垂擺一推擊之力,等於垂擺啓放擺輪時所遇之阻力.此垂擺啓放擺輪及擺輪推擊垂擺之工作須恆久不變,且須極小.故鐘之製造愈細乃愈確也.

垂擺須爲補整垂擺(Compensation pendulum),蓋由其製造之形樣,其長可不受溫度升降之變易也.若非補整擺,則每攝氏一度之升降鋼條垂擺之每日變率約爲三分秒之一.木擺雖能抗溫度之升降,然又易感潮溼之變異.大氣壓力亦能變易擺之行動,蓋擺行於氣中較行眞空中爲慢,而氣壓亦能使空氣密度隨之變也.在普通製造水銀擺,氣壓表每升高一英寸能使鐘每日

慢三分秒之一.

鐘差乃加於鐘面指數以得眞時刻者也.鐘時縮其數爲正,鐘時贏則其數爲負.鐘率(Rate of clock)乃鐘每日所贏或所縮之數也.鐘時縮其數乃爲正,贏則爲負.

鐘率欲其恆勻,無論爲大爲小.若忽大忽小,則無用矣.在鐘差可調置其針以正之,鐘率可升降其擺錘以正之.

§89.時辰儀　時辰儀乃精製之表之具有特種擺輪者.其行音(Beat)常爲半秒,即每半秒時齒輪進行一步也.其連於記時器(Chronograph)者,於每秒或每兩秒之末斷其電流.爲使其第六十秒特爲顯著計,乃於其前一秒,免去電流之折斷,或多加一折斷,此固在時辰儀之如何製法也.此儀恆置在雙圜架上,俾其時得水平.儀之溫度尤須保持均勻,俾勿生差.

兩同類之時辰儀彼此校正,仍不免有十分秒之一、二之差.若用恆星時時辰儀與太陽時時辰儀比而校之,則可使其差在百分秒之幾以內.因恆星時較太陽時爲贏.約每三分三秒之時間其行音即能相合一次,若在行音相合之時比較之,僅須記其秒或半秒之數,更無分數須計也.比較之次數愈多,儀乃愈得精確.惟勘校時耳須察音敏準.

§90.記時器（記時圖）　記時器乃記錄時辰儀所指之時之儀器也.測望之時亦多用此器記錄之.其記錄之紙捲於圓筒上.此圓筒由鐘之機械轉動之,通常每分鐘轉一周.記錄之筆附於電磁石之發電子上.另有一長螺旋爲同一機械轉動之,使電磁石得以平行.筆所記之線繞圓筒成螺旋紋.迨將紙鋪平時,即成爲平行線矣.時辰儀與電磁石連以電流.每秒鐘斷其電流,俾筆在所畫之線上作一缺口,此即時之記錄也（亦有用電信鈕以通電流,俾作印號者）.若用轉鏡量微器,其豎線在視場內

經過定點之路程可自動的被記於紙上.惟此時所用之電流係每秒鐘一通,使其在紙作一印號,非如前述之每秒一斷電流,在紙上作一缺口也.將畫成之紙鋪平,則所記之時卽可用特備之尺(刻度合於分秒之間距)量得之.

§91. 天頂遠鏡(Zenith telescope)　天頂遠鏡乃依哈里布塔爾寇(Harrebow-Talcott)法測緯度所用之儀也.其遠鏡連於短平軸之一端.平軸在豎軸之上,遠鏡繞此二軸在豎面及平面內行動,一若轉鏡然.在平軸之另一端有相稱之重物以平衡之.此儀之重要部分爲(1)在目鏡焦點面內之量微器乃用以量豎面內之角者也,(2)游尺臂上之敏捷酒準,乃用以量遠鏡之傾斜度者也.游尺臂聯於小豎圈上,而小豎圈附在遠鏡筒上.此儀多用於在子午面內之測量,但亦可用於其他之豎面內.

此儀如調置妥貼,其視物線必在與平軸垂直之平面內,量微器豎線必平行於豎軸,而平軸必垂直於豎軸.爲安置視物線於子午面內特備兩個可調置之楔子.安放及夾住此楔子之法須使遠鏡得以繞豎軸由南向北或由北向南轉動,並得夾固於子午面內.

用此儀測天,以量微器測天頂南北兩星天頂距之較數,並記取緯度水準(Latitude level)氣泡兩端之讀數.惟所測之星須各距天頂極近,且前後中天僅差數分鐘,俾量微器得以應用.若相距太遠,則出量微器之極限矣.如此成對之星天空中固不缺乏也.

第五四圖乃此儀在兩位置之略圖.遠鏡與緯度水準之斜角在測望時間定而不變.若遠鏡與豎軸之斜角遇有變易,卽以緯度水準量計之,備推算時之改正.其原理可由第五五圖解明之.從 S_S 星天頂距所測之緯度爲

$$l=d_s+k_s.$$

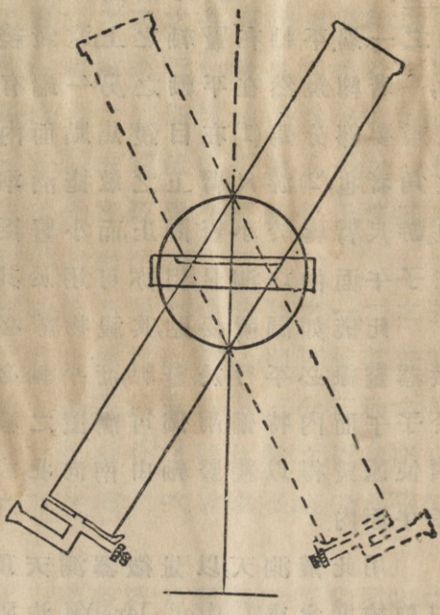
從S_n星則爲

$$l=d_n+k_n.$$

其中數爲

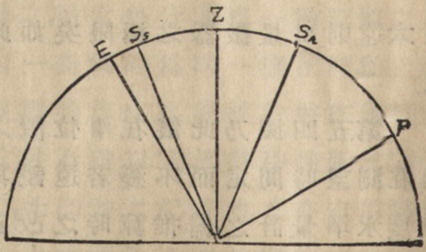
$$l=\frac{d_s+d_n}{2}+\frac{k_s-k_n}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(71)$$

從此可知緯度乃兩赤緯之中數加一改正之角.此角等於天頂距較數之半.赤緯可於恆星錄中查得之,天頂距較由量微器測得之.(71)尙非完全方式,因其無水準差及蒙氣差也.但此法測得之高弧,實較其他野外測器所得者爲最精確.若轉鏡備有斜坡螺旋(Gradienter screw)及精密水準亦可依此原理作同樣之測視.蓋斜坡螺旋可代量微器,而聯一水準於平軸之一端可以代緯度水準也.



第五四圖

§92. 子午儀　欲測定天體之赤緯或其距極度須有量角之儀器,僅測取其時刻不足用也.子午儀卽爲此而造者.此儀同



第五五圖

於轉鏡儀,備有刻度之圜圈聯於橫軸,且隨遠鏡旋轉;然亦有平軸兩端各備一圜圈者.

此儀視軸旋轉之面當合本地之子午面.考察法取恆見界中一星測其二次過鏡中線.若在中線兩邊之時相等,俱得半周時,則其面爲眞子午面,蓋子午面必正交星所行圈於相對二點也.

凡星之赤緯度爲距極之餘度,極在子午圈內,設極點有星,以儀測定其度,則餘星之距極及赤緯度俱可測.今極點無星故取一近極之最明星測其上下過子午圈之較度,去蒙氣差及儀器差,折半,以加星之下子午圈高度或減星之上子午圈高度,即極之高度.如此則極點定矣.環圈上極點既測定,永爲原點,諸星距極度皆準之.

在圜圈上定地平點亦爲最要.一切星之子午圈高度皆準之.測定之法與極點同.天空地平交子午圈處無星,法於夜中測一星過子午圈,於明夜以遠鏡直下測水銀中此星之影過子午圈.二測中間之度去蒙氣差及儀器差爲星之高度之二倍.折半得地平點.既得地平點,加90度則天頂點亦定矣.

§93. 通用儀(Universal instrument)　天文轉鏡儀及子午儀均限於子午面,故其用有限.在子午面測望雖較其他儀器爲佳而且易,但非時常可得;故須有一儀器可追隨天體之所在而測之.此通用儀之所由造也.此儀亦曰地平經緯儀(Altitude and azimuth instrument),亦即前述之轉鏡儀也.

§94. 赤道儀(Equatorial telescope)　此儀之軸爲固定之軸枕承之,既非平軸,亦非豎軸,乃斜置之軸,其斜度等於本地之緯度(等於北極高度),此軸正指北極,故與地球自轉之軸成平行,名之曰極軸(Polar axis).其所帶之刻度圜圈與天體赤道平行名

之曰時角圈,因當遠鏡指天體時其讀數為該天體之時角也.此圈亦名之曰赤經圈.在極軸處安有赤緯軸(Declination axis)之軸枕.赤緯軸垂直於極軸,其上帶有遠鏡及赤緯圜圈.

前所述之儀器其遠鏡僅為指物之用,乃輔佐諸圜圈者.在赤道儀則遠鏡為主體,而諸圈為輔,即助測者證明天體之所在而用遠鏡向之測視也.

赤道儀之佳處,即在能用大遠鏡.當遠鏡向天體對準時,藉鐘表之機械使極軸轉動以追隨天體,使其繼續在視場以內,否則數分鐘後即被每日視行帶出視線以外矣.此儀一經指準天體即行夾定,並將時辰儀開啓,則天體在視場一若不動者然,其時之久暫能隨測者之意.

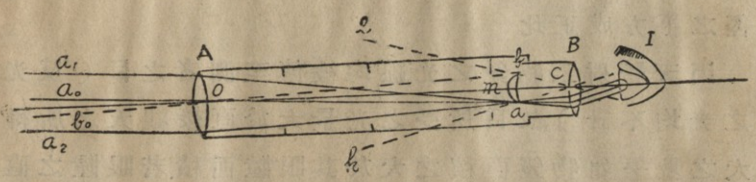
凡肉眼難見之天體,如小彗星、星雲等或晝見之星,若已知其赤經緯及恆星時,即可由此儀尋定其所在而細觀之.是以天文鐘或時辰儀乃不可少者也.

若此儀因其軸撓屈無定不能直接由圜圈讀數確定天體之位置時,亦可間接求之.即用此儀測彗星或行星與其臨近恆星(星之位置曾經用子午儀測定者)之赤經緯較數,此乃儀之最要用途之一也.

§95. 遠鏡 遠鏡現有二種,一為折光鏡(Refractor),一為返光鏡(Reflector).前者先經發明,用之者多;然自來最大之儀器,則皆屬於後者.論其原理則兩鏡咸同.其大透鏡或返照鏡將所視之物於其焦點處作成實影,更由目鏡變為擴大之虛影,俾便於考察.目鏡雖為小鏡,其作用乃在擴大物影也.

§96. 折光遠鏡 第五六圖為一簡單之折光遠鏡.鏡筒有兩玻璃鏡,單凸鏡 A 為物鏡,小鏡 B 為目鏡.目鏡之焦點距較短設用此鏡測月,則依光學鏡之原理,自月頂射來之光通過物鏡

折至焦點面 a 處在影之底,其自月底射來之光則折至 b 處在影之頂,而其射向光心(Optical center)之光則直通物鏡而不受折.故 $a_o ob_o$ 角等於 boa 角.換言之,若焦點距爲五英尺長,則於距月五英尺處見月影之大同於月在天之大,而其所跨對之角亦相等.若於距一英尺處見之,則更較月爲大矣.故用人目卽可於大遠鏡之物鏡得甚鉅之擴大力.設八英寸遠鏡之物鏡有十英尺之焦點距,人可撤去其目鏡,於目鏡孔後約八英寸或十英寸



第五六圖

處置目於視物內,卽能見月上之山及木星之衞星.此影乃係實影.苟於 ab 處插入攝影板,受相當之光度,卽可得其影片矣.

以肉眼視影,眼不能更近於八英寸或十英寸,故不能得更大之擴大力.若用一擴大鏡(Magnifying glass)於其間,卽可置目於更近之處矣.

§ 97. 擴大力及影之亮度　若目鏡所置之處去實影之距離等於其焦點距,則至該影來之光線於通過目鏡後必變爲平行光線,在人視之一若其光自無窮遠之天上射來者然.例如自月頂之光集於影之 a 處,迨折而至目時必與 ac 平行.ac 線者乃聯 a 於目鏡光心之直線也.b 之光線亦同此理,折而平行於 bc 以至人目,是以測者見月頂於 ck 方向,見月底於 cl 方向.月之實影因之擴大爲虛影.而爲肉眼所見之直徑係以 aob 角量之,今

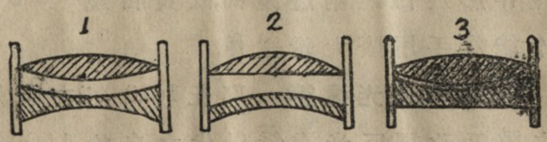
則增大爲 acb 角矣.此兩角乃 ab 一線所跨對之角,且均極小,故其角度之比反於其距離之比,即 boa 角：bca 角 $=cb：ob$. 換言之,即天體之視徑與由遠鏡所見之直徑之比等於目鏡焦點距與物鏡焦點距之比.此比數名之曰遠鏡擴大力.以式明之則爲 $M=\frac{F}{f}$. M 爲擴大力,F 爲物鏡焦點距,而 f 爲目鏡焦點距.如物鏡有30英尺之焦點距,其目鏡者爲1英寸,則其擴大力爲360矣.至於像之亮度（明亮之度）與物鏡之直徑有關而與焦點距無涉.直徑愈大,則面積愈大,而所受之光量亦愈多,故光量與直徑之平方成正比.

因天體射至物鏡之光線均被傳至測者之目（反光及吸收之光均不計）,故目所受之光量大於直接觀天之所得者.其所大之量一如物鏡面積之大於其眼瞳面積.若眼瞳之直徑爲五分之一英寸,則一英寸之遠鏡能增光量至25倍,而十英寸之遠鏡則增2500倍.大遠鏡有36英寸者,是竟增至32400倍矣.

然月或行星影之亮度不能依上述之比數增大之,因其光皆經目鏡依其擴大力散布於大圓面積也.凡經光之配置使其光面擴大,該面絕無再亮於肉眼所見者之理.然其被利用之光亮爲遠鏡所增甚大,則仍如固也.所以昏暗之星,肉眼不能見者可於遠鏡中見之.光亮之星且可以遠鏡於晝見之.

§98. 光色差遠鏡 影之明晰與否關於透鏡能否悉集光線於一焦點.圓面單透鏡絕不能完全了此任務,因光被折之道亦有參差,故不悉集於焦點也.光色差有兩種:一爲球面差(Spherical aberration),此差可略變透鏡面形樣改正之;一爲光色差(Chromatic aberration),斯最可厭.其紫色光之屈折率較紅色爲强.其所集之點亦最近於透鏡.故如此透鏡所作之影,其邊緣與中心色各不同,有害於影之明晰.於耶紀1760年發明一種物鏡,以

除色差之害.鏡爲兩透鏡合成,其玻璃爲兩種物質,一爲凸鏡,一爲凹鏡.凸鏡爲冕號玻璃(Crown glass)所作,凹鏡爲火石玻璃(Flin)所作.其鏡面之曲線幾經選擇,俾得免去光之球面差.如此合併之物鏡,即能使物體一點射來之光悉集於影之一點矣.物鏡亦有時爲三透鏡合成者,雖得較好之光色差改正,然所得甚微,不足抵其所費也.



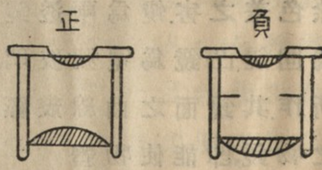
第五七圖　光色差物鏡之樣式

物鏡之光色差,事實上不能完全消滅,雖最良之光色差遠鏡仍有紫色光暈生於影之周圍.此於攝取天體之影最有妨礙,因青紫二色最易刺激乾片也.故於攝影之前,當先除去青紫之光暈,其法有三:一爲琢磨物鏡,改變常形,使之不生光暈,然此種遠鏡不適於觀察之用;二即以上言之三樣透鏡之物鏡;三爲置一黃綠色遮屏於物鏡之前,先將紫色光全行吸收,再令其通過物鏡.法雖簡便,而光量損失太大,於天體微暗者即不能攝其影矣.

物鏡縱能完全改正其光色差及球面差,然光之波動性質仍阻其悉集於一點,而使其影成一虛圓面(中心亮漸向外則漸黑暗)爲數多光圜所繞.

§99. 目鏡　目鏡有時(例如觀察雙星等微小天體之時)以單凸透鏡爲佳,惟天體須使正在視場中心始得工作完美;故普通之目鏡多用二個以上之透鏡並置而成,視場較廣,天體在鏡中所生之影到處皆甚明晰.此種目鏡分爲正負二類.正目鏡(Positive eyepiece)之用途較負目鏡(Negative eyepiece)爲廣,天體之影作於目鏡與物鏡之間,經目鏡而擴大之.如將目鏡卸去,並可

作手用擴大鏡之用.負目鏡則不然.凡通過物鏡之光線於未達焦點以前,先為目鏡底部之透鏡所屈折,而後作影於目鏡兩透鏡間,故負目鏡不能為手用擴大鏡之用.



第五八圖

§100. 反光遠鏡 耶紀1670年左近知折光遠鏡有光色差之弊,乃改製反光遠鏡以代之.自此150年之中凡觀察恆星者幾無一不以反光遠鏡為利器.迨至耶紀1820年光色差遠鏡發明後,於是二者參酌並用,未嘗偏廢.反光遠鏡之式樣種種不同,惟皆以凹面反照鏡代折光遠鏡之物鏡,至其如何將凹鏡在其焦點處作成之影使目鏡得以見而察之,則各不相同矣.

侯失勒（近譯赫瑟爾）式反光遠鏡為最單簡者,適於大儀之用.其反照鏡微向上蹺,俾投其所生之影於鏡筒壁,而測者俯身下視以察之.若遠鏡有二、三英尺之直徑,測者探頭入視無害於影,蓋頭所阻截之光尚不及他式反光遠鏡二次所失之光量也.但反照鏡之傾斜及由測者所帶之熱足致影不利銳.故此類遠鏡頗適於觀察星雲等之用.

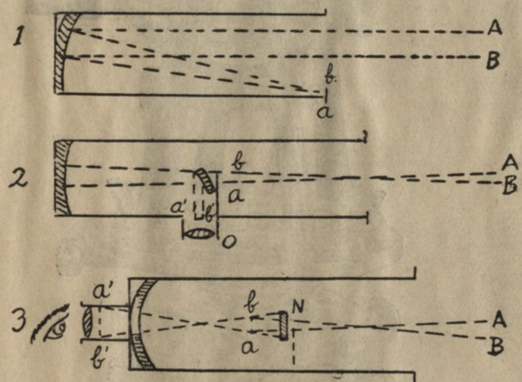
牛頓式反光遠鏡有一平面小反照鏡置在遠鏡筒中心,斜成45度角,俾大反照鏡反射之光線於未到焦點之前被其截取一小部分反射於筒壁,即於其處置目鏡焉.

格勒哥里式反光遠鏡乃首先發明者.其反照鏡中心穿透,其凹面小反照鏡置於大鏡焦點外近筒口處.大鏡反射之光由小鏡反射而穿過大鏡中心之孔.在此儀測者得直視天體一若在折光遠鏡然,其所生影為直立的.

喀西哥雷因 (Cassegrain) 式反光遠鏡同於格式鏡,惟以凸面小反照鏡代其凹面者,而置於大鏡焦點以裏.故鏡筒得微短,

且視場較平.

耶紀1870年以銅錫鎔合之鏡銅(Speculum)製成巨大之凹面鏡一,是為大反照鏡之嚆矢.今則鏡銅之法已廢,概以玻璃為之.於玻璃上用化學方法鍍以銀膜.新製時反射率甚大,優於鏡銅,日久變暗,則以化學劑擦亮之,或重鍍之.

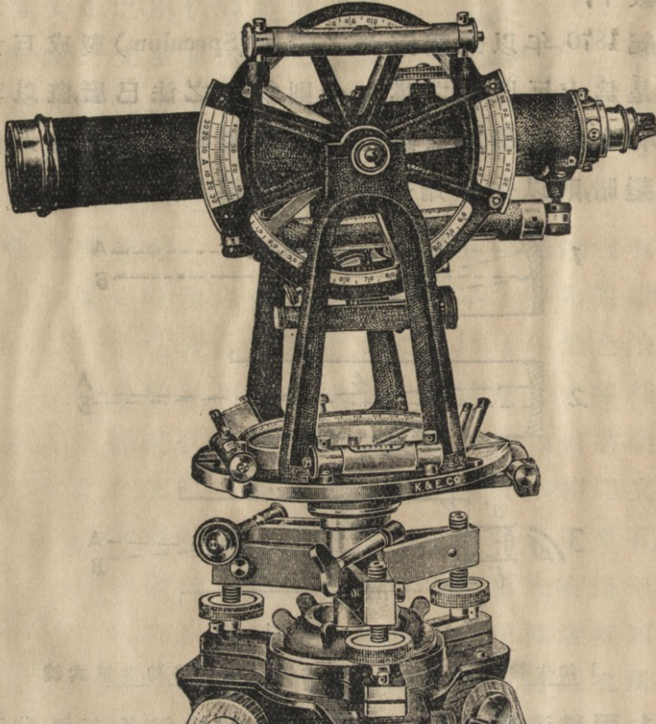


第五九圖

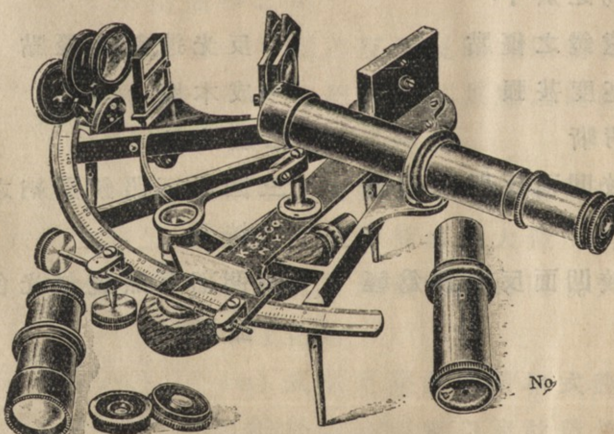
1 侯失勒式鏡　2 牛頓式鏡　3 格勒哥里式鏡

§101. **兩種遠鏡優點之比較**　兩種遠鏡各有優點,不可偏倚,茲分列之於下:

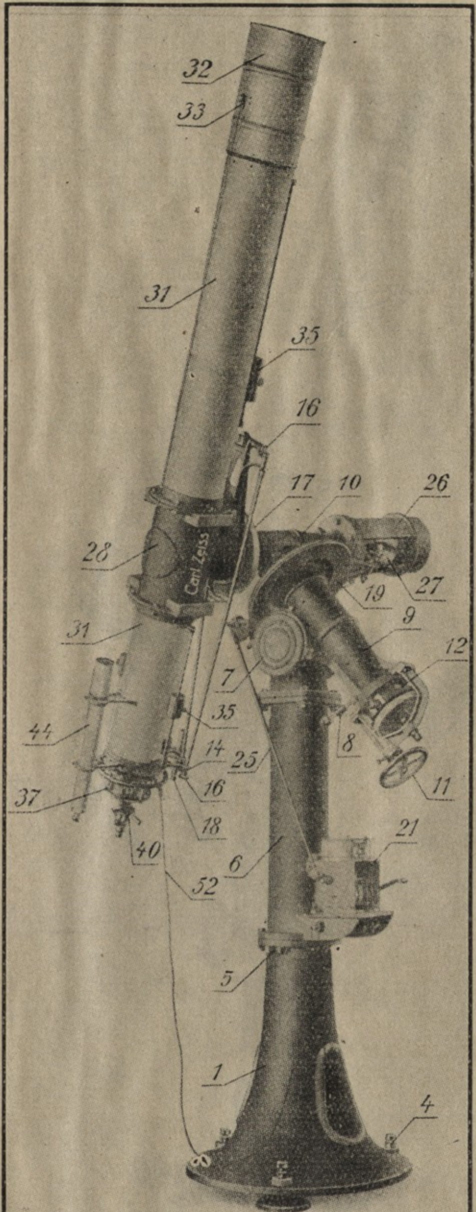
折光遠鏡之優點	反光遠鏡之優點
一影之亮度甚强	一成本廉
二作影清晰	二製造易
三透鏡較凹面反照鏡為耐久	三凹面反照鏡所納之光亮恆較大
四透鏡較凹面反照鏡為輕	四凹面反照鏡無光色差便於攝影



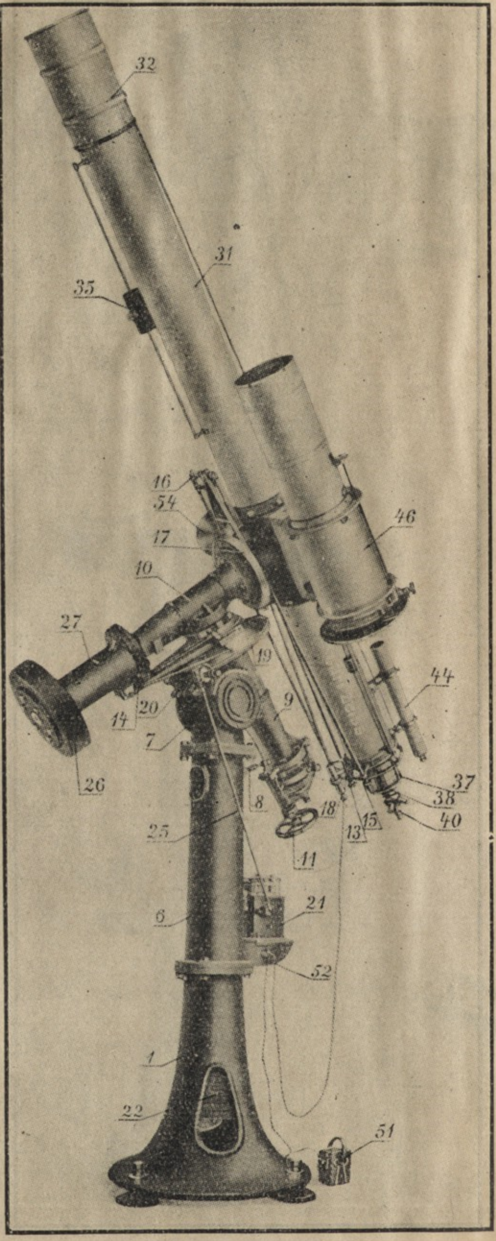
轉鏡儀



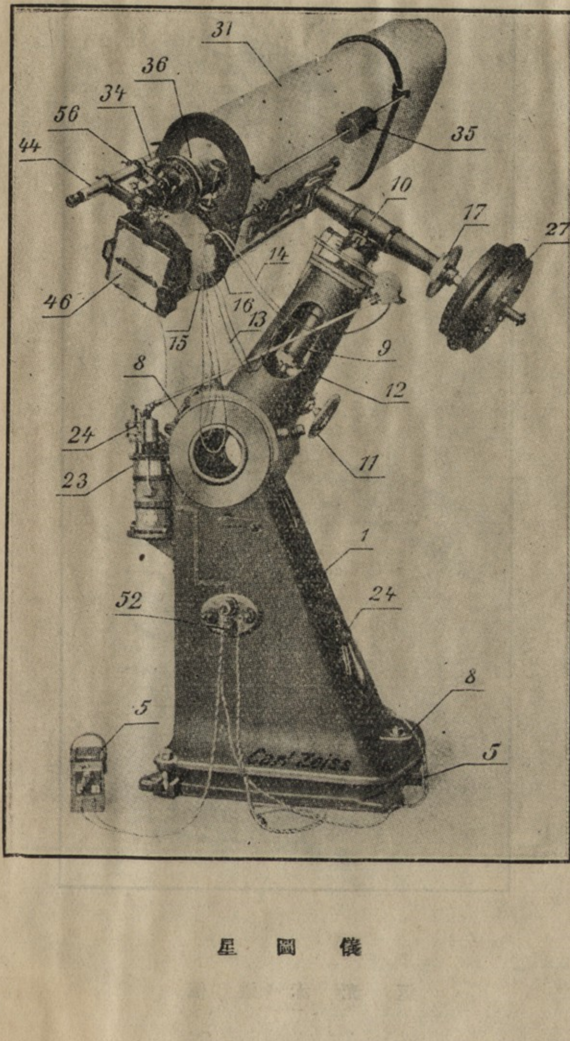
六合儀


32
33
31
35
16
17
10
26
28
Carl Zeiss
27
19
31
9
12
7
44
35
8
14
25
11
16
37
18
40
21
6
52
5
1
4

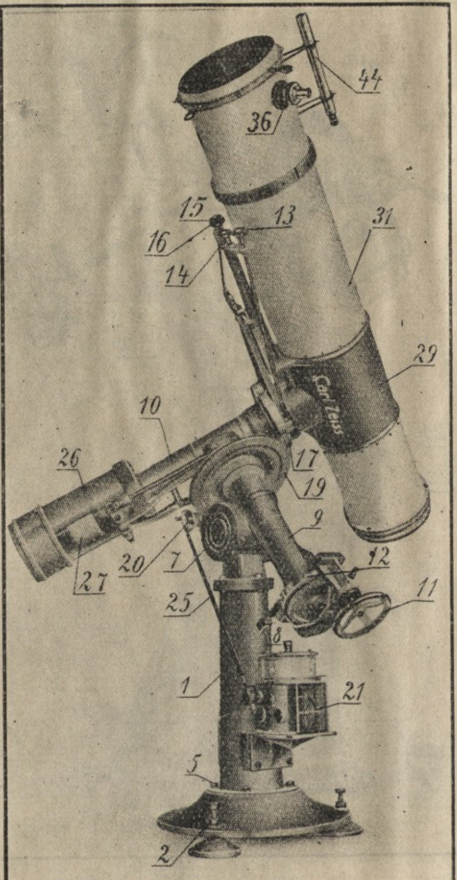
折光赤道儀


32
31
35
46
16
54
17
10
27
44
19
9
20
14
7
37
38
26
8
18
15
40
13
25
41
21
6
52
1
22
51

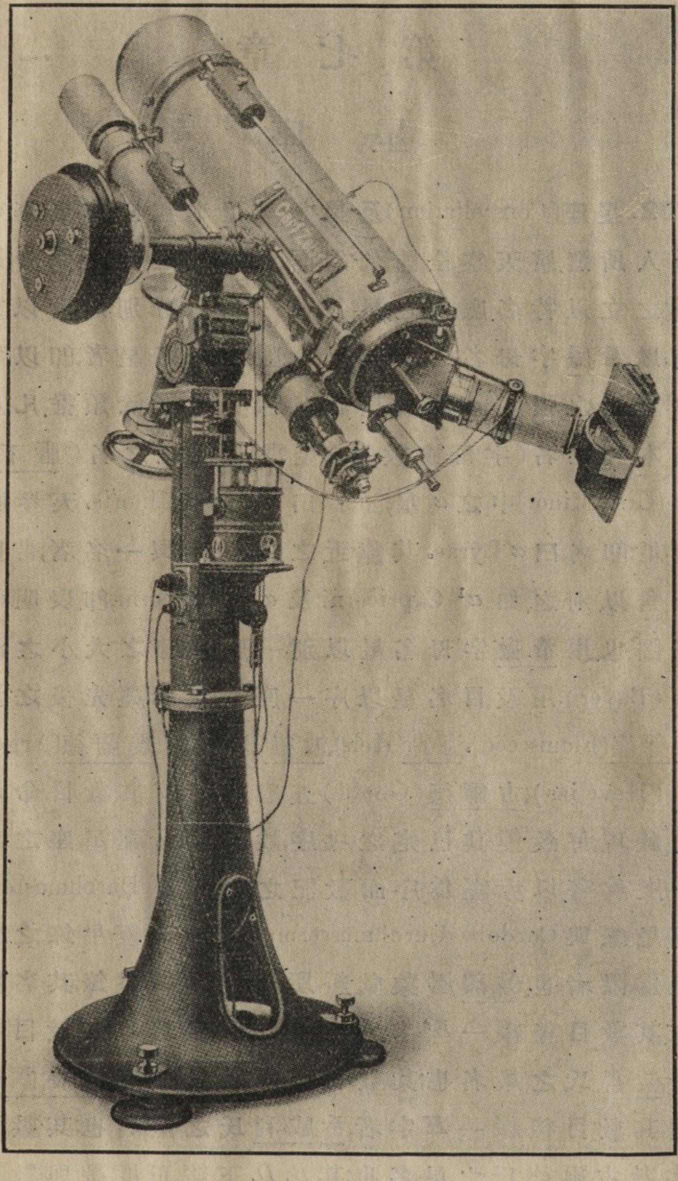
折光赤道儀


31
36
34
56
44
35
10
17
27
14
46
16
13
15
9
8
12
24
11
23
1
52
24
8
5
5
Carl Zeiss

儀　圖　星


44
36
15
13
31
16
14
29
Carl Zeiss
10
26
17
19
9
20
7
12
27
11
25
18
1
21
5
2

返　光　赤　道　儀



星圖儀

第七章

星座

§102. 星座(Constellation)**及星名** 星本無座亦更無名,名與座皆爲人所造.將天空全體分爲面形無定之若干部分,謂之曰座,並爲之立以特名.座內之星各與一名以分別之,有以數名之者,亦有以希臘字母名之者.其以希臘字母名星者,卽以字母之次序分星光之强度.α 爲最亮者,β 卽其次者,餘類推.凡星之名先書其本身之名(字母或數目),後書所屬座之名(臘丁字).如小熊座(Ursa Minor)中之 α 星,卽名曰 α Ursae Minoris. 天琴座(Lyra)之 Vega 星,卽名曰 α Lyrae. 其靠近之兩星原與一名者,書數目字於右上角以別之.如 α^1 Capricorni 及 α^2 Capricorni,卽表明 α^1 先 α^2 過子午圈也.用希臘字母名星以別一座星等之大小之法,創自拜亞爾(Bayer).用數目名星以序一座星之赤經先後之法,創自佛蘭斯替德(Flamsteed).海斯(Heis)、波得(Bode)、阿幾蘭德(Argelander),希威利(Hevelius)、古爾德(Gould)五家,亦皆有其數目命名法.然星時有發現,每致變其已定之次序,故又有廢棄星座之議而以赤緯一度爲帶以赤經爲序而數記之.如 Bonn Durchmusterung 北半球恆星錄與 Cordoba Durchmusterung 南半球恆星錄之類,皆不以星座爲限者也.美國曆象彙編所纂兩種恆星錄,其名數不專主一家.其數目後綴一 H' 字者,海斯氏之星名也;其數目後綴一 B 字者,波得氏之星名也;其數目後綴一 A 字者,阿幾蘭德氏之星名也;其數目後綴一 H 字者,希威利氏之星名也;其數目後綴一 G 字者,古爾德氏之星名也;其 $B.D.$ 下綴正度帶與數目者,北半球恆星錄之星名也,如 $+6°275$ 謂北赤緯六度帶之第 275 星

也;其 C.D. 下綴負度帶與數目者,南半球恆星錄之星名也;其數目後不綴字者,佛蘭斯替德之星名也.

我國星名古惟散見經籍而已.吳太史陳卓始合甘德石申巫咸三家星官著於圖錄.隋丹元子作步天歌,統以三垣二十八宿,以簡馭繁,歷代承之,未之或改.蓋我天文家劃分恆星之區域爲三垣二十八宿.其近北極諸星座名曰中垣紫微宮,其右下爲上垣太微宮,左下爲下垣天市垣.近黃道兩側者分爲二十八宿.星座及星之命名率皆官名、地名、國名、物名之屬.其星之無特名者以某星座第幾星名之,如角宿一、角宿二等是也.近世新增之星近某星座者,卽名某座增星,如牛宿增一,北斗增二等是也.其近南極星座中國所不見,乃依西測增加而爲之名.此中國分垣分宿及分座名星之法也.玆製中西星名對照簡表以備參考.

§103. **星之等級**　星之光度以星之數目等級表之.一等星之光度强於二等星.等級遞降,光度遞減.依現所用星等尺度尙有少數之星其等級爲分數,或爲負數者.五等星肉眼可能見之,五等以下,卽須藉用遠鏡矣.

§104. **天圖**　天空諸星俱可取爲本點而用三角形求他星相距之度.推蒙氣差求得眞度,方可著於圖表.又有簡法,因地球自轉,測各星過本地子午圈而準赤道推其經緯度卽能一一定某星在天球某點,甚密也.用子午圈測星較弧三角法其便有四:各星至子午圈高弧最大,蒙氣最輕,一也;測器爲子午儀,器差最微,二也;無論角之銳鈍俱甚便,三也;用此法測得之數卽可著於表,不似三角形法須推算,四也;故天文家恆用此法.

苟子午儀調置妥貼,以之測星過子午圈,見星正過小網之中心豎線,斯時之恆星時卽星之赤經度也.儀之豎圈讀數,改正蒙氣差及視差,卽爲星之距極度(若圜圈已定有極點),或爲

星之天頂距（若圜圈已定有下天頂）.距極度之餘度或由本地緯度減去天頂距卽星之緯度也.

測天本可任取一點爲原點,不必定從春分點起也.準原點以測時角,有時之較數卽知他星之經度.故測天者先精定某星之方位以爲原點,然後用赤道儀測此星與他星之經緯度之較數.此法名曰差別測定.在此法,其儀之刻度及調置之誤差影響於所求之數較單獨測定者爲輕.

天空諸星有時時變其處者.月之變最速,其次爲日,其次爲諸行星.而恆星則相與之方位恆不變.然詳考歷代測望簿,亦有數星小變其處,是謂恆星之自動.其動雖或甚速,然以去地過遠,人不能覺,視之若不動然,乃作不動論.故諸星分爲二類.恆星類不變.日月行星彗星皆歸行星類,時時變.作天圖者於圖或球識天空諸星之處.又識天球之極爲天之不動處.此極卽地軸諸平行線之合點也.又識二分點及赤道之處.極點、分點及赤道爲虛點、虛圈,非有星顯之也.地軸變則亦隨之變.憑之測最便,故作球與圖恆識之.最妙者造同心大小數天球,最外者識諸心於上,餘識便於測望之諸點圈.當知此諸球任相磨而轉,因地軸或他故緩緩變,則此諸點及圈與歷代所測之星簿皆合.而星之小變不足異,其故可考矣.

天空中人人能知者爲天河.天河約略成天空大圈一帶.中分爲二道,後復合爲一.自古至今,其形狀不變.近代用遠鏡測之,見爲無數小星相聚而成.

黃道十二宮之星爲日月諸行星之所經,故當論列之.設欲於諸星中測日月與諸行星之道,當屢測各星與諸星相近之度,作線聯之,卽成本星道,一似航海者逐日作海中所行之路圖也.日道爲球上一大圈,卽黃道也.與赤道相交於二點,卽春秋分點,

其交角爲二十三度二十七分.太陽自南向北之點爲春分,自北向南之點爲秋分也.諸行星之道亦周於天球,但不若日道之爲大圈,而成螺線之一種.又每易其處卽易其速度,與日同者惟皆自西而東也.諸行星道恆在黃道兩邊,最遠不過八、九度,又恆變,自古至今黃道相近一帶中各點俱曾經過.故其道不能著於圖.行星之動法最繁,因我所居之地亦動故也.設居日面觀諸行星,則不若是之繁矣.蓋居日面觀諸行星動與居日面觀日動無異也.是以測日躔爲最要.其益非一事而已也.考定其行法,準之卽可考諸星之行法.

黃道爲日之視道.見日行黃道一周爲一歲.每日見太陽與星皆相西行,而一年見太陽於黃道則向東行.卽如太陽西行遲於諸星每日約一度(卽約四分鐘),歷一年則見太陽繞地較諸星少一周.換言之,卽逐夜見諸星約早出四分鐘(如立一高竿,則當見認定之某星每日至竿頂時約早四分鐘),積一月約早二時,積一年則早出者已滿24時,復於原起之時出現矣(卽復與日齊).此太陽時與恆星時之所由分也.此我古時旣分黃道爲十二宮以紀日躔,復依各地子午圈分赤道爲十二宮以紀星行,以紀時刻也.

考古今測望籍知黃道有小變,但其變甚緩,若數百年中作不變論可也.

知星之赤經緯卽可依法推得其黃經緯,並可依法推得某時黃道交地平之二點,及黃道中具最大高弧之一點,及此點距分點之度,以及星之黃赤二經之交角.旣推得諸星中間之黃道,亦可知此時春分點之所在.點爲黃赤道經度所由起,爲最要之一點.因歲差及章動之影響,此點時時移動,約以平速(其變甚小)行於黃道,自東而西.以諸曜每日西行言之,則分點恆速於

星;以東行言之,則分點每歲退行 50.1 秒.約 26000 年行黃道一周.同時並在軌道中向裏外搖動.因有此差,故繪於圖中星之赤經緯皆當云在某時之赤經緯,非可通用於百世而不變者也.

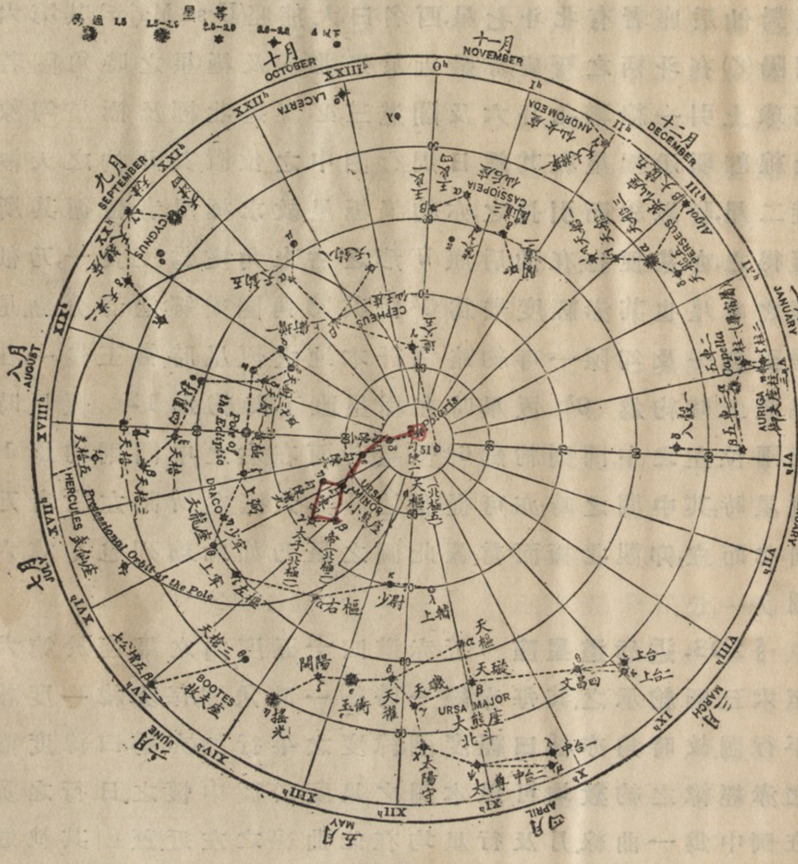
準歲差理,諸恆星與極有漸近者有漸遠者.今之極星昔非恆近於極,後亦非恆近於極.考最古之星表,此星距極十二度,今一度六分（耶紀 1925 年）,後必近至半度,再後必復漸遠而他星爲極星.後12000年,織女大星必爲極星,最近時距極五度.

埃及給塞(Gizah)之地有石築四方大尖堆九,名曰金字塔.其築時迄今約四千一百餘年（耶紀前二千一百八十年當夏太康八年庚子）.爾時諸星之經度較今少五十七度餘.推彼時赤極當近右樞 α Draco. 相距約三度四十四分二十五秒.爾時近極諸星中此爲最明,則必爲極星.考給塞地北極出地三十度.故此星下過給塞子午圈其高度爲二十六度十五分三十五秒.近有人開此諸尖堆驗之,其大者六,俱有隧道斜下,與地平交角略同.一爲二十六度四十一分,一爲二十五度五十五分,一爲二十六度二分,一爲二十七度,一爲二十七度十二分,一爲二十八度.約得中數爲二十六度四十七分.當時坐諸隧道底能見極星下過子午圈.則此諸尖堆蓋爲測極星而設,非漫然築之也.約一千四百年前隋丹元子作步天歌,以北極第五星天樞爲極星.以時考之,彼時赤極當近天樞也.

§105. 近北極星座　北極處以其相去最近之星識之,而名其星曰極星(Polaris),乃測者最要之星也.現世極星爲勾陳一,即小熊座之 α 星.在1925 年其距極度約 1 度 6 分.逐漸移近其率約每年近 $\frac{1}{3}$ 分.故數世紀後將更近於北極矣.極星同邊而較遠之處有星座名曰仙后星座(Cassiopeia).共有五星,成不齊整之 W 形.其左下方（以本星座向極星爲主）之星爲閣道三,西名曰

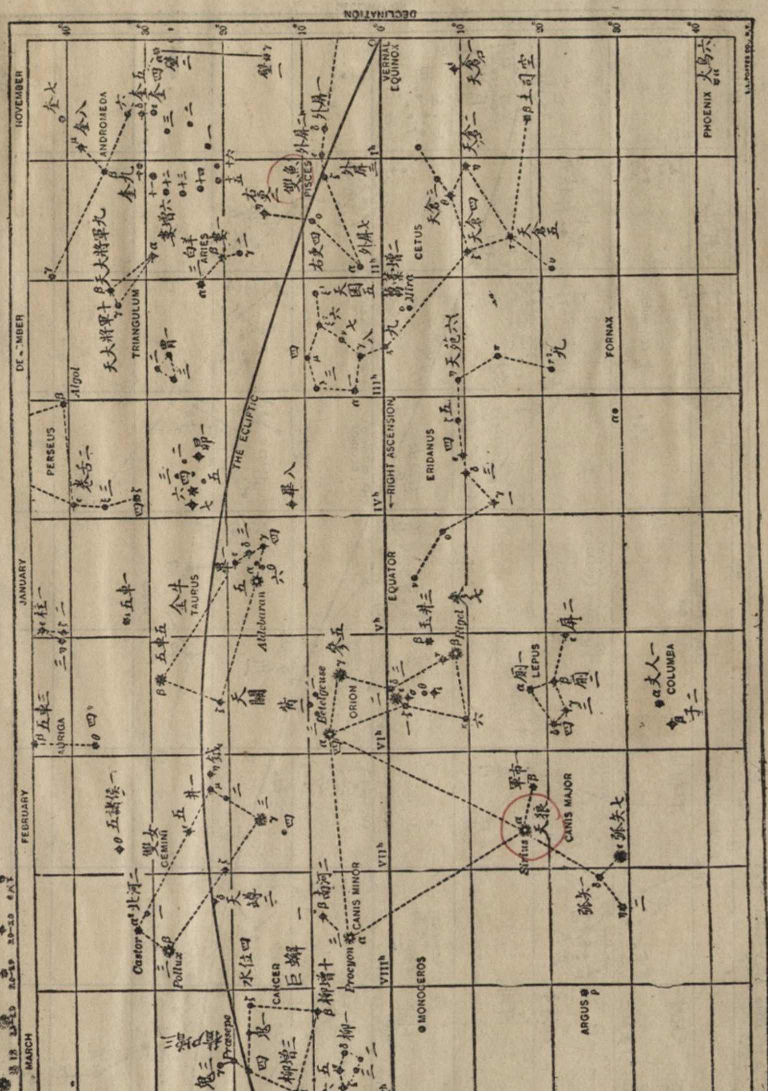
δ Cassiopeia, 亦爲測者最要之星.因其最近於過北極及極星之時角圈也.換言之,卽其赤經度幾同於極星也.在極星之另一邊遙對仙后座者有北斗七星,西名曰大熊座(Ursa Major).其第六星開陽(ζ)在斗柄之彎處,亦最近於過北極及極星之時角圈.若在天球上引一線聯北斗六及閣道三,必經過北極及極星勾陳一.此線卽明示極星在其逐日周行圈中之位置.其斗杓之天樞天璇二星,聯以線而引長之,亦約過極星.故求極星者皆循其所指而得之,亦甚便也.在仙后座 *W* 形之右上角處爲王良一,乃仙后座之 β 星也.其赤經度幾爲 0^h.故其時角圈幾經過春分點.是以準王良一及勾陳一可約略估計本地之恆星時.當王良一在極星直上時約爲 0^h 恆星時,在極星直下時約爲 12^h 恆星時,在此兩位左之中間則約爲 6^h 恆星時,而在右之中間則約爲 18^h 恆星時,其中間之時亦可從而估計其大概矣.所謂左右者乃指向北而立,仰觀北極而言.蓋此圖之星乃如此繪列也(第六〇圖).

§103. **近赤道星座** 近赤道四十五度內之星座於第六一至六三圖繪示之.其每赤經一時繪一時角圈,每赤緯一度繪一平行圈.故時角亦稱曰經度圈,緯度之平行圈亦稱曰緯度圈.星之赤經緯之約數均可以本圖之尺度於圖中悈之.日行之黃道在圖中爲一曲線.月及行星均在此曲線之左近.蓋因其軌道平面與地球軌道面之斜角甚微也.黃道兩側各八度寬形成帶狀名曰黃道帶(Zodiac).太陽系之星均可於此帶內見之.自春分點東行分黃道爲十二宮(Signs of Zodiac).是爲白羊宮(Aries),金牛宮(Taurus),雙女宮(Gemini),巨蟹宮(Cancer),獅子宮(Leo),處女宮(Virgo),天秤宮(Libra),天蠍宮(Scorpio),人馬宮(Sagittarius),磨羯宮(Capricornus),寶瓶宮(Aquarius),雙魚宮(Pisces).白羊宮之初點是爲春分

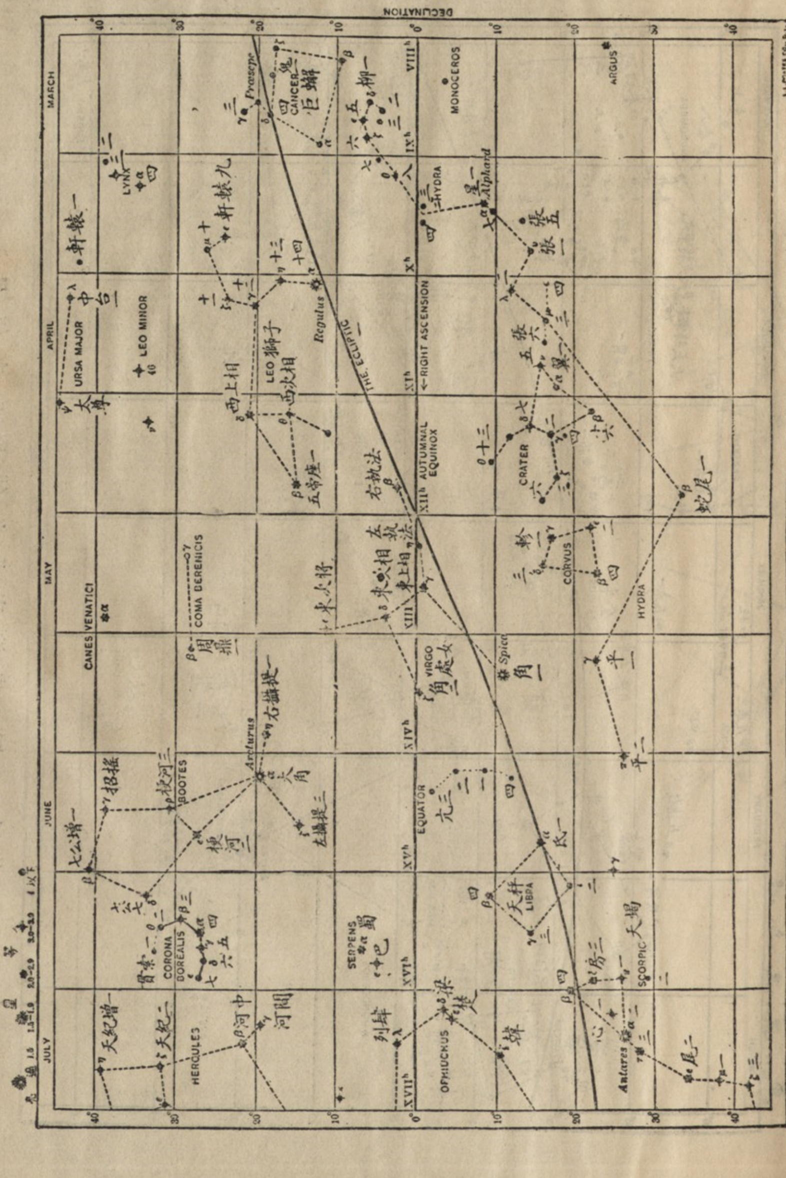


第六〇圖　近北極星座

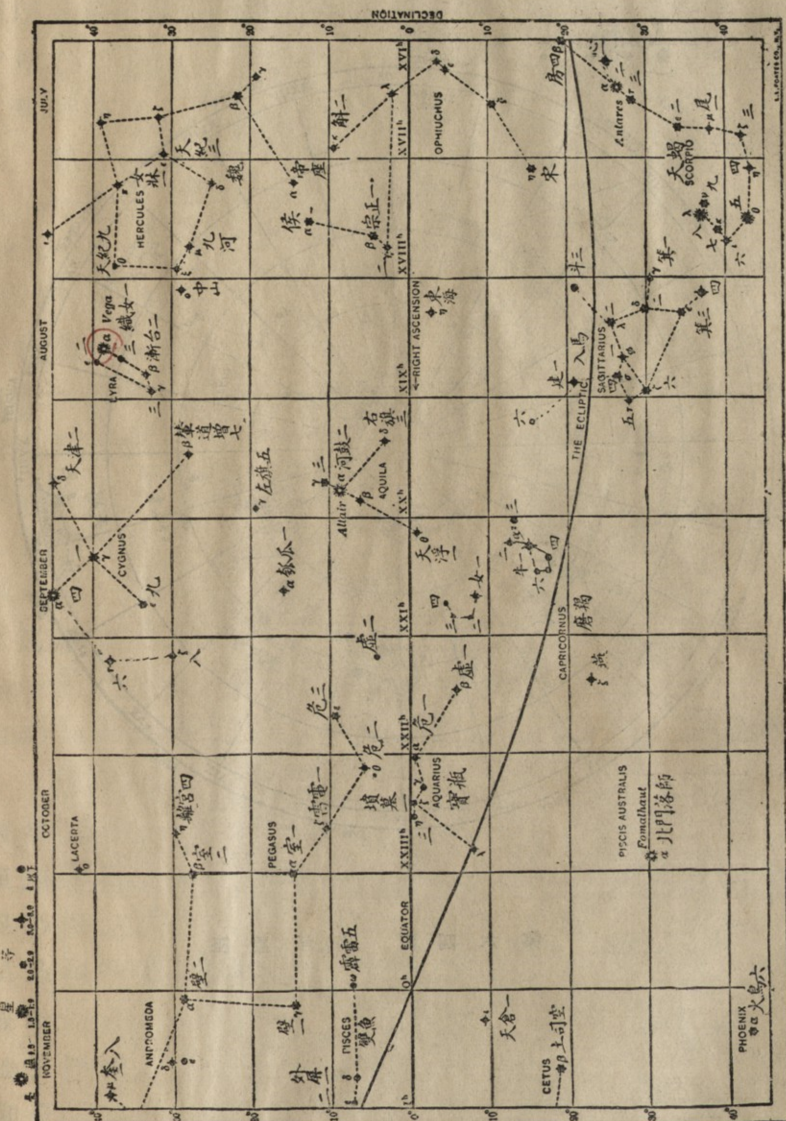
（此圖須北向舉而仰視之）



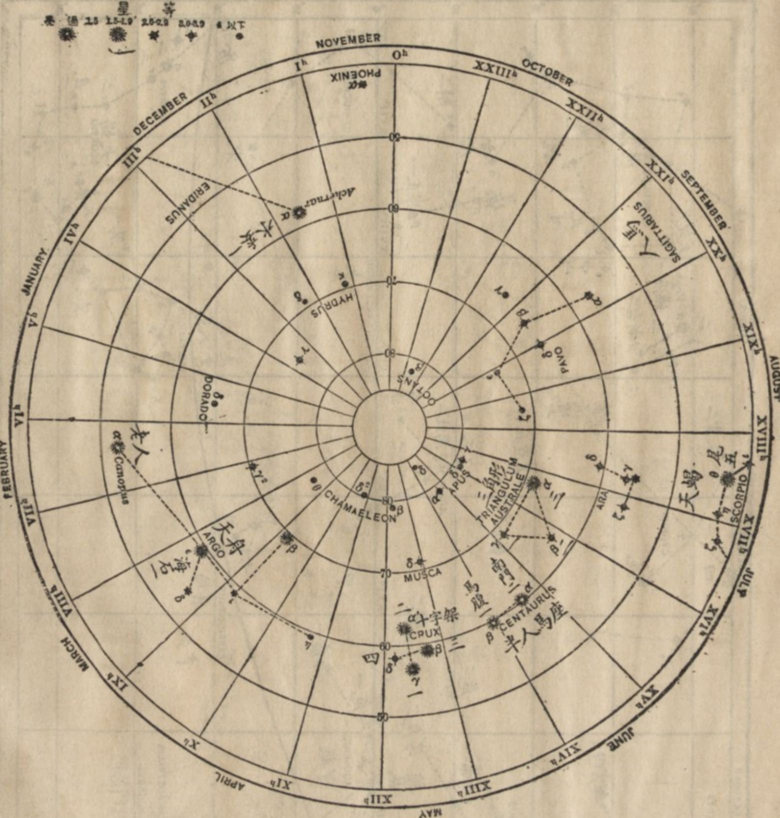
第六一圖　赤道南北各45度內之恆星



第六十二圖　南北赤緯45度間之恆星



第六三圖 南北赤緯各45度間之恆星


等 星
最 過 1.5 1.5-1.9 2.0-2.9 3.0-3.9 4 以下
NOVEMBER
OCTOBER
SEPTEMBER
AUGUST
JULY
JUNE
MAY
APRIL
MARCH
FEBRUARY
JANUARY
DECEMBER
PHOENIX
ERIDANUS
Achernar
SAGITTARIUS
HYDRUS
PAVO
OCTANS
DORADO
Canopus
CHAMAELEON
APUS
TRIANGULUM AUSTRALE
ARA
SCORPIO
ARGO
MUSCA
CRUX
CENTAURUS
天舟
老人
十字架
人馬座

第六四圖 南極星座

點.當初分宮時每宮正當一星座,故以同名名其宮及所當之星座.因春分點逐年西移,遂使同名之星座與同名之宮漸不符合.今則宮已後退約三十度.是宮自宮,星座自星座,其名已無聯帶之關係矣.

我國原分之十二宮爲星紀宮(丑宮),元枵宮(子宮),娵訾宮(亥宮),降婁宮(戌宮),大梁宮(酉宮),實沈宮(申宮),鶉首宮(未宮),鶉火宮(午宮),鶉尾宮(巳宮),壽星宮(辰宮),大火宮(卯宮),析木宮(寅宮),星紀者乃紀星之度所由起也.最初以冬至點爲星紀宮之中點.故冬至日爲中氣.蓋古時於日行周天分爲十二建月(可名之曰太陽月).日至各宮初點爲建月之首日,是爲節氣.日至中點是爲月之中氣.大雪冬至之月建子,而日躔丑宮.小寒大寒之月建丑,而日躔子宮.餘類推.日躔在黃道十二宮,月建在本地赤道十二宮.如日以平速行於黃道,則逐夜見某定星(我國以北斗七星爲便)至某定時按節氣移建月之宮而與日躔黃道節氣移宮相應也.至明末清初爲欲取同西法,始改置冬至點在星紀宮初點.於是每一建月之節氣中氣跨兩宮,背於古人分宮建月之旨矣.

圖內諸星座不能盡同於天球,總有變形之處.惟若南向斜持星圖,其斜角等於赤極出地之度,則圖卽足表示天上所見之星座,甚近似也.圖內各部分於頂處以月紀之,列如在二月下之星乃在二月正中該星約於午後九時中天也.在該時前中天之星乃在該星之右,其相距之遠近則視兩時之差而定.其在該時後中天之星在該星之左,其相距之遠近亦視兩時之差而定.各地子午圈上之一點去赤經在任何時之赤經可如法求其概數.卽自三月二十三日起至所指之日止得若干積月積日,以每月合 2 時,每日合 4 分,求太陽在當日之赤經,此赤經加 12 時併入

地方民用時內,卽該星中天時之恆星時,亦卽其赤經也.

例如求十月十日太陽赤經 $=6\times2^h+17\times4^m$

$=13^h08^m$.

太陽赤經 $+12=25^h08^m$

$=1^h08^m$.

在午後9時之 $L.C.T.$ 爲 21^h.所以

當時之恆星時 $=1^h08^m+21^h$

$=22^h08^m$.

是赤經 22^h08^m 之星於是月是日午後9時約近中天.

第六四圖乃表示近南極之星座.此圖係向南下視所繪者.

§107. 行星 行星不能繪入圖中,因其位置變移甚速也.苟於近黃道處見一明亮之星,所佔之位置無星可以當之者,斯乃一行星也.金星乃一甚光亮之星.居於太陽之東或西之最遠處.故可於日升前些時或日沒後些時見之.火星、木星、土星之軌道在地球軌道之外,故其周行全天時皆可得見.火星約一年又十月一周天.木星約十二年一周天.土星約二十九年半一周天.木星最亮,土星較小,火星則爲紅色圓圈之形.

§108. 二十八宿及四季日躔 在計時法未精密之前黃道之用較赤道爲便,古天文家皆宗之.我國初分黃道兩側星座爲二十八宿,每七宿合三宮.南方七宿爲井、鬼、柳、星、張、翼、軫,名曰朱鳥,亦曰朱雀.東方七宿爲角、亢、氐、房、心、尾、箕,名曰青龍.北方七宿爲斗、牛、女、虛、危、室、壁,名曰元武.西方七宿爲奎、婁、胃、昴、畢、觜、參,名曰白虎.古時定日所在由昏明中天之星宿推之.昏中星者,日落後首現於子午圈上之星也.堯典曰日短星昴以正仲冬,若以酉時爲昏,昴星中天則冬至日當在虛宿也.所以命宅朔方者,蓋因在北半球冬至時地愈北昏時愈早,約正當酉時也.日永星火以

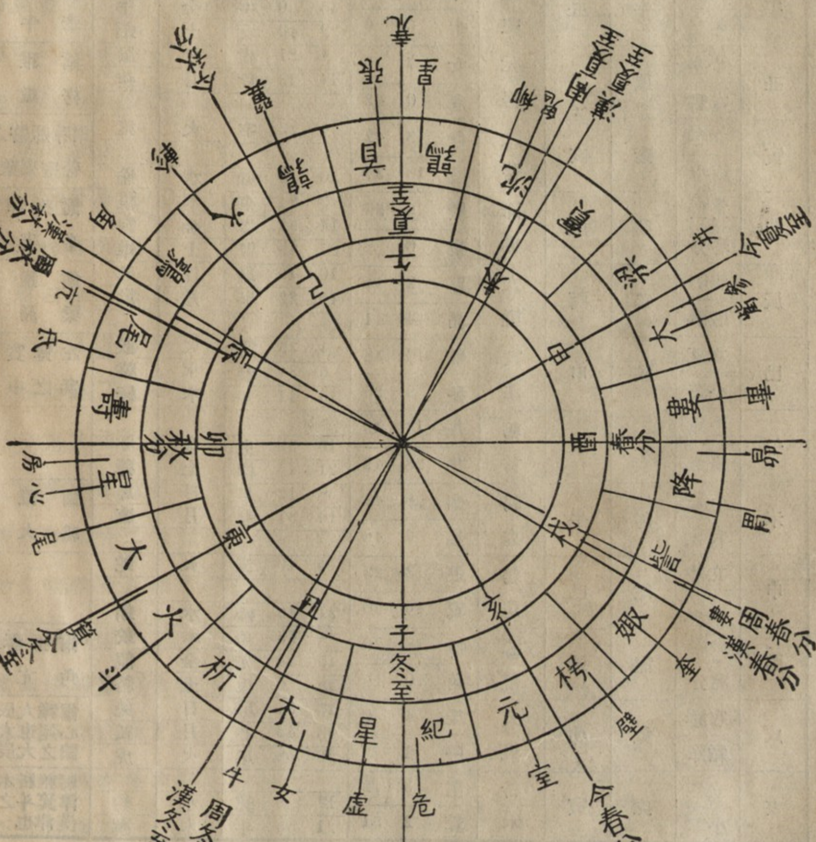
正仲夏,星火心宿也.夏至日雖宅南交昏時較早,仍須候至戌初方能見星.戌初心宿中天,則夏至日當在星宿.日中星鳥以殷仲春.星鳥卽星宿也.酉時星宿中天則春分日當在昴宿.宵中星虛以殷仲秋,酉時虛宿中天則秋分日當在氐宿.以堯命羲和之年考之(堯元年甲辰爲耶紀前2357年)去今已四千二百八十餘年.彼時黃經較現時約少60度.故冬至日日約在虛7度32分,春分日在昴1度34分,夏至日在星3度41分,秋分日在氐15度53分.是堯典之記事於時於天均相合,豈猶不足爲定讞歟.右樞爲堯時之極星雖未於經文中得有明證,然由樞字意義卽可斷定古時已知其爲衆星之樞紐也.堯時冬至日夜半觀天,朱雀七宿現於南方,青龍七宿現於東方,白虎七宿現於西方,元武七宿居於北方.青龍七宿於春分日夜半現於南方.元武七宿於夏至日夜半現於南方.白虎七宿於秋分日夜半現於南方.以各宿之正當其方言之,或者星宿之分創始於斯時歟.漢武帝元封七年冬至日在斗十九度十六分(漢律曆志冬至日在建星),春分日在奎七度,夏至在井二十四度十二分,秋分在角五度三十八分.是冬至已較堯時後退約三十一度三十二分.依巴谷於漢武帝元朔元年測角宿第一星在秋分點西六度,是東西所測相合也.彼時冬至日夜半朱雀七宿所現之方已非正南而轉向東南矣.今時(1926年)冬至日在尾十四度五十五分.春分日在室七度三十分.夏至日在參六度十九分.秋分日在翼七度十三分.是冬至又退約二十八度二十八分.冬至日夜半觀天朱雀七宿完全在天頂東南矣.

古書每言冬至日在牽牛之初.查牽牛之初距尾14度55分爲33度7分.準歲差考之,應溯至二千三百八十年前約當周貞定王之時.冬至日在牛初,如是則春分日在婁初8分,夏至在井

28度49分.秋分在角10度15分.牛宿黃道積度爲7度40分,故周貞定王以上五百五十年間(約耶紀前1004—-454)冬至日皆躔牽牛之次也.彼時鶉鳥三宮正當朱鳥七宿,降婁宮正當婁宿,而心宿正當大火宮.以宿名之合於宮名言之,或者十二宮之劃分其始於斯時耶.該時去周公不遠,豈亦周公所遺留歟.茲將民國十五年黃道宿度及準該數所推堯周二代並訂正漢所測四季日躔作成表圖以便參考.並準冬至日在牛初時之宿度,將所知關於宮宿節氣禽屬之類彙成一表.由此可見今日此類常用之語皆自周時相沿以來,並未隨時改正.足徵古時學術之盛而後人不知發揮而光大之也.太史公曰周末疇人子弟分散,或在諸夏,或在西夸.豈眞東學西漸,而我反因秦火而失其所憑藉耶.

表 *H*　民國十五年(1926)黃道宿度表

各宿初度	黃道宮度		積度	各宿初度	黃道宮度		積度
		° ′	° ′			° ′	° ′
斗	丑	9 12	23 55	井	未	4 18	30 27
牛	子	3 7	7 40	鬼	午	4 45	4 35
女	子	10 47	11 41	柳	午	9 20	16 59
虛	子	22 28	9 57	星	午	26 19	8 25
危	亥	2 25	20 5	張	巳	4 44	18 3
室	亥	22 30	15 41	翼	巳	22 47	17 0
壁	戌	8 11	13 17	軫	辰	9 47	13 5
奎	戌	21 28	11 31	角	辰	22 52	10 39
婁	酉	2 59	12 57	亢	卯	3 31	10 36
胃	酉	15 56	12 30	氐	卯	14 7	17 51
昴	酉	28 26	9 3	房	寅	1 58	4 52
畢	申	7 29	15 13	心	寅	6 50	8 15
觜	申	22 42	59	尾	寅	15 5	15 11
參	申	23 41	10 37	箕	丑	16	8 56



第六五圖

表 *I.*　冬至日躔牛初時黃道宮宿參照表

建月	節氣	屬禽	宮		宮之宿度			古書考
子	大雪	牛	丑	星	斗	8°	55′	爾雅星紀斗
	冬至			紀	牛	0	0	牽牛也
丑	小寒	鼠	子	元	女	7	20	爾雅元
	大寒			枵	危	0	42	枵虛也
寅	立春	猪	亥	娵	危	15	42	爾雅娵訾之口
	雨水			訾	室	10	37	營室東壁也
卯	驚蟄	狗	戌	降	壁	9	56	爾雅降婁
	春分			婁	婁	0	8	奎婁也
辰	清明	鷄	酉	大	胃	2	11	爾雅大
	穀雨			梁	昴	4	41	梁昴也
巳	立夏	猴	申	實	畢	10	38	左傳實沈
	小滿			沈	參	9	26	參之中也
午	芒種	羊	未	鶉	井	13	49	
	夏至			首	井	28	49	
未	小暑	馬	午	鶉	柳	8	47	爾雅柳
	大暑			火	星	6	48	鶉火也
申	立秋	蛇	巳	鶉	張	13	23	
	處暑			尾	翼	10	20	
酉	白露	龍	辰	壽	軫	8	20	爾雅壽星
	秋分			星	角	10	15	角亢也
戌	寒露	兔	卯	大	氏	4	0	爾雅大辰房 心尾也大火
	霜降			火	房	1	9	謂之大辰
亥	立冬	虎	寅	析	尾	3	2	爾雅析木之 津箕斗之間
	小雪			木	箕	2	51	漢津也

宿之宮度			屬曜	屬禽
°	′			
15	0	牛	金	牛
22	40	女	土	蝠
4	21	虛	日	鼠
14	18	危	月	燕
4	23	室	火	猪
20	4	壁	水	㺄
3	21	奎	木	狼
14	52	婁	金	狗
27	49	胃	土	雉
10	19	昴	日	鷄
19	22	畢	月	烏
4	35	觜	火	猴
5	34	參	水	猿
16	11	井	木	犴
16	38	鬼	金	羊
21	13	柳	土	獐
8	12	星	日	馬
16	37	張	月	鹿
4	40	翼	火	蛇
21	40	軫	水	蚓
4	45	角	木	蛟
15	24	亢	金	龍
26	0	氏	土	貉
13	51	房	日	兔
18	43	心	月	狐
26	58	尾	火	虎
12	9	箕	水	豹
21	5	斗	木	獬

第六五圖註　本圖外圈爲28宿在黃道之積度.題名處爲各宿之初度.

其次二圈爲堯冬至日躔虛7度32分時之黃道12宮及四季點.

內圈爲赤道以本地子午圈起之12宮.所以畫在黃道面內者從便也.

本圖正爲堯時冬至日夜半之天象.

周冬至線係周貞定王時冬至日在牛初之線.

漢冬至線係漢武帝元封七年冬至日在斗19度18分之線.

今冬至線係1926年前冬至日在尾14度55分之線.

表*I*註　本表以宮宿爲主.如丑宮名曰星紀宮.其屬爲牛.其初點爲斗宿8度55分,中點爲牛宿初度.其節氣則日到其初點爲大雪,到其中點爲冬至.其月爲建子之月.牛宿初度正當本宮15宮(即宮之中點).牛宿屬金星.其屬爲牛.女宿初度當本宮之22度40分處.屬土星.其屬爲蝠.

周時謂丑爲牛,戌爲狗,稱戌宮爲降婁,因丑宮有牛宿,戌宮有婁宿,及婁爲狗也.今則牛宿已進至子宮,婁已至酉宮矣,餘類推,而人仍照舊稱,並造成種種謬說曲爲解釋,抑何可笑.

表*H*註　此表乃民國十五年各宿第一星黃道宮度之概數.積度乃其距次一宿第一星之度分也.

108節註　按尙書堯典堯之分命二仲二叔,亦可作告之之語解.若堯所命之中星,乃堯依其時之曆法推算而得,而謂是二分二至點所當之星,即冬至在虛宿,夏至在星宿,春分在昴宿,秋分在火宿,則所不合於天象者只有其秋分點所當之火宿而已.蓋二分點於二至日在午後六時中天,而二至點於二分日六時中天.若謂堯分命二仲二叔,春分日初昏時(午後六時)星宿中天,秋分日虛宿中天,夏至日火宿中天,冬至日昴宿中天,乃指二分二至四點分別於該日該時南中,於語意亦並不相悖至實測時,則當然依昏時見星之早晚稍有不同,然此無害於四點所當之星宿也.所可惜者,以今法推之,堯時秋分點並不在房、心、尾三宿中(此三宿統名爲大火),而在氐宿末,然亦僅去房約二度耳.夫他三點旣皆相合,而僅因此只差二度之秋分點之不合,即抹殺一切,不得謂爲理之所許.況黃道二十八宿古今分度不同,古今所取之距星恐亦不一致,以今推古豈能必其盡合耶.若論實測,則春分日午後六時半所見黃道南中之點,以今法推之,約在張宿2度16分.秋分日中天之點在危宿4度35分.夏至日午後七時南中之點在心宿3度17分,七時半南中之點在尾宿5度55分.冬至日六時南中之點在昴宿1度34分,此則正是春分點所當之宿度.若以堯命爲觀測之象.則合者一,昴是也.不合者一,危是也.可作爲合者二,尾及張是也.尾乃大火

之一,張乃朱鳥之一也.總之,古計時及測天之儀均不精確,單以一中星定時恐有不能,其時及星宿之度只可取其概數,若必以今數繩之,則未免刻舟求劍矣.亦有謂堯典乃戰國時午後七時之天象者.以今推之,耶紀前 400 年左近之天象,七時中天者在春分日爲柳宿,在夏至日爲氐宿,在秋分日爲女宿,在冬至日爲胃宿.除柳宿仍可謂爲星鳥外,其他三者竟全不合,豈可盲從以爲是乎.今人多欲以西國古時記載及今時西人所推上古之事考證中國上古之事.他山攻錯,亦爲良法之一.然西國記載豈能盡確,其以今推古豈能盡合.蓋古之年代月時及所在地點,及其事之前後次序有無紊亂,後人頗難揣想的確.苟曲爲之解,則卽不能無誤（如西國之洪水年代有兩說相差七百五十餘年）.故以之備一說則可,過信則謬矣.

第八章

地球緯度之測定

§109. 繞極星中天測緯度法　此法可選用任何繞極星,但以極星爲佳.蓋極星爲二等星,其他則較昏暗也.測時須測極星在中天時之高弧.此時其高弧之值或爲最大,或爲最小.此高弧可由試測而得,故星之準確中天時刻非所必要.其時刻概數可由表五或依36節及(47)式求得之.有此概數,在測時可省無謂之等候也.若無法知星之中天時刻,可觀望星座部位估計極星去子午圈之位置.當閣道三(δ Cassiopeiae)在極星之直上直下時即極星上下中天之時.測望須於未到此位時前行之.將轉鏡之平髮線向該星定準(髮線須平分星在鏡內所見之影),藉平軸之切線螺旋使其追隨星之行動.迨已至所求最大或最小值之時,乃記取豎弧讀數,然後定指數差以得眞數.若轉鏡儀有整個豎圈,並知極星中天時刻概數,可翻轉測儀以得二次高弧數值.如此則可消滅測儀之誤差,惟二次測望均須於極星中天時前後4分或5分鐘以內行之.若星太昏暗難尋,須用已知之緯度數推算星之高弧概數,即在豎弧上定妥算得之數.則左右緩動遠鏡,該星自易現於視場矣.極星在未入黑夜前肉眼難見時,恆易以此法尋獲.最要者於測星前須先定準遠鏡焦點,否則焦點少有微差即能使星難見也.注視地面上遠處物體,或行星,或月,即可調理其焦點.若常以測量家之轉鏡儀作測望,可於遠鏡筒上作一標誌,則焦點可立即定準矣.

由(3)或(4)可推算緯度.由豎圈讀數改正指數差再減去蒙氣差(表一)即得高弧 h 之眞數.由曆書繞極星表得星之視赤緯,

從90度減去之卽得星之距極度.

例題 1. 極星上中天時之測得高弧爲 43°37′ 指數差爲 +30″，星之赤緯爲 +88°44′35″，求測地緯度.

豎圈讀數	=43°37′00″	眞高弧	=43°36′30″
指數差	= + 30	距極度	= 1 15 25
測高弧	=43 37 30	緯　度	=42 21 05
蒙氣差	= 1 00		

例題 2. 星51 Cephei 在下中天時之測得高弧爲39°33′30″，指數差 =0，赤緯 = +87°11′25″.

測高弧	=39°33′30″
蒙氣差	= 1 09
眞高弧	=39 32 21
距極度	= 2 48 35
緯　度	=42 20 56

§110. 太陽正午高弧定緯度法 置遠鏡視物線於子午面內，於太陽正到豎髮線上時測其上緣或下緣之高弧，卽可定太陽在正午（過子午圈）時之高弧.太陽過子午圈之鐘表時刻（地方平時或標準時）須由地方視時 12^h 推求之.通常不知子午圈之方向，故須測得太陽之最大高弧而認其爲子午圈高弧.子午圈高弧者太陽在子午圈時之高弧也.太陽赤緯逐時變異，故其最大高弧不盡同於子午圈高弧.但其差甚微，通常不過一秒之幾分耳，用小儀器測天此差本可不計也.太陽上緣或下緣之最大高弧須經試測而得.測時平髮線須追隨太陽升高而正切其緣端.迨緣端將落髮線下時，卽記取豎弧之讀數，並定指數差.測得之數改正指數差、蒙氣差、太陽半徑差、地球半徑視差卽得太陽心之眞高弧矣.推算緯度須知測時太陽赤緯若知測

地經度,則依下法改正太陽赤緯.因太陽正在子午圈上地方視時當爲 12^h. 加經度之時數得格林維基視時.再減去時差卽得格林維基民用時.以此時數乘赤緯每時變數,以得數改正赤緯卽得測時赤緯.時之推算無須過精,蓋時差一分所影響於推算之赤緯者不能生一秒之差錯也.(1)式卽爲推算緯度之算式,茲以例題明之於下:

例題 1. 1925 年 2 月 15 日太陽下緣測高弧＝$26°15'$(在天頂南).指數差＝$+1'$. 經度＝$71°06'$西. 2 月 15 日格林維基民用時 0 時太陽赤緯＝$-21°15'19''.4$, 每時變數$+26''.89$. 16 日赤緯＝$-21°04'21''.9$, 每時變數$+27''.90$, 時差 -9^m17^s, 太陽半徑 $16'17''.53$.

例題 2. 1925 年 2 月 1 日太陽下緣測高弧＝$44°48'30''$(在天頂北).指數差＝0. $G.C.T.=14^h50^m12^s$. $G.C.T.$ 0^h 時赤緯＝$+21°57'13''.7$, 每時變數爲 $+21''.11$. 太陽半徑 $15'48''.05$.

例題 1 之演算

測高弧	=	$26°15.0'$
指數差	=	$+1.0$
		26 16.0
蒙氣差	=	-1.9
		26 14.1
太陽半徑	=	16.3
		26 30.4
視差	=	$+0.1$
		26 30.5
赤緯	=	-21 07.7
緯餘度	=	47 38.2
緯度	=	42 21.8

地方視時	$12^h00^m00^s$
經度	4 44 24
$G.A.T.$	16 44 24
時差	-9 17
$G.C.T.$	16 53 41
0 時赤緯	$-21°04'21''.9$
$+27''.9\times7^h.1$	3 18 .1
改正之赤緯	-21 07 40 .0

例題 2 之演算

測高弧	$44°48'30''$	0 時赤緯	$+21°57'13''.7$
蒙氣差	-57	$+21''.11\times14^h.84$	$+5\ 13\ .3$
	$44\ 47\ 33$	改正之赤緯	$+22\ 02\ 27\ .0$
半徑	$15\ 48$		
h	$45\ 03\ 21$		
$k=90°-h$	$44\ 56\ 39$		
d	$+22\ 02\ 27$		
l	$22\ 54\ 12$ 南		

註. *G.A.T.* 乃格林維基視時之代替字也.

§111. 在北半球測天南中星定緯度法 測天頂南中星之最大高弧亦可推算緯度.法同於前,惟視差及半徑差則等於0,並可無須知作測之時刻,因星之赤緯變異甚緩也.測時星影爲平髮線所平分.其最大高弧一如測太陽時仍須經試測而得.至於如何求星中天之時刻,將於後述之.

例題 測得徐星 θ Serpentis 之子午圈高弧等於51度45分,指數差等於0,星赤緯等於 +4 度 5 分 11 秒,求本地高弧.

測高弧	=	$51°45'00''$
蒙氣差	=	-45
		$51\ 44\ 15$
星之赤緯	=	$+\ 4\ 05\ 11$
緯餘度	=	$47\ 39\ 04$
緯度	=	$42\ 20\ 56$

由近極星之高弧推得緯度與由天南星之高弧推得緯度相併而取其中數,可免去測高弧時之常數差.因於此使測數過大而於彼則使測數過小,其數恆能互相抵消也.

§112. 近子午圈之高弧定緯度法　當太陽或星近子午圈時測得其高弧,若確知本地緯度及作測之時刻,則可化該高弧為子午圈高弧.茲由(17)式之1推出方式,俾用以推算.

$$\sin h=\sin l\sin d+\cos l\cos d\cos t$$

此同於
$$\sin h=\cos(l-d)-\cos l\cos d\ \mathrm{vers}\ t$$

或
$$\sin h=\cos(l-d)-\cos l\cos d\,2\sin^2\frac{1}{2}t.$$

以h_m為其子午圈高弧,並令$h_m=90°-(l-d)$

則
$$\sin h_m=\sin h+\cos l\cos d\ \mathrm{vers}\ t\cdots\cdots(72)$$

$$\sin h_m=\sin h+\cos l\cos d\,2\sin^2\frac{1}{2}t.\cdots\cdots(73)$$

若知測時並知時表之差數,即可算得t之數值.再加已知l之概數,即可由h_m之正弦求得h_m之值.若由h_m算得之緯度與所知之數相差甚鉅,即須用新得之緯度數重算一次,則能得較確之數.(72)及(73)乃完全方式,故t值縱大,仍可適用.於子午圈有對星難作測量之勢時,則此法可用矣.

例題　1910年2月28日用六分儀及借地平復測太陽下緣.

	復測高弧		鐘表
	56°44′40″		$11^h15^m25^s$
	29 00		16 22
	52 40		17 10
中數	56 48 47		11 16 19
指數差	+30	表之差數	+1 19
	2) 56 49 17	測時東方標準時	11 17 38
	28 24 38	視午東方標準時	11 57 21
蒙氣差及視差	1 38	時角	= 39 43
	28 23 00		$t=$ 9°55′45″
半徑差	16 16		
	$h=$28 39 16		

$\log \cos l$	$=9.86763$	假定緯度	$42°30'00''$
$\log \cos d$	$=9.97745$	赤緯	$-18\ 18\ 20$
$\log vers\ t$	$=8.17546$		
$\log$改正數	$=8.02054$	地方視午	$12^h00^m00^s$
改正數	$=0.01048$	時差	$-13\ 03$
$\sin h$	$=0.47953$		$12\ 13\ 03$
$\sin h_m$	$=0.49001$	經度差	$15\ 42$
	$h_m=29°20'29''$	正午之東方標準時	$11\ 57\ 21$
	$k=60\ 39\ 31$		
	$d=18\ 18\ 20$	以所得之緯度重算一次,乃得	
	$l=42\ 21\ 11$ 北	緯度爲北緯42度21分4秒.	

美國海濱測量局有一測量法,名曰繞子午圈高弧定緯度法.於天體經過子午圈之前後共20分鐘內作數次測量,而用其高弧中數以求緯度,較由一次測得之高弧所推算者精密多矣.其推算法如下.由(73)式得

$$\sin h_m-\sin h=2\cos l\cos d\sin^2\frac{t}{2}.$$

依三角式
$$\sin h_m-\sin h=2\cos\frac{1}{2}(h_m+h)\sin\frac{1}{2}(h_m-h).$$

所以
$$\sin\frac{1}{2}(h_m-h)=\cos l\cos d\sin^2\frac{t}{2}\sec\frac{1}{2}(h_m+h).$$

因h_m-h爲甚小之數,故可以$\frac{1}{2}(h_m-h)\sin 1''$代替式內之$\sin\frac{1}{2}(h_m-h)$,以$h=90°-k$代$\frac{1}{2}(h_m+h)$,則上式變爲

$$h_m-h=\cos l\cos d\frac{2\sin^2\frac{t}{2}}{\sin 1''}\operatorname{cosec} k.$$

所以

$$h_m=h+\cos l\cos d\operatorname{cosec} k\frac{2\sin^2\frac{t}{2}}{\sin 1''}.\qquad\cdots\cdots(74)$$

令
$$A=\cos l\cos d\operatorname{cosec} k$$

及
$$m=\frac{2\sin^2\frac{t}{2}}{\sin 1''}$$
則
$$h_m=h+Am. \cdots\cdots(75)$$
而緯度卽由下式推得,
$$l=d+k.$$
式內之 m 值由表十得之,其 A 之值由表九得之.若 t 大過10分鐘時,此法所生之差卽顯著矣.

測量須於視午前10分鐘時開始,繼續測量以至視午後10分鐘時爲止.視午之鐘表時刻須先依法推出（第五章）.在下頁之例題其鐘表時較地方民用時慢27分20秒,其時差爲 -5 分53秒.所以視午之鐘表時刻爲12時 $+5$ 分53秒 -27 分20秒 $=11$ 時38分33秒.

將視午鐘表時刻由測視之時刻減去之,卽爲 t 之數值.依 t 值由表十得 m 值.依 l、d、k 之概數由表九取 A 之值.以 A_m 之值加於相當之測高弧內.由諸次推得之高弧取其中數,改正其蒙氣差及視差,乃得天體心之眞高弧.

例題

測日定緯度

測　場 Smyrna Mills, Me. 測儀　　日期 1910 年 8 月 5 日
記時器　　測人　　溫度攝氏 24 度

日緣	豎切	鐘表時	豎圈讀數 A.	B.	中數
上	右	$11^h\ 30^m\ 04^s$	61° 14′ 00″	13′ 30″	61° 13′ 45″
下	左	11 31 16	119 23 00	20 00	60 38 30
下	左	11 33 14	119 22 30	19 30	60 39 00
上	右	11 34 38	61 16 30	15 30	61 16 00
上	右	11 36 36	61 17 00	15 30	61 16 15
下	左	11 37 34	119 21 30	19 00	60 39 45

下	左	11 39 32	119 21 30	19 00	60 39 45
上	右	11 40 33	61 17 30	16 00	61 16 45
上	右	11 42 46	61 16 30	15 00	61 15 45
下	左	11 43 30	119 22 30	20 00	60 38 45

測得最大高弧	60 58 15
蒙氣差及視差	−27
h	60 57 48
k	29 02 12
d	17 06 18
l	46 08 30

推　　算

鐘表對地方平時之差數 $+0^h\ 27^m\ 20^s$

視午之地方平時 12 05 53

視午之鐘表時 11 38 33

t	m	A	Am	化得日下緣高弧	化得日心高弧
$-8^m\ 29^s$	141″	1.36	192″	61° 16′ 57″	
−7 17	104		141	60 40 51	60° 58′ 54″
−5 19	56		76	60 40 16	
−3 55	30		41	61 16 41	60 58 28
−1 57	8		11	61 16 26	
−0 59	2		3	60 39 48	60 58 07
+0 59	2		3	60 39 48	
+2 00	8		11	61 16 56	60 58 22
+4 13	35		48	61 16 33	
+4 57	48		65	60 39 50	60 58 12

中數	60 58 25
蒙氣差及視差	−27
h	60 57 48
k	29 02 02
d	17 06 19
l	46 08 21

§113. 時爲已知依極星高弧推緯度法　在某定時測得極星之高弧,若知鐘表差之概數卽可推得緯度.因極星去極僅微大於 1 度,故時有小差所影響於推得數者甚微也.最好繼續作數次測量,每次記其時刻.若繼續測量之時間不過 10 分鐘,則取數次高弧之中數及時刻之中數作爲單次測量之得數較爲精確多矣.若轉鏡有整個豎圈則更可反正測之,遠鏡在正位時測一半,在反位時測一半.儀之指數差並須愼定之.

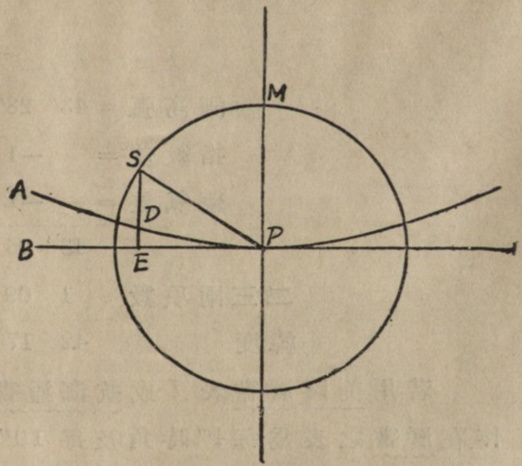
星之時角 t 須依第五章法推其正在測星時之數值.下題鐘表所記之時爲美國東方標準時.須先依經度變爲地方平時,再變爲地方恆星時.時角 t 乃恆星時與星之赤經之較數也.

緯度乃依下式推之,

$$l=h-p\cos t+\frac{1}{2}p^2\sin^2 t\tan h\sin 1''.\qquad(76)$$

p 乃以分計之距極度.此式如何推得,見喬文諾著之天文學 (Chauvenet's a Manual of Spherical and Practical Astronomy).

第六六圖 P 爲極,S 爲星,MS 爲時角,PDA 爲過極之地平緯度圈,卽高弧之平行圈也.所以 D 點與極點有同大高弧.式內 $p\cos t$ 約爲 S 至 E 之距離,E 乃 FB 六時圈上之一點.應用之距離乃係 S 星與極之高弧較數,是爲 SD. 故式內之 $p\cos t$ 數值不合於 SD, 須以 DE 距離補正之.式內最末一項卽約當此距



第六六圖

離也. D 在極上時 DE 使 SE 之值減小, S 若在極下時乃增大其值.

例題 1.　1907 年正月 9 日測極星高弧.

鐘表	高弧
$6^h 49^m 26^s$	$43° 28' 30''$
51 45	28 30
54 14	28 00
56 45	28 00
中數 6 53 02.5	中數 43 28 15

指數差為 -1 秒, $p=1$ 度 11 分 9 秒 $=4269$ 秒, t 之值由測時鐘表時刻推得為 13 度 50.7 秒.

$$\log p = 3.63033 \qquad \log \frac{1}{2}\sin'' = 4.3845$$

$$\log \cos t = 9.98719 \qquad \log p^2 = 7.2607$$

$$\log p \cos t = 3.61752 \qquad \log \sin^2 t = 8.7578$$

$$p \cos t = -4145''.0 \qquad \log \tan h = 9.9763$$

$$0.3793$$

$$末一項 = +2''.4$$

測高弧 =	43°	28′	15″
指數差 =		−1	00
蒙氣差 =		−1	00
	43	26	15
二三兩項數	1	09	03
緯度	42	17	12 北

若用美國曆書表 I 或航海通書表 I 可簡短此項推算工作. 在曆書之表為每 4^m 時角及每 $10''$ 赤緯之高弧改正數. 在航海通書則為每 10^m 地方恆星時之高弧改正數.

若鐘表之差數為已知,可依第五章法求恆星時.其直接測求恆星時法見後第九章中.

例題 2.　1925 年 3 月 10 日測極星高弧＝42 度 20 分,鐘表時刻＝8 時 49 分 30 秒(午後),鐘表較東方標準時慢 30 秒,測地在西經 71 度 10 分,指數差為 ＋1 分,極星赤緯為 ＋88 度 54 分 18 秒,赤經為 1 時 33 分 35.6 秒.

鐘表	$8^h49^m30^s$
差數	30
東方標準時	8 50 00 午後
民用時	20 50 00
經度較	15 20
地方民用時	21 05 20
表三	3 27.9
太陽赤經 $+12^h$	11 08 36.1
表三(經度)	46.8
	32 18 10.8
	24
地方恆星時	8 18 10.8
星之赤經	1 33 35.6
極星之時角	6 44 35.2

測高弧	42°20′
指數差	＋1
蒙氣差	－1
	42 20
表 I 改正數	＋13
緯度	42 33

註　由航海通書地方恆星時 $8^h\ 18^m\ 10^s.8$ 時之高弧改正數為 ＋13′. 由曆書時角 $6^h\ 44^m\ 35^s.2$ 及赤緯 ＋88°54′ 18″ 時之高弧改正數為 ＋13′ 12″. 後者較為精確.

例題 3.　1525 年 5 月 5 日極星測高弧＝40°10′,格林維基民用時為 23 時 50 分,經度為西經 5 時.

G.C.T.	$23^h50^m00^s.00$
表三	3 54 .91
太陽赤經 $+12^h$	14 49 23 .08
	38 43 17 .99
	24
G.S.T.	14 43 17 .99
	5
地方恆星時	9 43 17 .99
極星赤經	1 33 30 .68
時角	8 09 47 .31

測高弧	41°10′00″
蒙氣差	－1 05
	41 08 55
表 I 改正數	＋35 58
表 Ia 改正數	－5
緯度　北	41 44 48

註　表 I 及表 Ia 乃曆書之表也.

§114. 哈里布塔爾寇定緯度法 斯爲推定緯度法之最精確者,天頂遠鏡卽特爲此法而作.選天頂南北各一中星,其天頂距之較數約爲數分之角度.爲便利計,其赤經之較數亦須不過數分之時數,通常約爲5^m以至10^m. 所定之緯度必先知其概數,較眞數所差不得過$1'$或$2'$,俾擇星得無誤也.緯度之概數可先用天頂遠鏡依第112節法定之.事先並須由恆星錄查得若干成對之星,以便適應天頂距較及赤經較之所需條件.

若先測之一星在天頂南中天,轉動遠鏡指南,停於子午面內而夾固之,乃將天頂距較數在尋圈上(Finder circle)定準,卽使遠鏡傾斜以至緯度水準氣泡居管之中心.當星入視場時,以量微器線平分該星.惟至該星行經豎線,卽是中天之時方得完全之平分.於此時立卽記取緯度水準兩端之讀數及量微器之讀數.時辰儀在中天時之讀數亦應記取,以證測器是否正在子午面內.

於是乃轉動遠鏡使指子午線之北方以測第二星.須切記不得攪動遠鏡與緯度水準之關係.在測一對星時不得觸動正切螺旋.

測畢卽由下式推算緯度:

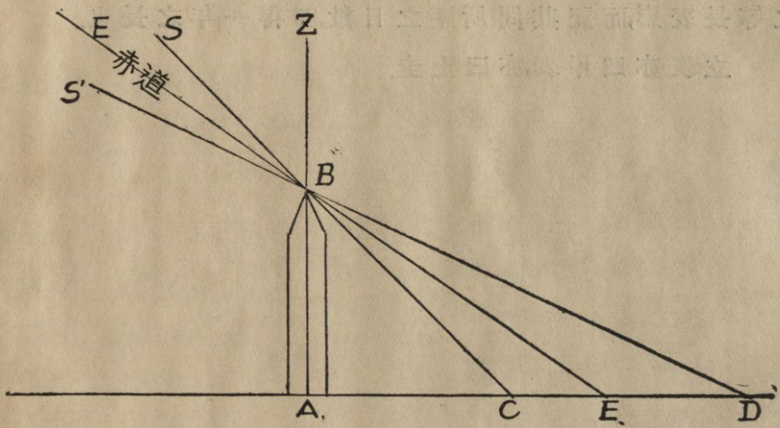
$$l=\frac{1}{2}(d_s+d_n)+\frac{1}{2}(m_s-m_n)R+\frac{1}{2}(c_s+c_n)+\frac{1}{2}(a_s+a_n).\cdots\cdots(77)$$

式內m_s, m_n,乃量微器讀數.R乃量微器每格之數值.c_s, c_n,乃水準差,如北測讀數大則爲正.a_s, a_n,乃蒙氣差.若測時星不正在子午圈上,尙須有其他之改正數.

欲得精確緯度,須於一夜中測10對以至20對星.如能再多則尤佳,更有測之數夜者此法所得之數能較眞緯度只差$0''.10$,或竟少於此數,則其差在地球面上不過10英尺而已.

§115. 立表測緯度法 古時無近世天文測器.其用以測定

緯度之儀器乃至簡便,形如立柱,其高為已知之數.此柱名曰立表(Gnomon).置立表於水平面上,於年中指定之時測正午表影之長,即可推算緯度.



第六七圖

設在北半球於夏至日正午測得表影之長為 AC(第六七圖),其高為 AB,乃已知之數.則由正三角形 ABC 可算求 ABC 角.此角等於 SBZ 角,即太陽在極北時距天頂之度數也.於冬至日正午測得表影為 AD.算得 ABD 角,是為太陽在極南時之天頂距.因太陽在天球赤道南北所行之距離相等,故兩測數之中數為赤道去天頂之角距離,即天頂之赤緯,亦即本地之緯度也.故有

$$l=\frac{1}{2}(k_s+k_w).\qquad(78)$$

其 k_s 及 k_w 乃太陽在夏冬二至日之天頂距也.此為獨立之測法,即測者自能測定,更無須知其他諸數也.惟影末之虛陰致難得影長之確數,是為憾耳.

古人不專用緯度指地之所在,有時用氣候指之者.蓋地之氣候因赤道與地平之斜角而變,此角即圖內之 AEB 角,乃緯度

之餘角也.故有

$$w=\frac{1}{2}(k_w-h_s)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(79)$$

至於用立表推測歲實,須於兩次春季或秋季測得在正午之等長表影,而記其間所歷之日數,卽得一年之長也.

立表亦曰甲表,亦曰土圭.

第九章

時之測定

§116. **測地方時**　某地某時地方時之測定,乃推定記時器具所記之時(任何一種)之差數也.測定太陽時須量太陽心之時角.測定恆星時則須量春分點之時角;然其數值非盡可直接測量者,故有時須量其他經緯度,從而推算所求之時角.時辰儀或鐘表之差數乃依代數法加於所記時之讀數俾得該時之眞時刻者也,記時慢則改正數爲正,記時快則爲負.時記率乃記時器每日所贏或所縮之時數,所記之時縮其率爲正,贏則爲負,此已於前章言及矣.

§117. **中星測時法**　測中星爲直接測時最簡便之法.置轉鏡於子午面內而轉動之,尋視已識之星行經豎髮線而記其時.斯時之地方恆星時同於曆書上該星之赤經.故測時記時器所記之時 T 與該星赤經 r 之較數,即該記時器之改正數或差數 $\triangle T$ 也.以式記之,則爲

$$\triangle T = r - T. \qquad (80)$$

若記時器所記之時爲平太陽時,則只須變眞恆星時爲平太陽時(用47式).而測得時與算得時之較數,即爲該記時器之差數也.

測時立好轉鏡使平髮線對準預立之子午圈標誌.若轉鏡調置妥貼,則視物線必恰在子午面內迴動,平軸尤須精確定之.其與平軸平行之圓板水準須細心調置使氣泡居中,否則須用跨置水準矣.如調置仍有差錯,可用儀之反正位置測星,以消盡其差錯.惟在兩位置時所測星之高弧須相等.高弧相等之星頗

易選得.其相等之程度愈密,則調置不妥之差錯愈可消除竟盡.

為易於尋獲所測之星起見,先依(1)式算出星之高弧度數,用以定準豎弧.算時可不用蒙氣差,因無須知高弧之確數,差5分或10分均無關緊要也.能先知該星中天之時尤便於測事之預備.若知鐘表差之概數,可依(47)式算出該星中天之鐘表時.則可於時前測望該星,益覺從容矣.若手中無曆書可查諸用數,可以4^m乘從3月22日以來之日數得太陽赤經.由恆星錄或恆星圖尋出星之赤經,由星之赤經減去太陽赤經$+12^h$即為地方平時.此雖係概數,其差亦不過2^m至3^m而已.僅為便於尋獲中星,此已足用矣.算得之時亦可依第34節所述之法化為標準時.測量用轉鏡之視場約為1度,故星之得見於視場約在中天前2分鐘.將近中天時星之行路幾與平髮線相合.於星正過豎髮線時記時儀之讀數,愈確愈佳.在野外測量用停針錶(Stop watch)最為方便.若並欲測該星之高弧,可於測時完畢後,立即定準平髮線於該星而取其豎弧讀數,即該星中天時之視高弧也(見111節).

推算鐘表差數須求星中天之眞時刻以與測時鐘表所記之時相比.若所用之記時器為恆星鐘或時辰儀,可立得其差,因星之赤經即地方恆星時也.若欲用民用時,則恆星時眞數須化為地方民用時或標準民用時.

利用中星測時在低緯度處較在高緯度處為精確.近極處其情形為最劣.

例題 1925年4月5日在西經5^h20^m處測星宿一中天.測時鐘表時(東方時)$=8^h\,48^m\,24^s$午後$=$民用時$20^h48^m24^s$.星宿一(α Hydrae)在當日之赤經為$9^h23^m54^s.84$.平太陽赤經$+12^h$在$G.C.T.\,0^h$時為$12^h\,51^m\,06^s.48$.由表三查得$5^h\,20^m$之改正數為$+52^s.57$.

星宿一赤經 $+24^h$	33^h	23^m	54^s	.84
改正之太陽赤經 $+12^h$	12	51	59	.05
∴平午後之恆星時間距	20	31	55	.79
表二改正數		−3	21	.82
地方民用時	20	28	33	.97
化至75度子午圈		20	00	.00
東方標準民用時	20	48	33	.97
鐘表時	20	48	24	.00
鐘表改正數			+9	.97 慢

§118. 天文轉鏡測時法　用大轉鏡測時理同於前,所不同者在測之精確及儀器之改正數耳.並因用有數條豎線之小網或用轉鏡量微器得以增加對一星所作之測視次數.且用電氣記時儀紀錄其測視,其所當時刻卽可由圖上量得之甚精確也.

安轉鏡於三合土或磚砌之立柱上.略定其水平,轉之使合於子午面,愈合愈佳.先對準中豎線於某定點,然後易橫軸之東西以視中豎線是否仍對準該點.如不在該點,是視準線有差矣.必須移動特備之隔板(Diaphragam)使中豎線成眞豎直,俾在兩位置均能對準定點.若轉鏡上下緩動時該定點始終合於中豎線,則豎線眞豎直矣.爲調準中豎線合於子午面,先用跨置水準較準平軸,並測近天頂之星過子午圈.雖測儀不合於子午面,星亦幾能於適當之時與中豎線相合.由此測視可得時辰儀差數,較眞差數不能差過 2 秒或 3 秒.既知時辰儀大概差數,乃推算近極星中天時之時辰儀時刻.迨時辰儀正指該時,乃藉地平經調準螺旋(Azimuth adjustment screw)轉動測儀使中豎線對準該近極星.爲驗儀之調置是否妥貼此種手續須重復行之,乃得愈確之時辰儀差數及愈近子午面之測器安置.諸事皆完善,於將測

前仍須重行較準橫軸之水平.

欲求精確須測視十二個星,以近天頂者爲佳.十二星分爲兩組,每組六星.所以分兩組者,爲定視準線常數差 C 也.每組之星在天頂南者三,天頂北者三.從其不同之得數定每半組之常數差 a.有時爲定 a 之數值使每半組有一近極之慢星.以其測時與近天頂星[在本章謂之時星(Time star)乃藉以定時者也]之測時相比.至於平軸傾斜之差數 b 可用跨置水準求之.各測視之時由記時圖度得之.由每星測視所記諸豎線之時取其中數而加下三項差數以改正之.其經度差爲 $a \sin k \sec d$. 其水平差爲 $b \cos k \sec d$. 其視準線差爲 $c \sec d$. 此外尚有時辰儀之差數及光行日差,雖均極小,亦須加入.最後改正之中天時刻由星之赤經減去之,所得卽地方恆星時時辰儀之差數也.由諸次得數取其中數較眞數所差不過百分秒之幾耳.

§119. 中星之選擇 於測視之前便預定一星單,該單有星名,星等,中天時概數,及其子午圈高弧或天頂距.在相連之星其赤經相隔之數須使測者有足用時間得完成測視及其記錄,並得作下次測視之預備.測時所用之星須每日周行速度甚大,故須近於赤道.其周行甚緩之星不適於測時之用.昏暗之星亦不相宜.測器差數亦與選星有關.由表 G 卽知星近天頂,經度差爲0,而水平差爲最大.星近地平,經度差爲最大而水平差爲0.故若測器之經度差無定而能確定其水平差者,以用最高星爲宜.若水準不甚敏捷難於較準水平而其視物線易合於子午面(測量用之轉鏡常如此),則以用低星爲宜.若所用者爲測量轉鏡,選星更受限制.蓋此項轉鏡有三稜目鏡,不能測大過70度高弧之星,若無三稜目鏡,則只能測60度高弧以下之星也.

下樣單內開列之星係爲1925年5月5日於東方時午後

八、九點間在北緯42度22分西經71度06分地方測天所選之星.其高弧在10度及65度之間.格林維基0^h之恆星時卽平太陽赤經$+12^h$爲$14^h49^m23^s.08$.與東方時20^h相當之地方時爲$20^h15^m36^s$.所以地方恆星時爲$20^h15^m36^s+14^h49^m23^s.08+$表三之差數(在此處可免去不用),約等於$11^h05^m$.是卽星在東方時午後8時中天之赤經也.

本地緯度餘角爲$47°38'$,是乃赤道上星之子午圈高弧也.高弧之限制旣爲$10°$以至$65°$,則星之赤緯之限制當在$+17°22'$及$-37°38'$之間.

從星之十日平均位置表(1925年)選出下開之星,原表約有800星,其不用者以點線明之.

星	星等	赤經	赤緯
翼宿一 α Crateris	4.2	$10^h\ 56^m\ 07^s.105$	$-17°\ 53'\ 57''.53$
靈台三 α Leonis	5.0	10 56 41 .272	+ 4 01 13 .67
翼宿十六 β Crateris	4.5	11 07 58 .012	−22 24 58 .47
西上相 δ Leonis	2.6	11 10 07 .379	+20 56 05 .33
近海山三 π Centauri	4.3	11 17 34 .823	−54 04 47 .36
上輔 λ Draconis	4.1	11 26 58 .349	+69 44 42 .71
靑邱五 ξ Hydrae	3.7	11 29 18 .582	−31 26 33 .36
近小斗二 π Chameleontis	5.7	11 34 09 .389	−75 28 52 .97
上輔增二 3 Draconis	5.5	11 38 18 .337	+67 09 36 .24
翼宿三 ζ Crateris	4.9	11 40 57 .535	−17 56 01 .41
軫宿一 γ Corvi	2.8	12 11 56 .763	−17 07 31 .85

單內有翼十六、靑邱五、翼三,三星合用.旣選定所測之星,乃推算星中天時之鐘表時概數.依法先推得第一星之數,其餘二

星之時可由赤經較數估計之,蓋其鐘表時之差同於赤經差也.其高弧或天頂距則須推算精確.推算畢乃列成下單:

星	星等	東方時概數	高弧概數
翼宿十六	4.5	$19^h\ 58^m\ 49^s$	25° 13′
青邱五	3.7	20 20 09	16 11
翼宿三	4.9	20 31 48	29 42

恆星錄依赤經增進之次序排列,故選星時須先察赤經.既得測視起始時之適當赤經數,乃順序而下,繼察其赤緯是否在所定限內,最後乃察其星等是否適用.

選星已畢,乃查恆星視位表得在測日星之赤經緯,此可由表內每隔10日之數用間求法得之.本節單列之星之平均位置較星在任何定日之實數或約差數秒.以星之赤經確數依前述之法可推得星中天時之準確時刻.

§120. 測太陽中天定時法　視太陽時可於太陽東西緣過子午圈時直接由鐘表得之.兩數之中數爲地方視午之鐘表時,即視太陽時之 12^h 也.此 12^h 可化爲地方民用時,再化爲標準時.若僅測太陽之一端,其中心中天之時可由加減太陽半徑過子午圈之時分得之.曆書中有華盛頓太陽半徑過子午圈時分,所列之數爲恆星時,然可依注明之法減 $0^s.18$ 或 $0^s.19$ 化之爲平時.

例題　1925 年 3 月 2 日測太陽在西經 71 度 6 分處中天.

地方視時	$12^h00^m00^s$	格林維基民用時	$16^h.95$
時差	−12 19.93		
地方民用時	12 12 19.93	在 0^h 之時差	$12^m16^s.29$
經度差	15 36	$0^s.517\times7.05$	3 64
東方標準時	11 56 43.93	改正之時差	12 19 93

其測得東西緣之中天時爲$11^h\,55^m\,47^s$及$11^h\,57^m\,56^s$. 其中數爲$11^h\,56^m\,51^s.5$. 所以鐘表之時快$7^s.6$,太陽半徑過子午圈時分爲$1^m\,05^s.16$. 若未測得第二數則太陽心中天之鐘表時爲$11^h\,55^m\,47^s + 1^m\,05^s.16 = 11^h\,56^m\,52^s.16$,是鐘表之差數爲$-8^s.2$.

§**121. 測太陽高弧定時法**　測得太陽高弧(不近子午圈),由PZS三角形推算P角可定視太陽時.P角乃太陽在子午圈東或西之時角,而太陽之西時角卽地方視時也.測時須急速連測數次高弧,每次記其相當之時.若不計太陽行徑之曲度,卽可假定測得高弧之中數與測得時之中數相應,蓋太陽不近子午圈並連測之時間不過數分鐘(不過10分),其不計行徑曲度之差錯甚小也.所測者若爲上緣或下緣之高弧,須改正其半徑差.若半測上緣之高弧半測下緣之高弧(若儀有整豎圈須翻轉遠鏡測之),卽無須改正其半徑差矣.高弧之中數尙須改正指數差,蒙氣差,視差.太陽在格林維基民用時0^h時之赤緯,須加每時變率乘格林維基時之時數以改正之.若鐘表所指之時爲標準時,須變爲格林維基時.若鐘表之差不過2分或3分,則因此而生之赤緯差亦不過2或3秒.用小儀器測時此差固可不計也.若不知標準時,但知其經度,則格林維基時可由已知之地方時推算之.因所求之時乃係地方時,故先用赤緯概數推算時角t,卽由之推算格林維基民用時之概數.於此時方得推算精確之赤緯.以此赤緯再重算時角t.若先用之赤緯差數甚小,則t卽無須重算矣.

推算時角須知本地緯度,此可由地圖中求得之,或依第十章法測得之.若所測高弧之數甚精確,則緯度數亦須精確.測視之時亦有關於緯度.若測時太陽近卯酉圈,則緯度縱有小差,無關緊要也.

第21節公式之含 t 者均可用之以算時角,算得後變為時分秒之數.若太陽係在子午圈西,此卽爲午後地方視時;若係在子午圈東,則此須由 12^h 減去之以得地方視時.此視時減去改正之時差卽化爲平時（民用時）,再依經度差化爲標準時.此推得之時與鐘表所記之時之較數卽鐘表差也.測日定時恆與測日定地平經度相並行之,因鐘表及高弧之讀數皆彼此共用也.

例題

1925年11月28日　　緯度 $42°22'$ 經度 $71°06'$ 西

		鐘表東方時
下緣遠鏡在正位	$14°41'$	$8^h39^m42^s$ 午前
	15 00	8 42 19
上緣遠鏡翻轉	15 55	8 45 34
	16 08	8 47 34
中數	15 26	8 43 47.2 東方時概數
蒙氣差及視差	3.3	5
h	15 22.7	13 43 47.2 $G.C.T.$ 概數

$$
\begin{aligned}
l &= 42°22' \\
h &= 15\ 22.7 \\
p &= 111\ 17.2 \\
2S &= 169\ 01.9 \\
S &= 84\ 30.9 \quad \log\cos 8.98039 \\
S-h &= 69\ 08.2 \quad \log\sin 9.97055 \\
S-l &= 42\ 08.9 \quad \log\csc 0.17324 \\
S-p &= -26\ 46.3 \quad \log\sec 0.04924 \\
& \qquad\qquad 2)\overline{9.17342} \\
\log\tan\frac{t}{2} &= 9.58671 \\
\frac{t}{2} &= 21°06'43'' \\
t &= 42\ 13\ 26 \\
&= 2^h48^m53^s.7
\end{aligned}
$$

在0時赤緯 $-21°10'58''.8$

$-27''.14\times13.7$ 　　$-6\ 11.8$

$d\ -21\ 17\ 10.6$

$p\ 111\ 17\ 10.6$

在0時之時差 $+12^m14^s.56$

0.828×13.7 　　11.34

時差 　　$+12\ 03.22$

地方視時	$=9^h11^m06^s.3$
時差	$+12\ 03\ .2$
地方民用時	$8\ 59\ 03\ .1$
經度差	$15\ 36$
東方時	$8\ 43\ 27\ .1$
鐘表時	$8\ 43\ 47\ .2$
鐘表快	$20\ .1$

最適於此法測時之情形係太陽在卯酉圈及測者在赤道.當太陽在東或西時,其升或降之率最速.其高弧之誤差影響於推算之時角者較太陽近子午圈時為小,卽同大高弧誤差使時角所生之差前者較後者為小也.測者愈近赤道太陽行徑愈斜於地平,故其每秒時之升降亦最大.若測者正在赤道,並赤緯為0,則太陽將於4秒時內升降1分.前題之太陽係約於8秒時升高1分.若測者在近極處,則此法成無用矣.太陽在近地平時,縱近於卯酉圈,亦不適於作測視.蓋表列之蒙氣差因大氣溫度及壓力之變異而致誤差太大也.高弧小於10度時,亦以避免測視為佳.

§122.測星高弧定時法　前節之法亦可用以測星,更可省去視差及半徑差之改正.若星在子午圈東算得之時角乃星之眞時角;若在西須自24時減去之方得眞時角.星之赤經加其時角卽得恆星時.若欲得平時可依39節法化之,因星數甚多,易於選擇.故為消除測得高弧之誤差起見,乃測視兩星,一星在東,一星在西,由兩得數取其中數,則幾無測儀差及緯度擬數之差在內矣.若用行星測時,須知格林維基民用時以改正其赤經緯.

例題　1925年4月15日測得大角星(α Bootis)高弧 $=40°10'$(東),鐘表時 $8^h\,54^m\,20^s$(午后),緯度 $=42°18'$北,經度 $=71°18'$西.大

角赤經 $14^h12^m15^s.6$, 赤緯 $+19°34'14''$, 平太陽赤經 $+12^h=13^h30^m32^s01$.

	測高弧	40°10′	
	蒙氣差	−1.1	
	$h=$	40 08.9	
$l=$	42°18′.0	log sec	0.13098
$h=$	40 08.9		
$p=$	70 25.8	log csc	0.02584
	2)152 52.7		
$S=$	76 26.3	log cos	9.37013
$S-h=$	36 17.4	log sin	9.77223
			2)9.29918

$$\log\sin\frac{t}{2}=9.64959$$

$$\frac{t}{2}=26°30'15''$$

$$t=53\ 00\ 30\ 東$$

$$=3^h32^m02^s\ 東$$

星之赤經	=14 12 15.6
地方恆星時	=10 40 13.6
西經	= 4 45 12.0
格林維基恆星時	=15 25 25.6
太陽赤經 +12	=13 30 32.0
	= 1 54 53.6
表二	18.8
格林維基民用時	= 1 54 34.8
	5
東方時	=20 54 34.8
	= 8 54 34.8 午后
鐘表時	8 54 20 午后
鐘表慢	14.8

§123. 高弧及緯度差數之影響　欲知高弧 h 之差數對於 t 之影響,可依微分法以 l 及 d 爲常數,準 h 微分(17)之1式.

$$\sin h=\sin l\sin d+\cos l\cos d\cos t \cdots\cdots (17)\text{之}1$$

微分之得

$$\cos h=0-\cos l\cos d\sin t\frac{dt}{dh}$$

$$\frac{dt}{dh}=-\frac{\cos h}{\cos l\cos d\sin t}$$

$$=-\frac{1}{\cos l\sin Z}\ [\text{依}(16)\text{之}2] \cdots\cdots (81)$$

由此式可知 $Z=90$ 度或 270 度時 $\sin Z$ 之值最大而 $\frac{dt}{dh}$ 之值在任何指定緯度爲最小,並知緯度愈小其餘弦愈大,故 $\frac{dt}{dh}$ 之值愈小,所以物體在卯酉圈上爲最利之位置.式內之負號指明高弧增大則時角因之縮小. $Z=0$ 時(天體在子午圈上) $\frac{dt}{dh}$ 之值爲無窮大,則 t 不能由測量高弧以求之矣.

緯度差數所生於時角之影響,可準緯度 l 微分(17)之1式以求之.其結果爲

$$0=\cos l\sin d+\cos d\left(-\cos l\sin t\frac{dt}{dl}-\cos t\sin l\right)$$

$$\cos l\cos d\sin t\frac{dt}{dl}=\cos l\sin d-\sin l\cos d\cos t$$

$$=\cos h\cos Z\ (\text{依 }17\text{ 之 }3\text{ 及 }17\text{ 之 }1);$$

所以

$$\frac{dt}{dl}=\frac{\cos h\cos Z}{\cos l\cos d\sin t},$$

即

$$\frac{dt}{dl}=\frac{\cos Z}{\sin Z\cos l}\ [\text{依 }(16)\text{ 之 }2]$$

$$=\frac{1}{\cos l\tan Z} \cdots\cdots (82)$$

此式指明當 $Z=90$ 度或 270 度時, l 之差不生影響於 t, 因 $\frac{dt}{dl}=0$ 也.換言之,即最利之位置是物體在卯酉圈上也.並指明測者

在赤道時此法最為精確.

§124. 測極星豎圈上之中星定時法　用此法測星,在測時定準遠鏡視物線於過極星之豎面內,立卽測天頂南之星正過該面之時.然後推算化星之赤經度為測時恆星時眞數所用之改正數而加於赤經度內.此法之優點在無須先定子午圈,並兩次測視相隔之時間甚小.故儀器不穩定所生之差誤,亦極微也.其測法如下:

調準測儀,定準豎髮線於極星而固定測器令不動,卽記取鐘表讀數.然後繞平軸轉動遠鏡,惟切勿擾亂其經度(地平).在豎弧上定準所測星之高弧,而注視該星正過豎髮線之時.此星特名之曰時星,須在天頂南且約在 4 或 5 分鐘後正過該豎面者.若於測時之後立測該星之高弧大有助於推算.時星在測時之高弧幾同於其子午圈高弧,故所需之推算並不較普通測中星之推算為繁.若先算得時星中天之時刻,則可由極星去子午圈之位置估計時星行過豎髮線之時刻.若極星近於最大偏角,則視物線之地平經度為最大之時.在緯度 40° 處1925 年極星之地平經度約為1°26′;若極星在東最大偏角時,則赤道上之星將較算得之時刻約遲 4 分行過豎髮線;若極星在西最大偏角時,則約早 4 分(見表 G).若為消免儀器調置不準之差誤計,可於遠鏡反正位置測視兩次而並其得數,於每次測視時星之前須重新定準極星一次.

茲為推定中天時刻與測時正過豎髮線時刻之差數命 r 及 r_0 為二星之赤經,S 及 S_0 為正過豎髮線之恆星時刻,t 及 t_0 為二星之時角,字脚下有 0 者,為極星之數,則依(39)式

$$t=S-r$$

及

$$t_0=S_0-r_0$$

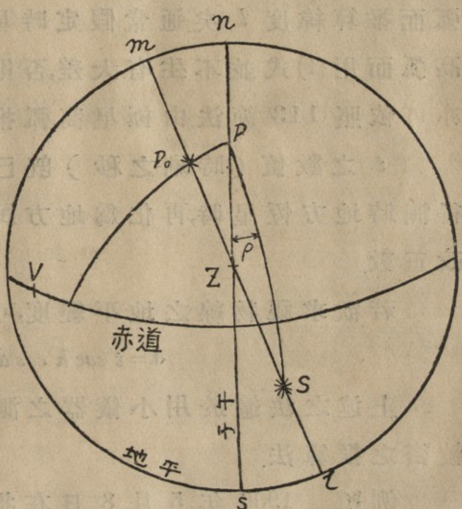
減之　$$t_0-t=(r-r_0)-(S-S_0)\cdots\cdots(83)$$

$S-S_0$ 乃測視兩星相隔之恆星時時間也.若鐘表時爲平時此時間須增加表三之改正數,則83式變爲

$$t_0-t=(r-r_0)-(T-T_0)-C\cdots\cdots(84)$$

T 及 T_0 乃鐘表之讀數,C 乃由表三查得之改正數以之化該時間爲恆星時者也.

第六八圖 P_0 爲測時之極星,P 爲天球北極,Z 爲測者之天頂,S 爲時星在被測時之位置.須知 S 正過豎髮線時極星不在 P_0 位置,已向西移,約在 P 處,其所移之角等於此兩次測視相隔之時間.命 P_0 爲極星之距極度,k 及 k_0 爲二星之天頂距,h 及 h_0 爲其高弧,則於 P_0PS 三角形有



第六八圖

$$\frac{\sin S}{\sin P_0PS}=\frac{\sin P_0}{\sin P_0S},$$

或　$$\sin S=\sin P_0PS\sin P_0\ \mathrm{cosec}(k+k_0)$$

$$=\sin(t_0-t)\sin P_0\ \mathrm{cosec}(h+h_0)\cdots\cdots(85)$$

於 PZS 三角形有

$$\frac{\sin(-t)}{\sin S}=\frac{\sin k}{\cos l},$$

或　$$\sin(-t)=\sin S\cos h\sec l\cdots\cdots(86)$$

以此式 $\sin S$ 之值代入(85)內,則有

$$\sin(-t)=\sin P_0\sin(t_0-t)\mathrm{cosec}(h+h_0)\cos h\sec l\cdots\cdots(87)$$

因 t 及 P_0 乃極小之角可以代其正弦之值,故

$$-t=p_0\,sin(t_0-t)\,cosec(h+h_0)\,cos\,h\,sec\,l \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (88)$$

若 h 及 h_0 未曾測得,則可以 $sin\,(l-d)$ 代 $cos\,h$, 以 $sec\,(d-c)$ 代 $cosec\,(h+h_0)$,亦不過生有一秒之百分幾之差耳. d 乃為時星之赤緯, c 乃曆書中表 I 之改正數也.

此乃假定緯度 l 為已知者.若不知緯度,則須測量星之高弧而推算緯度 l 矣.通常假定時星之測時高弧同於其子午圈高弧而用(1)式並不生有大差,否則可由(75)式推算改正數.緯度亦可依照 113 節法由極星高弧推算之.

t 之數值(時刻之秒)既已算出,即加入時星之赤經以得測時地方恆星時,再化為地方民用時及標準時,以得鐘表之改正數.

若欲求視物線之地平經度,可由下式推 a 之數值.

$$a=t\,sec\,h\,cos\,d \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (89)$$

上述之法適於用小儀器之測量,若用天文大儀器,則須有較密之推算法.

例題 1906 年 5 月 8 日在北緯42度21分西經 4 時44分18.3 秒處測內屏四 0 Virginis 正在過極星豎圈上,

測極星時	$8^h35^m58^s$
測內屏四時	8 39 43
較數	3 45

r	$12^h00^m26^s.3$
r_0	1 24 35 .4
$r-r_0=$	10 35 50 .9
$T-T_0$	3 45 .0
表三	0 .6
t_0-t	10 32 05 .3
	$=158°01'.3$

$l=$	$42°21'$
$d=$	+9 15
$l-d=$	33 06

$d=$	$+9°15'$
$c=$	+1 06.5
$d-c=$	8 08.5

P_0	$=71'.85$
$log\,P_0$	$=1.8564$

$$\log \sin (t_0 - t) = 9.5732$$
$$\log \sec (d - c) = 0.0044$$
$$\log \sin (l - d) = 9.7373$$
$$\log \sec l = 0.1313$$
$$\log 4 = 0.6021$$
$$\log t = 1.9047$$
$$t = -80^s.30$$
$$= -1^m 20^s.3$$

至此可由內屏四之赤經減去$1^m20^s.3$以得恆星時之眞數矣.

$$r = 12^h 00^m 26^s.3$$
$$t = \quad -1 \quad 20 \quad .3$$
$$11 \quad 59 \quad 06 \quad .0$$

該日與此恆星時相當之地方民用時爲$20^h39^m14^s.5$.標準時爲$20^h39^m32^s.43$,卽下午$8^h39^m32^s.8$,此數與鐘表讀數$8^h\,39^m\,43^s$之較爲$10^s.2$,卽鐘表時快$10^s.2$也.

§125. 測一星之等高弧定時法　於星在子午圈東時測得其高弧並記其時刻,俟其至子午圈西高弧與前測相等時再測之並記其時刻.兩時刻之中數乃該星中天之時刻也.此法之不利處,卽在兩次測視相間甚長之時爲不便耳.

§126. 測等高弧兩星定時法　此法乃於兩星高弧相等時測之以定恆星時.一星須在子午圈東,一星須在子午圈西.若兩星之赤緯相等,則兩赤經之中數卽兩星在相等高弧時之恆星時也.惟赤緯相等之星頗難尋得,故須選擇赤緯相差極小之兩星而用改正數以修正該差對恆星時之影響.用一測器於兩星高弧相等之時直接測視兩星實爲不可能之事.故須先測一星之高弧而記其時刻,後於第二星與前星高弧相等時測之而記

其時刻.此法之利處在不用高弧數值於推算.故只要能使兩高弧相等,其因測器調置不妥或大氣折光甚鉅所生之差皆無關於時之得數.測前須預算高弧相等之時刻.於該時二三分鐘前測第一星,如此可使兩測相間之時小而且便.測時並不限定先測東星後測西星,如欲先測西星,只須略變其推算耳.若一星較暗應先測亮者後測暗者,因已知其過平髮線之時刻自易視得.蓋第二測視上距高弧相等時之時間約同於第一測視下距高弧相等時之時間也.測者欲用此法須認識所測之星,故星圖乃必備之物也.

測第一星時,在兩星高弧相等時二、三分鐘前定平髮線微高於東星,注視其行過平髮線而記其時刻.於其行過平髮線前須固定平軸之夾並使垂於平軸之水準氣泡居中.第一測視及讀數記錄完畢後,卽將遠鏡轉向西星(切不可動其斜度),注視該星行過平髮線而記其時刻,並可量其高弧.若不知高弧相等之時刻,則兩星均須明亮,俾遠鏡易於尋獲.乃先測第一星之高弧概數,後測第二星者.如此測視,直至兩星約在相等高弧之時,可無須變動遠鏡斜度卽能測視兩星爲止.於是立卽測東星之高弧,並於數分鐘後測西星者.若欲先測西星,則首先測視之高弧必比先測東星時者爲大,故須定平髮線微低於西星.

第六九圖 $nesw$ 爲地平, Z 爲天頂, P 爲極, S_e 爲東星, S_w 爲西星, t_e 及 t_w 爲 S_e 及 S_w 之時角. HS_eS_w 爲高弧等圈.

由(39)式兩星之恆星時爲

$$S=r_w+t_w$$

$$S=r_e-t_e.$$

式內 t_e 乃子午圈東時角之實數也.取兩時之中數,則有

$$S=\frac{r_w+r_e}{2}+\frac{t_w-t_e}{2}.$$

由此可知恆星時之眞數等於赤經之中數加一改正數,此改正數等於兩時角差之半數.

茲爲推求一方式以改正赤經中數,俾得恆星時之眞數,乃利用(17)之1.

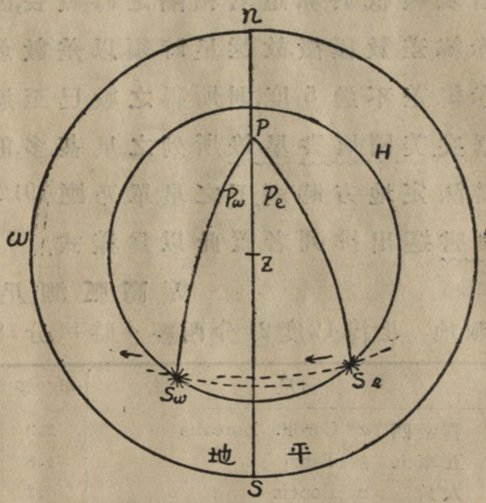
$$\sin h=\sin d\sin l+\cos d\cos l\cos t,$$

以 d 及 t 爲變數,餘爲常數,微分之得

$$0=\sin l\cos d-\cos d\cos l\sin t\frac{dt}{dd}-\cos l\cos t\sin d$$

由此得

$$\frac{dt}{dd}=\frac{\tan l}{\sin t}-\frac{\tan d}{\tan t}\cdots\cdots(90)$$



第六九圖

若赤緯差數甚小,則可以 $\frac{1}{2}(d_w-d_e)$ 代替 dd.如此則 dt 卽爲所求之時角變異,亦卽等於 $\frac{1}{2}(t_w-t_e)$ 也.

故求恆星時之方式爲

$$S=\frac{r_w+r_e}{2}+\frac{d_w-d_e}{2}\left[\frac{\tan l}{\tan t}-\frac{\tan d}{\tan t}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(91)$$

式內之 (d_w-d_e) 須爲時之秒數, d 可作爲 d_e 及 d_w 之中數.若兩星於同時測之, t 亦可作爲 t_e 及 t_w 之中數.但兩星之測隔有時間,故 t 須由下式求之:

$$t=\frac{r_e+r_w}{2}+\frac{T_w-T_e}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(92)$$

T_w 及 T_e 乃鐘表之實際讀數也.

若先測西星,則式內末項爲負數矣.此末項本應化爲恆星時,但因其關於得數甚微故從略耳.若西星赤緯較大,則高弧相等時後於赤經中數所指之時,故改正數應爲負.選星時每對星

之赤經須差 6 時至 8 時,或再多,須依其赤緯而定.星高於赤道者須較低於赤道者相隔之時數長,因推定前式時曾假設兩星赤緯差數極微,故選星時須以差數愈小愈佳.若以小儀測星兩赤緯差不過 5 度,則所得之數已至逼眞.再求精密,卽須用大測器矣.美國曆書星錄所列之星甚多,能選足用成對之星俾得隨時測定地方時刻.下之星單乃應1912 年 4 月 30 日測時之用,由曆書選出排列者.置此以爲樣式.

等高弧測星單

測地　北緯42度21分西經4時44分18秒　日期1912年4月30日

星	星等	高弧相等時之恆星時	高弧相等時之東方時	測時
貫索四 α Corona Borealis	2.3	$10^h\ 28^m$	$7^h\ 38^m$	
五車五 β Tauri	1.8			
大角 α Bootis	0.2	10 37	7 47	
井宿七 ζ Geminorum	4			
大角 α Bootis	0.2	10 48	7 58	
天罇二 δ Geminorum	3.5			
梗河三 ρ Bootis	3.6	11 00	8 10	
北河二 α^2 Geminorum	1.9			
平二 π Hydrae	3.5	11 10	8 20	
近弧矢增三十二 ρ Argus	2.9			
河中 β Herculis	2.8	11 19	8 29	
鉞 η Geminorum	3.5			
蜀 α Serpentis	2.7	11 35	8 45	
南河三 α Canis Minoris	0.5			
河中 β Herculis	2.8	11 51	9 01	
天罇二 δ Geminorum	3.5			
蜀 α Serpentis	2.7	12 02	9 12	
柳宿增十 β Cancri	3.8			
蜀 α Serpentis	2.7	12 11	9 21	
柳宿五 ε Hydrae	3.5			
氐宿四 β Librae	2.9	12 20	9 30	
星宿一 α Hydrae	2.1			
河中 β Herculis	2.8	12 32	9 42	
鬼宿三 γ Cancri	4.9			

例題　1905年12月14日在北緯42度21分西經4時44分18秒處測高弧相等之兩星,天囷一 α Ceti 及右旗三 δ Aquilae.

星	赤經	赤緯	鐘表
天囷一(東)	$2^h57^m22^s.1$	$+3°43'69''.1$	T_e $5^h18^m00^s$
右旗三(西)	19 20 43 .6	+2 55 44 .0	T_w 5 22 13
中數	23 09 02 .8	+3 19 56 .6	5 22 06.5
較數	7 36 38 .5	2)−0 48 25 .1	04 13
T_w-T_e	4 13 .7		
	2)7 40 52 .2		
$t=$	3 50 26 .1		
$=$	$57°36'31''.5$		

$$\frac{d_w-d_e}{2}=-24'\,12''.6$$

$$=-96^s.84$$

赤經中數	23 09 02.8
改正數	−01 41.0
恆星時	23 07 21.8
與此恆星時相當之地方民用時為	17 35 43.4
經度	15 42.0
東方時	17 20 01.4
	5 20 01.4 午後
鐘表讀數	5 20 06.5
鐘表快	5.1

$$\log\frac{d_w-d_e}{2}=1.9861\,(n)$$
$$\log\tan d=8.7650$$
$$\log\cot t=9.8024$$
$$0.5535\,(n)$$
$$-3^s.6$$

$$\log\frac{d_w-d_e}{2}=1.9861\,(n)$$
$$\log\tan l=9.9598$$
$$\log\csc t=0.0735$$
$$=2.0194\,(n)$$
$$-104^s.6$$
$$-\ \ 3\ .6$$

改正數 $=-101\ .0$

$=-1^m41^s.0$

§127. 測等高弧兩星定時法及改正數　以(17)之1式分別用於兩星,取其所得之較,則有

$$\sin\triangle t=\frac{\tan l\tan\triangle d}{\sin t}-\frac{\tan d\tan\triangle d}{\tan t}+\frac{\tan d\tan\triangle d}{\tan t}\text{vers}\triangle t\cdots\cdots(93)$$

式內 $\triangle d$ 乃赤緯較之半數, $\triangle t$ 乃赤經中數之改正數也.若以

$\triangle d$及$\triangle t$之弧代替$\tan\triangle d$及$\sin\triangle t$並棄去第三項,則(93)變爲(90),惟$\triangle d$及$\triangle t$爲有限而非無窮小之較數耳.爲補救因此代替所生之差,乃令$\triangle d$增加一數等於其弧與其正切之較(表J),並加一改正數於式之前二項之和以貼補$\triangle t$之弧與其正弦之較(表K).依此算得之$\triangle t$概數由表K查取第三項之數.如此推算則得數愈益精密,而$\triangle d$之限亦可因以展廣且弗增其因用概數而生之差錯.

表J. (93)式加於$\triangle d$及$\triangle t$之改正數

弧或正弦	$\triangle d$之改正數	$\triangle t$之改正數	弧或正弦	$\triangle d$之改正數	$\triangle t$之改正數
100^s	$0.^s00$	$0.^s00$	800^s	$0.^s90$	$0.^s45$
200	0.01	0.01	850	1.08	0.54
300	0.05	0.02	900	1.29	0.64
400	0.11	0.06	950	1.51	0.76
500	0.22	0.11	1000	1.77	0.88
600	0.38	0.19	1050	2.05	1.02
650	0.48	0.24	1100	2.35	1.17
700	0.60	0.30	1150	2.69	1.34
750	0.74	0.37	1200	3.06	1.52

表K. (93)式加於$\triangle t$之改正數

	$\triangle t$（時之秒）									
第二項	100^s	200^s	300^s	400^s	500^s	600^s	700^s	800^s	900^s	1100^s
100^s	$0.^s00$	$0.^s01$	$0.^s02$	$0.^s04$	$0.^s07$	$0.^s10$	$0.^s13$	$0.^s17$	$0.^s21$	$0.^s26$
200	0.01	0.02	0.05	0.08	0.13	0.19	0.26	0.34	0.43	0.53
300	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29	0.39	0.51	0.64	0.79
400	0.01	0.04	0.10	0.17	0.26	0.38	0.52	0.68	0.86	1.06
500	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.48	0.65	0.85	1.07	1.32

600	0.02	0.06	0.14	0.25	0.40	0.57	0.78	1.02	1.28	1.59
700	0.02	0.07	0.17	0.30	0.46	0.67	0.91	1.18	1.50	1.85
800	0.02	0.08	0.19	0.34	0.53	0.76	1.04	1.35	1.71	2.11
900	0.02	0.10	0.21	0.38	0.59	0.86	1.17	1.52	1.93	2.38
1000	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.95	1.30	1.69	2.14	2.64
1100	0.03	0.12	0.26	0.47	0.73	1.05	1.42	1.86	2.36	2.91
1200	0.03	0.13	0.29	0.51	0.79	1.14	1.55	2.03	2.57	3.17

式內第三項之代數符號恆與第二項者相反.

例題　1912年1月1日在北緯42度21分處推算大角及五諸侯三(ι Geminorum)二星高弧相等之時刻.大角赤經爲14時11分37.98秒,赤緯爲+19度38分15.2秒.五諸侯三赤經爲7時20分16.85秒,赤緯爲+27度58分30.8秒.

$$
\begin{array}{r}
14^h 11^m 37^s.98 \\
7\ \ 20\ \ 16\ .85 \\
\hline
2\,)\,6\ \ 51\ \ 21\ .13 \\
\hline
3\ \ 25\ \ 40\ .56 \\
t = 51^\circ 25' 08''.4
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
27^\circ 58' 30''.8 \\
19\ \ 38\ \ 15\ .2 \\
\hline
2\,)\,8\ \ 20\ \ 15\ .6 \\
\hline
\triangle d = 4\ \ 10\ \ 07\ .8 \\
= 1000^s.52 \\
\text{表 } J \text{ 改正數} = \quad 1\ .77 \\
\hline
\triangle d = 1002\ .29
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
\log \triangle d = 3.000993 \\
\log \tan l = 9.959769 \\
\log \csc t = 0.106945 \\
\hline
3.067707
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\log \triangle d = 3.00099 \\
\log \tan d = 9.64462 \\
\log \cot t = 9.90187 \\
\hline
2.54748
\end{array}
$$

第一項 $= 1168^s.71$　　　第二項 $= -352.76$

$$
\begin{array}{r}
\text{第二項} = -352\ .76 \\
\hline
\triangle t \text{ 概數} = \quad 815\ .95 \\
\text{表 } J \text{ 改正數} = + \quad .48
\end{array}
$$

$$\text{表}K\text{改正數} = + \quad .63$$

$$\triangle t = +817.06$$

$$= + \; 13^m 37^s.06$$

$$\text{赤經中數} = 10^h 45^m 57^s.42$$

$$\text{高弧相等之恆星時} = 10 \; 59 \; 34.48$$

欲得精細之測量,須用酒準考定豎軸斜角以改正測得之時刻.用工程家轉鏡測星僅能用平行於遠鏡轉動面之圓板水準考定豎軸之斜角.若於每次測視記取該水準兩端之讀數,O 爲物端之讀數,E 爲目端之讀數,則斜角之變異爲

$$i = [(O-E)-(O'-E')] \times \frac{a}{2}.$$

a 乃水準每刻格所指以秒計之角數值也.鐘表平均讀數之改正數爲

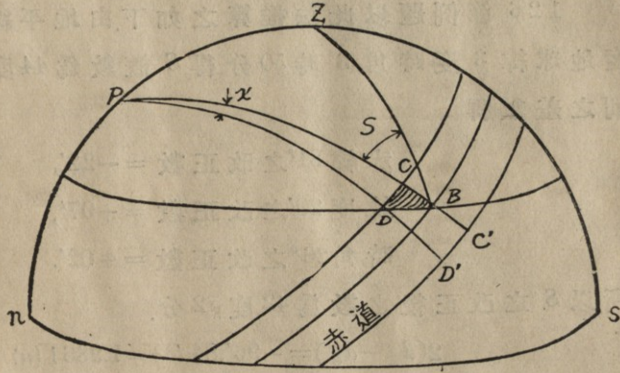
$$\text{改正數} = \frac{i}{30 \sin S \cos d} = \frac{i}{30 \cos l \sin Z}.$$

推算時或由地平經度表（關於此表之用法見 128 節及 169 節）檢查 S 角,或由測得之兩星間地平角推求 Z 角.若測西星時,西星高弧高於東星（氣泡近物端）,則改正數須加於鐘表中數.若加於赤經中數,須反其代數符號.

§128. 用地平經度表求改正數法 若能利用製成之表無須推算即得 PZS 三角形之 S 角,則可依下法求得加於兩星赤經中數之改正數.美國水路測量局(U. S. Hydrographic Office)第120號公報於緯度及赤緯每隔 1 整度及時角每隔10分列一算得之天頂角 Z,作成地平經度表.由此表調換其緯度及赤緯依間求法可得 S 角之數值.所謂調換者,即以其頁頂之緯度數作爲赤緯數並以其記有赤緯之數作爲緯度也.若緯度小於23度,須用第71號公報之表.

由表查角時須於大小之緯度及赤緯整度數及時角整10

分數取出相當角之表列數值,然後再取分別與緯度赤緯及時角之分數相當之比例數,用代數法加於前得之角,卽得所求之角.若於最相近之表列數取角之數值較由次小整數取值尤爲精確.該公報內緯度與赤緯正負號相反時之查角法須改變之如下,卽調換緯度赤緯如前但依時角之補角數值(Supplement)查表列之角卽得所求之 S 角.



第七〇圖

設二星赤緯相等,於某時其高弧相等,A 星在子午圈東 B 在西.若 B 之赤緯增大佔 C 位置,則星之時角亦必增大 x 角俾仍能在該高弧等圈上.x 角之半數乃所需之改正數也.第七〇圖 BC 爲赤緯之增大數,BD 爲過 A、B、D 之高弧等圈,CD 爲赤緯等圈之弧,乃星至 BD 高弧等圈所必經之路,BD 弧及 CD 弧非大圈之弧,故三角形 BCD 非弧三角形.然用工程家轉鏡測星縱以 BCD 爲弧三角形或竟以爲平三角形亦無顯著之差錯發生.ZBP 爲 S 角而 DBC 角爲 90 度$-S$,則 CD 弧之長爲 $BC\cot S$,卽 $(d_w-d_e)\cot S$.P 角同於 $C'D'$ 弧並等於 $CD\sec d$.若以角之分數計 (d_w-d_e),時之秒數計改正數,則

$$改正數=\frac{x}{2}=2(d_w-d_e)\cot S\sec d \cdots\cdots(94)$$

d 須視爲兩赤緯之中數.推求 S 角所用之時角乃兩赤經較之半數改正以鐘表時間之半數.定等高弧改正數之三角方式爲

$$\tan\frac{\triangle t}{2}=\sin\frac{\triangle d}{2}\cot\frac{1}{2}(S_1+S_2)\sec\frac{1}{2}(d_1+d_2)\cdots\cdots\cdots\cdots(95)$$

若以弧代式內之正弦正切,則化爲上一式矣;惟S_1與S_2之中數不盡同於由時角中數得來之S數值耳.

126節例題以此法推算之如下.由地平經度表用赤緯42度地球緯3度時角3時50分得S概數爲44度05分,再由其表列之差數得

赤緯$21'$之改正數$=-22'$,

緯度$20'$之改正數$=+07'$,

時角26^s之改正數$=+02'$.

所以S之改正後之數爲43度52分.

$$2(d_w-d_e)=-96'.84\quad \log=1.9861\,(n)$$

$$\log\cot S=0.0172$$

$$\log\sec d=0.0007$$

$$\log\text{改正數}=2.0040\,(n)$$

$$\text{改正數}=-100^s.9$$

用工程轉鏡測星,若兩星之赤緯較數不過5度並其他情形亦均有利,則此法之推解已足精密.若用大儀器作精細之測量,則此式不能切實無差矣.

等高弧法同於其他前述之法,測低高弧之星得數較爲精確.

§129. 星過預定界點定鐘率法　察看某恆星(不能用行星)行過指定精確界點之時刻,無須知鐘表之差數卽可定鐘表之行率.逐夜仰觀天空認定一星.當注目於某定點時,該星或爲房或爲他物所遮,卽已完成所測矣.蓋因星逐夜於恆星時之同時刻行過該指定之界點也.若鐘表所記之時爲恆星時,則該星行過該點之時刻逐日相同.若所記之時爲平時,則每恆星日

鐘表縮3分55.91秒,故次日之鐘表讀數少3分55.91秒.所以若於某夜察看該星行過界點之時刻,則求以後某夜該星行過該點之時刻可以相間之日數乘3分55.91秒,由該察看之鐘表時刻減去之卽得.該後某夜之察看時刻與算得時刻之較數除以相間之日數,卽爲鐘表每日之贏縮數.數星期後該星將於晝間過該界點.故須於該時未到前換認另一星之能於是夜行過該定點者.是此法可行之永久矣.

§130. 美國授時事務　美國標準時係在其海軍觀象臺測星定之.既定之後,傳知落磯山東之各州.其傳法係用電信符號(Electric signals)由電信公司之路線傳之,並經阿靈吞(Arlington)及亞那波里(Annapolis)兩無線電臺接續傳之.其在落磯山西之標準時係在美鴉島(Mare Island)海軍場定之.

標準鐘(恆星時)之差數每月測定15次,測時用6個或12個中星,並用兩架測儀以校對之.一爲六英寸轉鏡,一爲較小之儀,可於每星一組測視之中間反其位置而測之.

當放送電號時用記時圖同時記錄放送鐘與恆星鐘之時以比較之.既得放送鐘之差數,乃用該鐘備有之自動機件增進或減低其速率.一俟記時圖之比較指明放送鐘業已校正該機件,卽自動的停其工作.放送鐘乃送其符號經由繼電器轉爲電信符號及無線電符號.

爲察驗並存記所送符號之差錯起見,乃在觀象臺處收受其符號記於記時圖上.故放送鐘差及符號差均有記錄備求精確數之用.但時之符號差甚少達十分秒之一者.

午時之符號於每日東方時12時放送.自11時55分起卽開始送放符號,至12時爲止.此項符號可由電信局或火車站之音機(Sounder)聽之.音機每一秒鐘有一滴答之聲.每分鐘之末先有

五秒之無聲時間，即自第五十五秒至五十九秒免去滴答之聲，用以表示該分鐘之終了將至；惟午時之符號乃先之以10秒之無聲時間。同樣之符號於東方時下午10時放送，其放送恆由無線電臺繼續傳遞，故能於收音機聽之。

第十章

測經度法

§131. 量經度法　兩處經度之較數可以同時兩處地方時之較數定之.其最要之法卽將此處計時器帶至他一處,並在兩處定準該器對於地方時之差數;然同時以電信比較兩處之時,乃爲最精確之法.由月之位置如月中天、月食、月掩星等,亦可得兩處經度較.由木星之衛星食或地面其他之標記亦然,惟皆欠精確耳.

§132. 移送計時器定經度法　鐘表在第一處子午圈之差數由測定之地方時刻定之.乃將該鐘表移送至第二處,再測定鐘表對該子午圈之差數(有時仍送回該鐘表於第一處重測其差數以定其速率).若該鐘表記時完全準確,則兩處改正數之較卽兩地經度較也.設第一處居東,第二處居西,命 r 爲鐘表速率,縮時爲正,贏時爲負.c 爲在東處之改正數,c' 在西處之改正處,d 爲兩測時相間之日數,T 爲鐘表在第二處之讀數,則經度較得之如下:

$$\text{西處地方時}=T+c',$$

$$\text{東處地方時}=T+c+dr,$$

$$\text{兩時較數}=\text{經度較數}=c+dr-c' \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(96)$$

反之,若先測西處後測東處者,亦得此式.

若鐘表所記之時爲平時並測星定其對於平時之差數,則須知兩地之經度確較俾得改正太陽之赤經.若所記之時爲恆星時且測定該鐘表對地方恆星時之差數,則無須知經度矣.

爲核對鐘表速率起見,乃將其鐘表攜回原處重測定其地

方時.若其速率均勻,則用所得之中數可消免測定之差錯.此法雖不如電信法之精確,然於兩處用數個鐘表往復測之亦能有良好之得數.用之於海上測量及探險測量尤爲適宜.

例題　測 A 子午圈處地方平時得鐘表慢15分40秒.在其西 B 點處該鐘對地方平時慢14分10秒.此鐘表之速率爲每日贏8秒.第二測視係在第一測視之48時後.所以經度較數爲

$$+15^m40^s-2\times8^s-14^m10^s=1^m14^s.$$

故 B 子午圈比 A 子午圈偏西 1^m14^s 或 $18'30''$.

§133. 電信定經度法　在兩地測中星定其恆星時.測時用可移動之大轉鏡,並用聯於斷電流(Break-circuit)時辰儀之記時器記錄其所得.測星之選擇須使得定測儀差錯,俾可消滅其對得數所生之影響.分星爲兩組,軸在正位測其半數,反之測其半數.如此可定其視物線差數.每半組之星有在天頂北者,亦有在南者.此兩組星中天時刻之較數可定其經度差數.其斜角差數可用跨置水準定之.

兩時辰儀之改正數既已確定.乃聯兩記時器於幹綫(Main line),用電信紐(Telegraph key)屢通其電流,或屢斷其電流,以發送符號,此符號並皆記錄於兩記時圖上.爲消免因符號傳送時間(曾經試驗需0.05秒鐘由華盛頓達加里佛尼亞哈蜜爾敦山立克觀象台(Lick Observatory, Mt. Hamilton, California.)所生之差數起見,先由東向西傳送電號,次由西向東傳送之.若其差錯不變,則兩得數之中數即無該差錯矣.人爲的差錯向以交換測者消滅之,今則改用掉換轉鏡量微器矣.迨諸測得數業已改正經度、視準線、水準諸差數及已得時辰儀對地方恆星時之差數後,其發送於幹線之每一電號必與東處某恆星時刻相當而與西處之另一恆星時刻相當.此兩時刻之較數,即經度較數之以

時表之者也.

自 1922 年美國各地之經度皆準華盛頓由收受無線電時刻符號定之.如此則只需一觀測所,省費不少矣.

用此法定經度較數其差約爲 0.01 秒,在地面僅約差 10 英尺耳.

§134. 時刻信號定經度法（信號即符號） 若測者能由無電信局或鐵路車站或無線電傳來之午時信號或下午 10 時信號得知標準時,卽可得其經度概數.並可依第九章所述諸法定其地方時.此地方時與信號之標準時之較,卽加於標準經度以得測者本處經度之數也.

例題　太陽高弧 27 度 44 分 35 秒,緯度 42 度 22 分北,赤緯 19 度 00 分 09 秒北,時差 ＋3 分 38.8 秒,鐘表讀數 4 時 18 分 13.8 秒.由此諸數得地方平時 4 時 33 分 43.9 秒,證明鐘表慢 15 分 30.1 秒.與電信局午時信號比較之知鐘表較標準時快 6 秒,則推定其經度如下:

$$
\begin{aligned}
&\text{地方平時改正數} = +15^m30^s.1\\
&\text{標準時之改正數} = \underline{-00\ \ 06\ .0}\\
&\text{經度較數} \quad = \ \ 15\ \ 36\ .1\\
&\qquad\qquad\qquad = \ \ 3°54'\,01''.5
\end{aligned}
$$

經度 $=75°-3°54'=71°06'$ 西

§135. 月中天定經度法 太陰繞地球旋轉一月一周,其在諸星間位置屢變,然其行動之規律現已大著.其在格林維基每日每格林維基民用時所佔之位置可於三年前推定之載於航海通書中,所載位置係由地心所見者.故測得之位置須改正其視差.由測視可定太陰在諸星間之位置,卽可推得與此位置相合之格林維基民用時.

測定太陰過子午圈之赤經可得知經度,此法宜於用工程轉鏡,探險家常用之.法先測定太陰中心之赤經以推格林維基民用時之時刻,以此時刻與地方民用時時刻較即得本地經度.

置轉鏡於子午面內測視太陰光亮邊緣中天之時刻,並卽測視與太陰赤緯略同之數星之中天時刻.曆書中太陰中天表指明何緣可測(I緣或II緣).所得太陰中天與某星中天相間之時數加於該星赤經,或由該赤經減去之,卽爲太陰邊緣之赤經.由諸星之赤經數取其中數較用一星之赤經爲善.求太陰中心赤經,須由曆書太陰表取用半徑過子午圈之恆星時間作爲測得赤經之改正數.推算該改正數時已會顧及太陰在該短時間內赤經之增進數.故改正後之赤經非太陰邊緣中天時其中心之赤經,乃太陰中心中天時其中心之赤經.若測其西緣須加之,若測其東緣須減之.得數卽爲太陰中心中天時之赤經,亦卽該時刻之地方恆星時也.與此時刻相當之格林維基民用時由表列太陰每時赤經數依間求法推得之.先由表尋出其次小的赤經及其每分變數.由測得之赤經減去此赤經以每分變數除其較數,此所得之分數加於表列格林維基民用時之時數(與次小赤經相當)卽得與此地太陰中心中天時刻相當之格林維基民用時.若變率過快並須用精密之間求法,卽由兩變率推得合於間求所跨時間中點之每分變數.然若用工程轉鏡作測視,則簡易之間求法亦足,無須用精密法也.

以格林維基時與地方時相較,須先變格林維基民用時爲相當之格林維基恆星時.此恆星時與地方恆星時之較數,卽該地準格林維基之經度也.

準備測太陰中天須先查曆書太陰中天表是否能測及約何時中天.其查中天時或查曆書中之華盛頓民用時中天時刻

或格林維基民用時中天時刻,此乃太陰在各該地之中天時刻故須改正其經度.推算太陰之視高弧並改正視差.太陰視差極大,若不改正卽不能出現於視場.其地平視差乘以高弧之餘弦卽所用之改正數也.在地上所見之太陰較在地心所見者為低,故此改正數須由推得之高弧減去之.

太陰於每 1 分時約增進赤經 2 秒,故赤經微有差錯影響於經度者大約三十倍,所以此非精確之法也.然亦有利處,如因鐘表有變或因其他原故完全喪失其格林維基時之知曉,仍能以此法恢復之.

下為用工程轉鏡測太陰中天定經度之例題:

例題　1925 年 7 月 30 日測太陰西緣中天定經度,鐘表太陰西緣中天時刻 $7^h27^m14^s$, 心宿一中天時刻 $7^h29^m20^s$.

心宿一	$7^h29^m20^s$
太陰 I 緣	7 27 14
時距	2 06
表三	0.3
恆星時間距	2 06.3
心宿一赤經	16 16 39.50
太陰緣赤經	16 14 33.20
半徑過子午圈時間	1 10.36
太陰中心赤經	16 15 43.56 = 地方恆星時

由曆書查得

7 月 31 日格林維基民用時	太陰赤經	每分變數
0^h	$16^h14^m37^s.54$	2.3986
1	16 17 01 .64	2.4049
	2 24 .10	63

$16^h15^m43^s.56$
16 14 37 .54

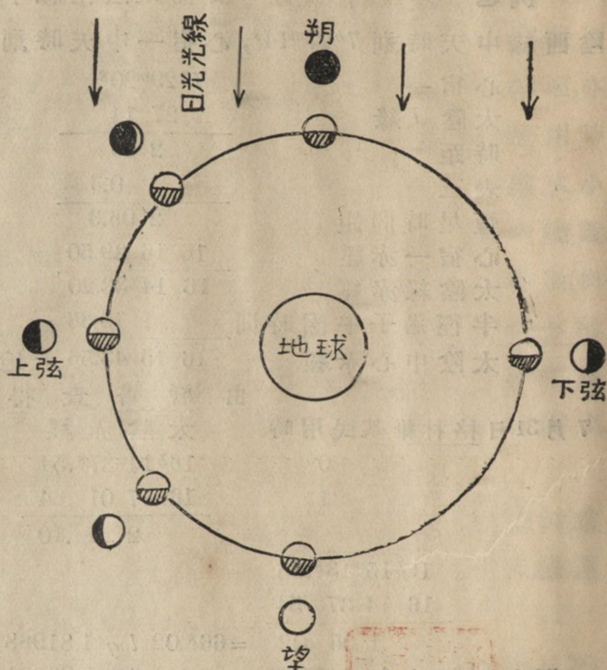
1 06 .02 $= 66^s.02$　log 1.81968　$\frac{33.0}{144.1} \times 63 = 14$

間求而得之每分變數 = 2.400　log 0.38021

1.43947

	$27^m.509$
	$=27^m30^s.5$
格林維基民用時	$=0^h27^m30^s.50$
太陽赤經 $+12^h$	$=20\ 32\ 23\ .49$
表三	$04\ .52$
格林維基恆星時	$20\ 59\ 58\ .5$
地方恆星時	$16\ 15\ 43\ .56$
經度	$4\ 44\ 14\ .95$ 西 $=71°03'45''$ 西

太陰在天球上每日東行約13度,因有此行,故其逐日中天時刻平均約遞遲51分.但因其軌道有偏心之故,實在遞遲之數與此平均數相差甚大.太陰軌道與地球軌道斜成5度8分之角.此兩面相交之線亦如春分點向西退行,惟周期則爲19年.所以太陰之最大赤緯依照其軌道面及赤道面相與之位置從27度27分加5度08分變至23度27分減5度08分,即從28度35分以至18度19分.因太陽、太陰、地球三者相與位置之變

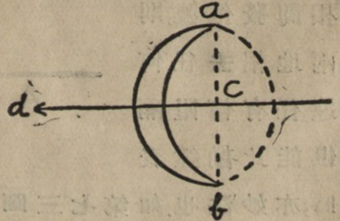


第七一圖

動甚速,遂致在地球上所見之太陰面屢易其量.故太陰現象逐日不同,名曰太陰之盈虧(Moon's phases),亦曰太陰之位相.第七一圖乃一月中三天體在各時之相與位置,圖外周圍之圓形表明地球上所見太陰之形象.

太陰之光輝純由日光之反照而成,日光不及之處黑暗不見.日光雖可及而與地面相背者,人亦不能見.太陰居於太陽地球之間時,其黑暗部分向地球,是謂朔月,亦曰新月(New moon).約一星期後月在上弦處,其受光之半面爲人所見,是謂半月(Half moon).介於新月與半月之間者是爲彎月(Crescent moon).自半月起再約一星期後見其受光之全面是謂滿月(Full moon).介於半月及滿月之間者是謂凸月(Gibbous moon).自滿月起約再二星期復爲新月,其間所呈位相與前二星期相稱而次序相反.

太陰上明暗交界之線謂之明暗線(Terminator).明暗線恆爲半橢圓線(斜見半圓線即成半橢圓線).故受光之面恆爲半圓面加或減半橢圓面所成(如第七二圖).聯月尖(Cusps)之 ab 直線恆垂直於向日之直線,其兩角尖(Horns)則恆在日之對方(即恆背日).



第七二圖

上弦之半月約在午後 6 時中天,滿月在夜半中天,下弦之半月約在午前 6 時中天.雖所見月之受光部分屢易,而月向地之部分則恆不變,因月繞其軸每一太陰月僅轉一次也,故約月之半面永不爲吾人所見.

§**136. 測太陰去恆星距離定經度法**　在海上難於用轉鏡測月,但能用六分儀測月與其行徑鄰近恆星之距離,此測得之距離當然不同於在地心所見者,然可依算法由測得之距離推

得在地心所見之距離.以此推得之距離與曆書或航海通書所載之距離相較,乃得與測定距離相合之格林維基民用時.以此時與測時本地民用時刻相較,即得其準格林維基之經度.

§137. 太陰掩星定經法　太陰在行徑中有時遮蔽恆星使其暫時隱沒,謂之月掩星.當恆星隱沒時,月與該星之距離同於月之視半徑.如此則得自量之太陰距離.惟月邊有出入,故被掩之星去月心之距離非恆等也.

§138. 花爆信號定經度法　二地相距不遠可互見所發之花爆或其他之信號.各以法測定本處之時正其鐘表.甲地驗鐘表至某時即發標以報乙地,乙地即驗鐘表.察二地之時較,即知二地之經度較.如累次測時連發信號以相比勘,則鐘表之差可消盡,俾得數不因之而生差則尤妙.

若兩地相距較遠,可於中間另取一地發放信號,令兩地皆見之.或兩地中間取相連數地,相間發信號,則兩地相去任何遠任有何阻隔俱能比勘鐘表時,亦妙法也.如第七三圖 A、G 爲最遠二地,中間取 B、C、D、E、F、五地,各地皆先測時正其鐘表.B 地於某時發放花爆,A、C 二地各驗鐘表;D 地於某時又放花爆,C、E 二地各驗鐘表;F 地於某時又放花爆,E、G 二地各驗鐘表.則 A、C 兩地兩鐘表時之較數望 B 信號而定;C、E 二地鐘表較數望 D 信號而定;E、G 二地鐘表較數望 F 信號而定.并三較數即得 A、G 二地之鐘表較數,B、D、F 三地以次發信號,每次遲早相去不及15分鐘.鐘表差錯不

第七三圖

大,又累次連發,則得數可不因之而生差.

§139. **月食定經度法**　月入地影成月食乃半地球於同時共見之現象,故記各本地月食時刻而比較之,即得各地彼此經度之較數.如與格林維基所記月食時刻較即得本地準格林維基之經度,惟地之陰影邊不甚分明,極難得銳利之測定耳.

§140. **木星月食定經度法**　木星月食半地球同見之,乃天然之信號也.且食之次數極多,幾夜夜見之;惟亦與月食有同樣之缺點.

§141. **流星定經度法**　流星自發光至隱歷時無幾,二地相距雖遠至一千華里可同見之.立秋後二､三兩夜,立冬後五､六兩夜流星極多,可預期約同測之.

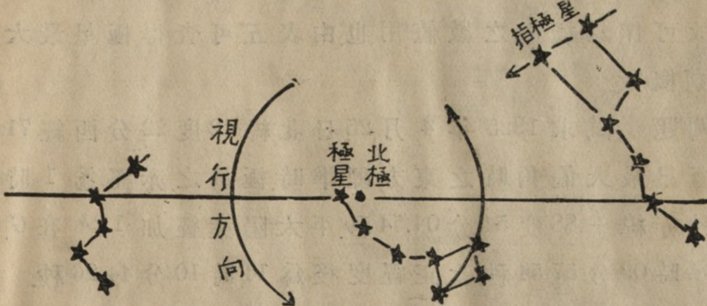
第十一章

地平經度測法

§142. 地平經度之測定 確定直線之地平經度或子午圈之方向乃測者常事.陸地測量須依經緯度建立三角測場.其天文位置及地面位置固同應確定.然在工程測量如測地勢等,則恆需地平經度之測定.在粗簡及區域較小之測量固可不用眞子午圈及眞地平經度而用磁石子午線.此在當時可省許多困難,然又能生困難於將來.現今測量區域愈推愈廣,且彼此相聯,更不時復測.若不用眞子午圈,則難於一貫.故眞子午圈之需要於今爲烈也.

§143. 地平經度標誌 夜間測定物之地平經度頗難,或竟不能直接注視該物,故須預立一晝夜能見之特別標誌.欲測物體之地平經度,乃於夜間測該標誌之地平經度,於晝間量該物體與標誌間之角度.置燈於箱內,穿一小口俾得見其光,即可作標誌之用.所開之口,依測視之距離遠鏡之能力等等而變.欲求工作精確,該口所張之角不能大過0.5至1秒.如能置標誌於相當遠處,俾測者於測星之後不變其遠鏡之焦點,即轉測該標誌方爲適宜.用大遠鏡時標誌須置於一英里處,若用工程轉鏡,則可置於較近之處;然實際測場左近之地形多有不容置於所需之遠之情勢者.

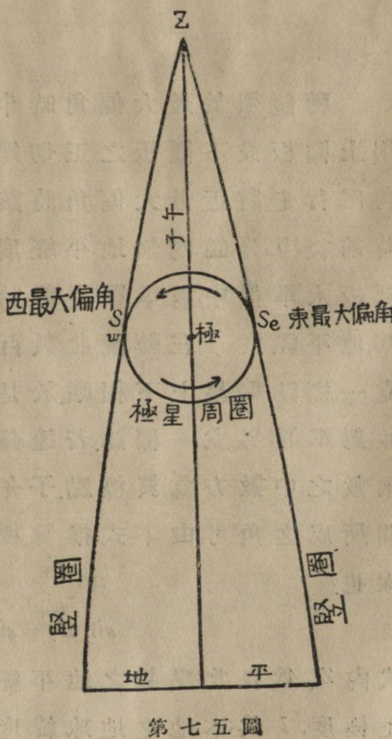
§144. 極星在最大偏角時之地平經度 若正當北極處有星可用轉鏡更迭測視北極及預立之標誌,則星與標誌之刻圈讀數較即爲標誌之地平經度.惟當極處無星,只能測其左近之星.故須記測視該星時之時刻以推算該時刻星之地平經度,方



第七四圖

能得標誌之地平經度.

於極星或近極星在最大偏角時測視之以定子午圈方向是爲法之最簡而較確者(見21節),其在測時之天象可由第六〇圖及第七四圖見之.極星若在北極西則北斗七星在右,仙后座在左.求其最大偏角時之準確時刻,可先推算其在最大偏角時之恆星時,化爲地方民用時,然後再化爲標準時.



第七五圖

推求最大偏角時刻須先用(28)式算時角 t_e,並化爲時分秒單位.若用西最大偏角,t_e 卽爲其時角;若用東最大偏角,24 減 t_e 爲其時角.加時角於赤經,卽得恆星時.在緯度 30 度及 50 度之間,極星之 t_e 之平均數值約爲恆星時 5 時 56 分或平時 5 時 55 分.此爲估計最大偏角時刻甚確之數.其逐年之變易及因緯度之變易均極

微小.故可作爲極確之數值用也.由表五可查得極星最大偏角之時刻概數.

例題 試求1925年4月25日北緯42度22分西經71度06分處極星最大偏角時之東方標準時.極星之赤經爲1時33分27.15秒,赤緯＋88度54分04.54秒.平太陽赤經加12^h在G.C.T.0時＝14時09分57.54秒,改正經度後爲14時10分44.26秒.

$$
\begin{aligned}
\log\tan l &= 9.96002\\
\log\tan d &= 1.71717\\
\log\cos t_e &= 8.24285\\
t_e &= 88^\circ 59' 51''.7\\
&= 5^h 55^m 59^s.45
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{rr}
t_e = & 5^h 55^m 59^s.45\\
r = & 1\ \ 33\ \ 27\ .15\\
\hline
S = & 7\ \ 29\ \ 26\ .60
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lr}
S = & 7^h 29^m 26^s.60\\
r_s + 12^h = & 14\ \ 10\ \ 44\ .26\\
\hline
\text{恆星時間距} = & 17\ \ 18\ \ 42\ .34\\
\text{表二} = & 2\ \ 50\ .17\\
\hline
\text{地方民用時} = & 17\ \ 15\ \ 52\ .17\\
\text{經度較} = & 15\ \ 36\ .00\\
\hline
\text{東方民用時} = & 17\ \ 00\ \ 16\ .17
\end{array}
$$

轉鏡須於最大偏角時半點鐘前安妥,使平髮線平分該星.用上圜板或下圜板之正切螺旋使之移動,以追隨星向最大偏角處行走.將近最大偏角時該星幾若豎行,是以約在最大偏角時前後5分鐘內無地平經度之行動.於最大偏角時5分前,使圜板水準得中,對準豎髮線於該星.乃低其遠鏡（切不可擾動其地平經度）在轉鏡北數百英尺外,定準該星下照地面之處立一標誌與星上下相應.於是反轉遠鏡,重整水準,重測準極星,並對準再另立一標誌.若遠鏡調置有誤差,此二標點不能合一.兩數之中數方爲眞標點.子午線與標誌線（星之地平經度）間所成之角可由下式推算.標誌線者由測處至標誌所聯之直線也.

$$\sin Z_n = \sin p \sec l \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29)$$

式內Z_n爲自北點起之地平經度（或向東或向西）,p爲星之距極度,l爲本地之地球緯度.距極度可由曆書中查得赤緯從

90度減去之卽得.亦可由表 L 查得,惟約有30秒之誤差.緯度可由地圖查得,或測得之.緯度可無須精確,因微分(29)式可證明 l 誤差 1 分,僅使極星之地平經度 Z_n 在美國緯度界內生約 1 秒之差數也.

上所述者乃通用之法,可用於任何近極星.極星在 1925 年之距極度約爲 1 度06 分.如用下式,雖屬簡略亦頗準確.

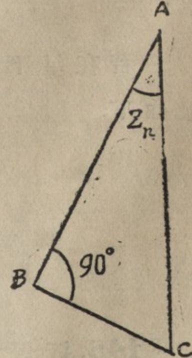
$$Z_n''=p''\sec l \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(97)$$

式內 Z_n'' 及 p'' 皆爲弧之秒數.

表 L. 極星平均距極度表

年	平均距極度	年	平均距極度
1924	1° 06′ 07″.3	1933	1 03 22.5
1925	1 05 48 .9	1934	1 03 04.3
1926	1 05 30 .5	1935	1 02 46.1
1927	1 05 12 .2	1936	1 02 27.9
1928	1 04 53 .8	1937	1 02 09.7
1929	1 04 35 .5	1938	1 01 50.5
1930	1 04 17 .2	1939	1 01 32.3
1931	1 03 59 .0	1940	1 01 14.1
1932	1 03 40 .7	1941	1 00 55.9

此算得之 Z_n 可於晝間(夜間亦可)用轉鏡定準所在.如一次不得定準可重定之.或用卷尺先量測處至標誌之距離,由此距離及星之地平經度算得一垂直勾線(Offset),再用卷尺由標誌量度勾線以定子午圈之一點,卽得所求之眞子午線.如第七六圖 A 爲測處,B 爲標誌,C 爲標誌線.或用轉鏡定準 BAC 角同於星之地平經度.或由 AB 之長及星之地平經度算得 BC 之長.BC 垂於 AB,用卷尺度



第七六圖

其長得C點.AC卽眞子午線也

通常多不測定子午線而用定點以代之.量得星在最大偏角時與該定點所成之地平角,併於星之地平經度,卽得定點在地面上之方位（亦曰方向）,亦卽定點之地平經度也.因星之地平經度變易極慢,頗有時間容復測數次直至地平經度將差1秒或2秒時方止.在緯度40度處星在最大偏角時前後半點鐘內約差1秒.其變數與去最大偏角時之時距平方成比例,其慢可知矣.轉鏡調置之誤差,可用遠鏡反正位置測法以消盡之;惟每次向星作測之前,須重使水準居中.

例題　推算1925年4月25日北緯42度22分處極星在最大偏角時之地平經度,極星之赤緯爲+88度54分04.54秒,距極度爲1度05分55.46秒 =3955.46秒.

依(29)式

$$\log\sin p=8.28272$$
$$\log\sec l=0.13145$$
$$\log\sin Z_n=8.41417$$
$$Z_n=1°29'13''.6$$

依(97)式

$$\log p''=3.59720$$
$$\log\sec l=0.13145$$
$$\log Z_n''=3.72865$$
$$Z_n''=5353''.6$$
$$=1°29'13''.6$$

若在星下所立之標誌距測儀處630.0英尺,則求其垂直勾線如下:

$$\log 630.00=2.79934$$
$$\log\tan Z_n=8.41432$$
$$\log 勾線=1.21366$$
$$勾線=16.355呎$$

§145. 近最大偏角時之測視　若於近極星最大偏角時數分內作測視,並記其測視時刻,則測時星之地平經度可化爲在

最大偏角時之地平經度.所用之改正數由下式推算之:

$$C=112.5\times3600\sin1''\tan Z_e\times(T-T_e)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(98)$$

式內Z_e爲最大偏角時之地平經度,T爲測時之時刻,T_e爲最大偏角時之時刻,$T-T_e$須爲恆星時之分數,改正數爲角之秒數.曆書中表V_a或本書中表六載有各相距時分之改正數,可查用也.

例題　由標誌向右至極星之地平角爲2度37分30秒.測星時鐘表讀數爲6時28分00秒.西最大偏角時之鐘表時刻爲6時04分00秒.極星在最大偏角時之地平經度爲1度37分48秒.相距之時間爲24分平時,化爲24分05秒恆星時.與此時相應之改正數爲32秒.由標誌至星最大偏角位置之地平角爲2度37分30秒$-$32秒$=$2度36分58秒.標誌之方位爲此地平角與星最大偏角時地平經度之和,卽2度36分58秒$+$1度37分48秒$=$4度14分46秒,故標誌方位爲北4度14分46秒西,其意卽標誌居於北偏西4度14分46秒之處也.

§146.近南極星最大偏角定地平經度法　前述之法,亦可用於近南極諸星.但因近極處20度以內無明亮之星,故測視不如在北之簡易,其得數之準確亦少差.星之距極度愈增,其在最大偏角時之高弧愈大,其逐日之旋動亦愈快.高弧增大,遂致不便於遠鏡指準,並增大測儀誤差之影響.因星旋動甚快,故須先知其最大偏角相值之時刻及在該時之高弧.

最大偏角時刻可照144節之法算得之,其高弧可用下式推得:

$$\sin h=\frac{\sin l}{\sin d}=\sin l\sec p.$$

若第一測視星在東最大偏角處下10或15秒,或在西最大偏角處上10或15秒,則尙有餘時反其轉鏡作第二測視.

例題 1920年5月31日測得標誌與三角形三(α Triangulum Australe)在東最大偏角時之平均地平角爲35度10分30秒,三角形三之赤緯爲−68度53分11秒,赤經爲16時40分18.5秒,緯度爲−34度35分南,經度爲58度25分西.

推算其時刻高弧如下:

$$\log\tan l = 9.83849 \qquad \log\sin l = 9.75405$$
$$\log\tan d = 0.41326 \qquad \log\sin d = 9.96982$$
$$\log\cos t_e = 9.42523 \qquad \log\sin h = 9.78423$$
$$360^\circ - t_e = 74^\circ 33'.6 \qquad h = 37^\circ 28'.7$$
$$24^h - t_e = 4^h 58^m 14^s.4$$
$$t_e = 19\ 01\ 45\ .6$$
$$r = 16\ 40\ 18\ .5$$
$$S = 11\ 42\ 04\ .1$$

與11時42分04.1秒相當之地方民用時爲19時05分32.5秒.

星之地平經度標誌之方向推算之如下:

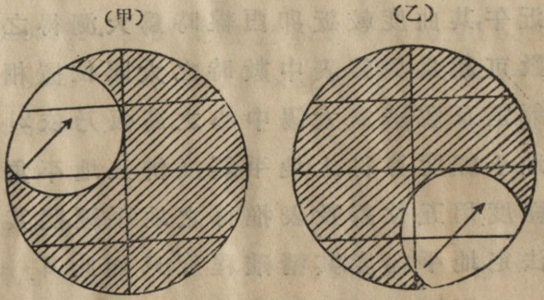
$$\log\cos d = 9.55657$$
$$\log\cos l = 9.91556$$
$$\log\sin Z = 9.64101$$
$$Z = 25^\circ 56'.8\ \text{南之東}$$

量得之角 =35 10.5

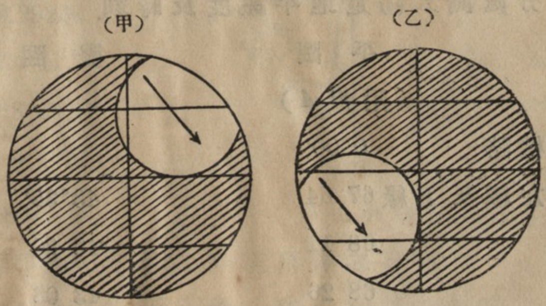
標誌方位 南61 07.3 東

§147. 太陽高弧定地平經度法 測視太陽以定一線之地平經度,須將測儀立於表誌該線之一點上而勘準水平.先使附尺指零,並用平髮線注視線之另一標點.安有包陰影玻璨於目鏡上,弛其上夾,轉其遠鏡指向太陽.於測視之前,須調準太陽於焦點.作此調準時須認明中間之平髮線,切不可誤認.若於北半

球上午作測視,須先定準髮線使其豎線正切於太陽之右緣,其平線割太陽下緣一小部分(如第七七圖甲,圖內只見太陽之一部在力低之遠鏡內可見其全部).箭頭所指乃太陽視行之方向.因太陽正在上升之時,故約數秒鐘後,太陽即正切於平髮線.用上圓板之正切螺旋使髮線追隨太陽右緣以至豎平兩髮線皆正切於太陽.於此時停止追隨太陽而記其時刻.若欲確定其時刻,須於同時測得鐘表之差數.平豎圈之指數均須讀取,角度及時刻均須錄記.如一人太忙,可由第二人讀記.同樣之測視可重復三、四次以增其精確,並須反轉測儀再重其測視.此時平髮線正切於太陽上緣,豎髮線割左緣之一小部分(如第七七圖乙).在測儀兩次位置所指測之次數須相同.指測太陽既畢,乃再轉遠鏡於標誌而校對附尺之讀數.若轉鏡只有豎弧遠鏡不能用於反位置,即須定其指數差.若測視係在下午,則其位置如第七八圖所示(須知若測儀有倒置目鏡,則太陽視行之方向已被折反.若置三稜玻璃於目鏡上,則太陽上下緣倒換,但左右緣則否).



第七七圖　北半球上午測前位置



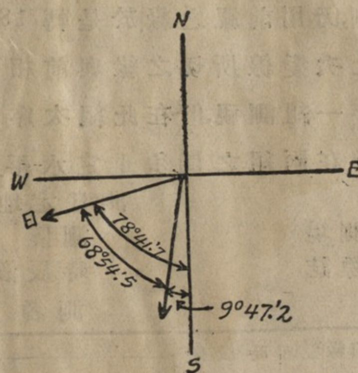
第七八圖　北半球下午測前數秒鐘之時之太陽位置

推算地平經度時,多不計太陽在此數次指測之短時間內所行途徑之曲度.若測視之時間逾常,則仍須顧及;若指測之時近午,其曲度較近卯酉線時爲大.測得之高弧中數及地平角中數可認爲與鐘表中數時之太陽位置相當.高弧中數改正其蒙氣差及視差爲太陽中心之高弧.乃依21節含 Z 諸式之一推求地平經度.算得之地平經度併入地平角中數,即爲標誌之地平經度.用五位對數表推得之地平經度,其差不過5至10秒,用本法定地平經度,其精確程度只如此耳.

例題 1925年5月25日北緯42度29.5分西經71度07.5分處測太陽定地平經度及時刻.

	平圈（附尺 A）		豎圈		鐘表（東方時）
標誌	0°00′				
左緣及下緣	67 54		43°35′		$2^h58^m00^s$ 午後
	68 11		43 20		2 59 21
	68 26		43 08		3 00 33
	儀在反位置				
右緣及上緣	69 25		43 25		3 01 53
	69 39		43 12		3 03 05
	69 52		43 00		3 04 10
中數	68 54.5		43 16.7		3 01 10.3
標誌	0 00	蒙氣差視差	−0.9		12
標誌至太陽之地平角	68 54.5	指數差	+1.0	民用時	15 01 10.3
			h=43 16.8		5
				$G.C.T.$	20 01 10.3

(22)式	自然數	對數		
$\sin d$=	.35786			
$\log\sin l$=		9.82962	在0^h時日之赤緯=	+20 48 55.8
$\log\sin h$=		9.83605	+27.60×20.02=	+9 12.6
$\sin l\sin h$=	.46310	9.66567	d=	+20 58 08.4
分子=	.10524			
log 分子=		9.02218		
$\log\sec l$=		0.13231		
$\log\sec h$=		0.13787		
$\log\cos Z_s$=		9.29236		
Z_s=		78 41.7		
地平角=		68 54.5		
標誌地平經度		9 47.2		



第七九圖

若欲由此測視推求時刻,可依(16)之2式或(17)之1式或(99)式算求之.本題算得之東方標準時爲3時00分42.7秒,故知鐘表快27.6秒(在格林維基民用時20時之時差爲+3分14.7秒).

若因他種原故,只測太陽之一緣可用改正數 $s\sec h$ 變測得之地平經度爲太陽中心之地平經度,s 乃太陽半徑,h 乃其中心之高弧也.

海濱測量法(Coast survey method),此係美國海陸測量局第166號期刊所載之法.該刊說明用測量儀(Theodolite)測地平經度及地球經度之方法.

定好水平,整妥測儀,選相宜之地平經度標誌(100碼外易認之物)則依下法作地平經度之測視.

使豎圈在遠鏡之右方,指測標誌記取平圈附尺 A 及 B 之

讀數.翻其圜圈,倒置其遠鏡,再指測標誌.此時豎圈已在遠鏡之左.置有色玻璃於目鏡,乃指測太陽(豎圈仍在遠鏡左).迨至兩髮線皆正切於太陽,記取時辰儀之時刻.若由目鏡轉向時辰儀面需可計之時間,測者應數計所歷之半秒數由時辰儀之實讀數減去之.乃更記平圈豎圈之讀數,隨之作第二次太陽之指測,仍用前視之緣.於是轉 180 度,翻其遠鏡再作二次之指測;但此次髮線所切之緣與前相反,此乃完成一組測視.通常立即再作一組測視,但在此組次序與前組相反,並結以兩次標誌之指測.在兩組之間須重定水平.

測日定地平經度及時刻

測場	測儀	日期 1910 年 8 月 5 日
標誌	時辰儀	溫度 攝氏 20 度
	測者	

日緣	竪切	時辰儀	平圈 A	平圈 B	平圈 中數	竪圈 A	竪圈 B	竪圈 中數
			° ′ ″	′ ″	° ′ ″			
	左	標誌	124 43 40	43 50	124 43 45			
	右		304 43 40	43 40	304 43 40			
					124 43 42			
		h m s	° ′ ″	′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	° ′ ″
⊙	右	8 25 54	155 12 30	12 50	155 12 40	41 10 30	11 30	41 11 00
⊙	右	27 56	155 40 40	41 00	155 40 50	41 31 00	31 30	41 31 15
⊙	左	30 03	337 00 10	00 20	337 00 15	138 47 00	45 30	41 13 45
⊙	左	32 06	337 28 20	28 30	337 28 25	138 27 00	25 30	41 33 45
		8 28 59.8			336 20 32			41 22 26
								−57
⊙	左	8 33 45	337 51 00	51 20	337 51 10	138 10 30	09 00	41 50 15
⊙	左	35 59	338 24 30	24 50	338 24 40	137 48 30	47 00	42 12 15
⊙	右	38 20	158 10 00	10 20	158 10 10	43 10 30	11 30	43 11 00
⊙	右	40 37	158 41 50	42 10	158 42 00	43 31 30	32 30	43 32 00
		8 37 10.2			338 17 00			42 41 23
								−54
	右	標誌	304 43 40	43 50	304 43 45			
	左		124 43 20	43 40	124 43 30			
					124 43 38			

測日定地平經度及時刻

測場　Smyrna Mills, Me. U.S.A.　日期　1910年8月5日

測儀　　測者

標誌　　溫度　攝氏21度

時辰儀

日緣	豎切	時辰儀	平圈 A	平圈 B	平圈 中數	豎圈 A	豎圈 B	豎圈 中數
			° ′ ″	′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	° ′ ″
	右	標誌	280 45 00	45 20	280 45 10			
	左		100 45 20	45 10	100 45 30			
					280 45 20			
		h m s						
⊙	左	3 12 38	96 35 50	36 20	96 36 05	143 03 00	00 00	36 58 30
⊙	左	14 38	97 01 20	01 50	97 01 35	143 23 00	20 00	36 38 30
⊙	右	16 44	278 04 10	04 30	278 04 20	36 53 30	53 00	36 53 15
⊙	右	18 46	278 29 00	29 20	278 29 10	36 33 00	32 00	36 32 30
		3 15 41.5			277 32 48			36 45 41
								−1 08
⊙	右	3 20 12	278 47 20	47 40	278 47 30	36 18 00	17 30	36 17 45
⊙	右	22 12	279 12 00	12 20	279 12 10	35 58 00	57 30	35 57 45
⊙	左	23 50	98 57 40	58 10	98 57 55	144 56 30	53 30	35 05 00
⊙	左	25 30	99 20 40	23 10	99 22 55	145 17 00	14 00	34 44 30
		3 23 01.0			279 05 08			35 31 15
								−1 11
	左	標誌	100 45 20	45 40	100 45 30			
	右		280 45 20	45 30	280 45 25			
					280 45 28			

由每組四次指測之時辰儀及圜圈讀數,取其中數入算(算法見後).若豎圈刻度係由0度至360度,則豎圈在右時,其讀數爲太陽緣之視高弧;其在左時之讀數,須由180度減去之方爲太陽另一緣之視高弧.四次指測之中數爲太陽中心之視高弧.改正蒙氣差及視差方得眞高弧.

爲勘驗所測是否精確,故於兩組完成之後立即作兩組指測.其勘驗之法,以一組第一第四指測讀數之中數,與第二第三指測之中數相比較.或比較太陽之地平經度及高弧在第一第二指測間､第三第四間､第四第五間､第五第六間及第七第八間之變率.每兩組指測約需15分至20分鐘之時間,於此時間太陽行率固無多大變易也.

推算

由(19c)之3式有

$$\cot^2\frac{Z_s}{2}=\sec s\sec(s-p)\sin(s-l)\sin(s-h).$$

由(19a)之3式

$$\tan\frac{t}{2}=\sqrt{\cos s\sin(s-h)\csc(s-l)\sec(s-p)}$$

$$=\sqrt{\frac{\cos s\cos(s-p)}{\sin(s-l)\sin(s-h)}\cdot\frac{\sin^2(s-h)}{\cos^2(s-p)}}$$

$$=\tan\frac{Z_s}{2}\sin(s-h)\sec(s-p)\cdots\cdots\cdots\cdots(99)$$

式內Z_s爲太陽自南點起算之地平經度,在上午向東,在下午則向西.

下表即前表所列測量之演算格式,其推算之步驟以照下述之次序爲便利.

推算地平經度及地球經度之格式

測場　Smyrna Mills, Me. U. S. A.

日期	8月5日	8月5日	8月5日	8月5日
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
h	41 21 29	42 40 29	36 44 33	35 30 04
l	46 08 21	46 08 21	46 08 21	46 08 21
p	72 51 34	72 51 39	72 56 08	72 56 12
$2s$	160 21 24	161 40 29	155 49 02	154 34 37
s	80 10 42	80 50 14	77 54 31	77 17 18
$s-p$	7 19 08	7 58 35	4 58 23	4 21 06
$s-h$	38 49 13	38 09 45	41 09 58	41 47 14
$s-l$	34 02 21	34 41 53	31 46 10	31 08 57
$\log\sec s$	0.76807	0.79795	0.67887	0.65749
$\log\sec(s-p)$	0.00355	0.00422	0.00164	0.00125
$\log\sin(s-h)$	9.79718	9.79091	9.81839	9.82371
$\log\sin(s-l)$	9.74800	9.75530	9.72140	9.71372
$\log ctn^2\frac{1}{2}Z_s$	0.31680	0.34838	0.22030	0.19617
$\log ctn\frac{1}{2}Z_s$	0.15840	0.17419	0.11015	0.09808
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
自南點之 Z	69 33 04	67 36 43	75 37 17	77 10 09
圜圈讀數	336 20 32	338 17 00	277 32 48	279 05 08
南午線讀數	45 53 36	45 53 43	201 55 31	201 54 59
標誌讀數	124 43 42	124 43 38	280 45 20	280 45 28
標誌之地平經度	78 50 06	78 49 55	78 49 49	78 50 29
中數	78 50 05			
$\log\sec(s-p)\sin(s-h)$	9.80073	9.79513	9.82003	9.82496
$\log\tan\frac{1}{2}t$	9.64233	9.62094	9.70988	9.72688
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
t之弧數值	47 23 24	45 20 52	54 17 25	56 07 55
	h m s	h m s	h m s	h m s
t	−3 09 33.6	−3 01 23.5	3 37 09.7	3 44 31.7
E	+ 5 53.4	+ 5 53.3	+ 5 51.8	+ 5 51.8
地方時	8 56 19.8	9 04 29.8	3 43 01.5	3 50 23.5
時辰儀時	8 28 59.8	8 37 10.2	3 15 41.5	3 23 01.0
對於地方時之Δt	+ 27 20.0	+ 27 19.6	+ 27 20.0	+ 27 22.5
對於75度午圈時之Δt	− 5.8	− 5.8	− 5.8	− 5.8
$\Delta\lambda$	−27 25.8	−27 25.4	−27 25.8	−27 28.3
中數	−27 26.3=	− 6°51′.6		λ=68度8.4分

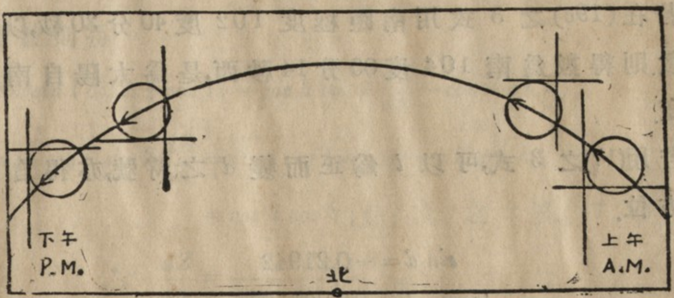
登入改正之高弧，指測太陽及標誌之平圈中數（平均讀數），及各組測視之時辰儀時刻，於相當之處。登入由測視所得或由他處得來之緯度數值。以各組測視之時刻，與時之信號比較推得其時辰儀，對於標準時之改正數。苟非時辰儀之速率過大，兩相連組之測視，可用同一之改正數推算各組測視之格林維基時，由美國曆書或航海通書查得該時太陽之距極度及時差。以下步驟卽無庸解釋矣。測量儀之刻度大多數如鐘表針之方向，且太陽上午在南之東，下午在南之西，所以欲得南點之平圈讀數，在上午之測視，須加太陽地平經度於太陽之平圈讀數。在下午之測視，須由太陽地平經度減去太陽之平圈讀數，由標誌讀數減去南點之平圈讀數，卽得標誌之地平經度，自南點起算向西計之以至 360 度。

推算 t 之數值時其 $sec(s-p)$ 及 $sin(s-h)$ 之對數在求地平經度時已經算妥，卽可取而用之，書其合數於相當之處。由此合數減去 $\log ctn\frac{1}{2}Z_s$ 以得 $\log tan\frac{1}{2}t$。其相當之 t 值，卽爲視午前或後之時刻。若在上午作測視，須以 $ctn\frac{1}{2}t_1$ 代 $tan\frac{1}{2}t$。t_1 乃自晨前夜半計來之時刻也。其時辰儀之地方平時改正數與標準時改正數之較數，卽爲標準子午線與測處之經度較數。

§ 148. 在南半球之測視　在南半球（緯度大於太陽赤緯）測視太陽以定地平經度，則於上午作指測，須使平豎髮線切割於左緣下緣及切割於右緣上緣；於下午作指測，須切割於右緣下緣及切割於左緣上緣（如第八〇圖所示）。

若測儀無平豎髮線只有 X 形之髮線，須使太陽影在兩相稱之位置。

推算時仍可採用北半球之方式，惟須或以緯度 l 爲負而



第八〇圖

用原式,或於用(19c)之3式時以l爲正而用南距極度以代北距極度.所得之地平經度乃自南點計者.

欲爲釋明南半球測視之推算,特用二法以解下之例題.在1901年4月24日,下午太陽高弧中數22度12分30秒,改正之赤緯爲12度40分30秒北,緯度爲0度41分52秒南,標誌左向至太陽之地平角中數=75度53分30秒,用(19c)之3式,推算之如下:

l	$-\ 0°41'52''$		
h	22 12 30		
p	77 19 30		
$2s$	98 50 08	log sec	0.18673
s	49 25 04	log sin	9.88498
$s-l$	50 06 56	log sin	9.66015
$s-h$	27 12 34	log sec	0.05369
$s-p$	-27 54 26		2) 9.78555

$$\log\tan\frac{1}{2}Z = 9.89278$$

$$\frac{1}{2}Z = 37°59'53''$$

$Z =$ 北 75 59 46 西

地平角 = 75 53 30

標誌眞方位 = 北 0 06 16 西

若在(19c)之3式用南距極度102度40分30秒,以緯度 l 爲正數.則得數爲南104度00分14秒西,是爲太陽自南點之地平經度.

若用(17)之3式,可以 l 爲正而變 d 之符號,亦得自南點之太陽方位.

$$
\begin{aligned}
\sin d &= -0.21942 \\
\log \sin l &= 8.08558 \\
\log \sin h &= 9.57746 \\
\text{和} &= 7.66304 \\
\sin l \sin h &= 0.00460 \\
\text{分子} &= 0.22402 \\
\log \text{分子} &= 9.35029 \\
\log \sec l &= 0.00003 \\
\log \sec h &= \underline{0.03348} \\
\log \cos Z_s &= 9.38380 \\
Z_s &= \text{南}\ 104°00'15''\ \text{西} \\
\text{量得之角} & \quad \underline{75\ 53\ 30} \\
\text{標誌眞方位} &= \text{南}\ 179\ 53\ 45\ \text{西} \\
& \quad\ \text{北}\ \ 0\ 06\ 15\ \text{西}
\end{aligned}
$$

此例仍以(17)之3原式推得自北點之方位爲簡便.若南緯度大於太陽之赤經(如地球緯爲40度南,赤緯20度南),則例題所用之法爲適宜也.

§149. 宜於精確測定之境況 由北極天頂太陽之弧三角形,可推知太陽愈近測者,子午線愈不宜於由量得之高弧精確測定太陽之方位,而在正午其方位成爲不能測定者矣.更可知測者愈近北極其精確程度愈減,測者若正在北極其方位亦成不可測定者矣.

欲知 h 之誤差如何使 Z 生有誤差,試微分(17)之3(以 h 爲

獨立之變數)則得

$$0=\sin l\cos h+\cos l\left(-\cos h\sin Z\frac{dZ}{dh}-\cos Z\sin h\right),$$

或 $$\cos l\cos h\sin Z\frac{dZ}{dh}=\sin l\cos h-\cos l\cos Z\sin h$$

$$=\cos d\cos S\ [\text{依}(17)\text{之}\ 2\ \text{及}(17)\text{之}\ 3]$$

$$\therefore\quad \frac{dZ}{dh}=\frac{\cos d\cos S}{\cos l\cos h\sin Z}$$

$$=\frac{\cos S}{\sin S\cos h}$$

$$=\frac{1}{\cos h\tan S}\cdots\cdots\cdots\cdots(100)$$

若天體之赤緯大於緯度(與測地在同一半球)可有最大偏角之時.且在後時 S 角可爲90度,所以 dZ 之誤差可爲 0. 故凡天體之赤緯能使其有最大偏角之時,彼時即最適宜於其方位之精確測定,因高弧之誤差無關於 Z 也.

若赤緯小於緯度,或測者與天體分在兩半球,則適宜之位置半視 S 角半視 h 值而定.由(16)之 3 可見 S 之值最大時同時 Z 亦最大,天體在卯酉圈時(Z=90度或 270 度)即此情況也.爲知 h 之影響設天體之二位置一在卯酉線北,一在卯酉線南,其兩位置之 S 角相等,則見 $\cos h$ 之值最大時 dZ 之誤差乃最小.此則須 h 值最小,所以須在卯酉線向極之一邊.欲求其確切之位置,須微分上式而使其等於 0.

欲知 l 之誤差如何生誤差於地平經度,則微分(17)之 3(以 l 爲獨立變數)得

$$0=\sin h\cos l+\cos h\left(-\cos l\sin Z\frac{dZ}{dl}-\cos Z\sin l\right),$$

或 $$\cos h\cos l\sin Z\frac{dZ}{dl}=\sin h\cos l-\cos h\cos Z\sin l$$

$$=\cos d\cos t\ [\text{依}(17)\text{之}\ 1\ \text{及}(17)\text{之}\ 3];$$

$$\therefore \quad \frac{dZ}{dl} = \frac{\cos d \cos t}{\cos h \cos l \sin Z}$$

$$= \frac{\sin Z \cos t}{\sin t \cos l \sin Z} \text{[依(16)之2]}$$

$$= \frac{1}{\tan t \cos l} \cdots\cdots\cdots\cdots (101)$$

由此可知 l 之誤差影響於 Z 最小時,是天體在 6 時圈上斯時 t 爲90度也.

併此兩項觀之,可知於天體在 6 時圈及卯酉圈中間之境界時作測視可比他處能得較好之結果.但天體在卯酉圈之另一邊時得數亦較精確,惟切免於天體近子午線時作測視,是爲至要耳.

上所論者止及於三角形之情況,此外尙有近地平之蒙氣差亦爲最要之情況.測高弧時天體在地平10度以內,其蒙氣差最爲不定.因此差因溫度及壓力而變,測者每難知其確數也.此誤差或竟大於三角形之誤差.若二者糾纏無定時,每於太陽近子午線時測之,而不因易測遂用太陽最低時之位置也.冬季在高緯度處能作測視之時間有限,故又不能於最極近卯酉圈處測之.利於此而不利於彼,故亦惟有於可能情況之下,精求高弧及緯度之確數以補其不利而已.

§150. 近卯酉線星之高弧定地平經度法 前節所述之法亦可用以測星,惟測時兩髮線平分星影,且視差及半徑差爲零,此其差耳.星之赤緯在一日內變易極少,可作爲定而不變,故可無須知測視之時刻.若作兩次測視,一次測在東之星,一次測在西之星,併兩次得數可略消高弧及緯度之誤差.

例題 1908 年 2 月 11 日軒轅14 (Regulus) (在東方) 之高弧中數爲 17 度 36.8 分,緯度 42 度 21 分北,赤經 10 時 03 分 29.1 秒,赤緯 +12 度 24 分 57 秒,推算地平經度及時角.

$$
\begin{array}{lrlr}
 & l= & 42^\circ 21' & \log\sec=0.13133 \\
 & h= & 17\ \ 33.8 & \log\sec=0.02073 \\
\cos .90788 & l-h= & 24\ \ 47.2 & \\
\sin .21502 & d= & +12\ \ 25.0 & \\
\cos-\sin .69286 & & & \log=9.84065 \\
 & & & \log vers\ Z_n=9.99271 \\
 & & & Z_n=89^\circ 02'.8
\end{array}
$$

所以星之方位爲北 $89^\circ 02'.8$ 東.

求時刻可用(16)之 2 式,

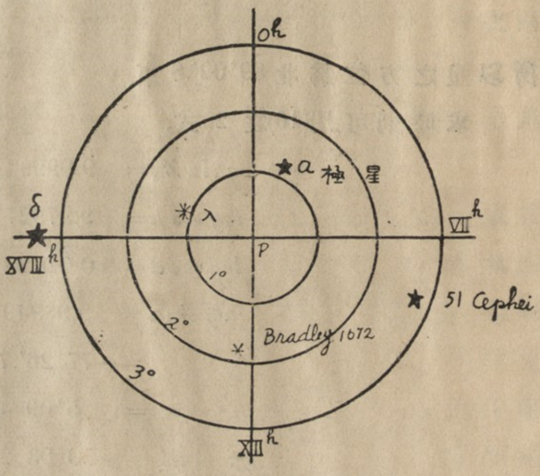
$$
\begin{aligned}
\log\sin Z_n &= 9.99994 \\
\log\cos h &= 9.97927 \\
\log\sec d &= 0.01028 \\
\log\sin t &= 9.98949 \\
t &= -77^\circ 26'.7 \\
&= 5^h 09^m 46^s.7 \text{ 東} \\
\text{赤經} &\quad 10\ 03\ 29.1 \\
\text{恆星時} &= 4\ 53\ 42.4
\end{aligned}
$$

§151. 測繞極星(任何時角時)定地平經度法　測量繞極星與地平經度標誌間之地平角,爲測定地平經度法之最確者;惟指測時須已知星之時角.若用第十一章之法測定恆星時刻,則星之時角由(39)式算得之,並算得該時星之地平經度.因繞極星行動甚慢,且測定之時刻之誤差影響於算得之地平經度極微小,故用如此之星方能得精確之數值.於任何時角時測星較於最大偏角時之測星,其利處在能無限的增加測視之次數,因而能得精確數值也.

此地平角或用轉鏡或測量儀測之,或用備有量微器顯微

鏡(Micrometer microscopes)能得刻度確數之測儀測之.欲求工作精細,測儀並須有靈敏之跨置水準.若無跨置水準則平行於平軸之圓板水準須極敏捷,並須調整適當.在赤極出地較高之處平軸及視物線之調整誤差大有關於測得之數值.若半測星半測水銀槽返出之星影,可能消免平軸傾斜之誤差.

測視之星須由曆書中繞極星表選用之.如第八一圖極星爲羣星中較亮者,如情況相宜當然用此星.若時刻不確並極星近子午線致算得之地平經度不確,則莫妙於選用勾陳增四(51 Cephei),因此星將近最大偏角,且時之誤差影響於算得之地平經度極小也.尋獲51 Cephe (勾陳增四)時,先指測極星,然後使高弧及地平經度變動相當數量,引勾陳增四(51 Cephei)得入視場.其所移之數量,即二星之高弧較數及地平經度較數.持第八一圖使極星居於對子午線之眞位置,則可估計其相較之數值.惟須知51 Cephei無論在極星之東或西,其去極星之距離比地平經度較數幾同於極星距極度比其最大偏角時之地平經度(後者之比爲1比 $\sec l$),庶不致誤.



第八一圖

若用復測之測量儀(Repeating theodolite)或通用之轉鏡作測視,須復測標誌及星間之地平角,再翻轉測儀更測之,兩次所測之次數須相等.因星逐漸變其地平經度,故當每次用豎髮線指星

時須記其時刻,並須於每半組指測之前後各測星之高弧一次,則在中間任何時星之高弧可以間求法得之.若測儀無跨置水準,則須於每半組開始前整理圓板十字水準(Cross-level)使之得中.若有跨置水準,則可於測星時讀氣泡兩端數值以量平軸之斜度.

推算時須爲每一測視時刻算一星之地平經度數值,取其中數與地平角之中數相併.此項工作甚繁.實際先算得與測視時刻中數相當之地平經度,然後改正其得數使與星之行徑曲度相應.其改正數即爲在時刻中數時之地平經度與地平經度中數之較數.

推算星之地平經度確數可用25式:

$$\tan Z_n = -\frac{\sin t}{\cos l \tan d - \sin l \cos t} \cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

式內地平經度乃自北點向東計之者.

以 $\cos d \tan l \cos t$ 除分子分母,則得另一式,

$$\tan Z_n = -\frac{\cot d \sec l \sin t}{1 - \cot d \tan l \cos t}. \cdots\cdots\cdots\cdots (102)$$

若以 a 替代 $\cot d \tan l \cos t$,則有

$$\tan Z_n = -\cot d \sec l \sin t \frac{1}{1-a} \cdots\cdots\cdots\cdots (103)$$

若將 $\log\frac{1}{1-a}$ 作成表可依 a 數查得之,則用此後一式推算地平經度較他式爲速.美國海濱及陸地測量特刊第14號(Special Publication NO. 14, U. S. Coast and Geodetic Survey)即有此表.

下式亦甚便於用,惟精確稍遜耳.

$$Z = p \sin t \sec h \cdots\cdots\cdots\cdots (104)$$

式內 Z 及 p 或皆爲角之秒數,或皆爲角之分數.其因以弧代正弦所生之誤差極小.算得地平經度之精確全賴 h 數值之是否

精確.若轉鏡之豎弧不可靠,則仍以用(25)式為妥.

§**152. 曲度改正數**(Curvature correction) 若該星與測視時刻中數相合之地平經度業已算得,則須用一改正數加之以得與各時角相合諸地平經度之中數.其改正數可由下式算得之:

$$\tan Z_n \frac{1}{n}\Sigma\frac{2\sin^2\frac{\tau}{2}}{\sin 1''}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(105)$$

式內 n 為每組之指測次數,τ 為每次指測時刻與該組時刻中數之較數（須為恆星時）.製表時 τ 須作為角值入算,但在表內列為時距.其符號恆減少星與極間之角度.表十即 $\frac{2\sin^2\frac{\tau}{2}}{\sin 1''}$ 之數值也.

此改正數亦可用下式推算之:

$$-\tan Z_0[0.2930]\frac{1}{n}\Sigma(T-T_0)^2\cdots\cdots\cdots\cdots(105a)$$

式內括弧內者係對數.$\Sigma(T-T_0)^2$為恆星時距(分數)平方之和數.此改正數須由算得時刻中數時之Z_0減去.若時距為恆星時之秒數,則括弧內對數變為[6.73672].星近子午線曲度改正數極小,近最大偏角時為最大.

§**153. 水平改正數**(Level correction) 平軸之傾斜度須用跨置水準量之.設 w 及 e 為水準氣泡之東西讀數,翻轉水準後 w' 及 e' 為其第二次之東西讀數.若刻數係由中心向兩邊,則改正數為

$$=\frac{D}{4}\{(w+w')-(e+e')\}\tan h\cdots\cdots\cdots\cdots(106)$$

如若刻數係向一方,則改正數為

$$=\frac{D}{4}\{(w-w')+(e+e')\}\tan h\cdots\cdots\cdots\cdots(107)$$

第二式內之 w' 及 e' 在水準0點居西時之讀數.兩式內 D 為水

準每格所代之角,h 爲星之高弧.

若地平經度標誌不在地平內,亦須用同樣之改正數於測得之標誌讀數;然其數極小,恆免去之.

用此改正數時,須知若平軸之西端太高,則測星時須使測儀向西(左)多轉,故標誌若在星之西須加改正數於測量之角度.換言之,卽刻數如鐘面之讀數須增加之.若此改正數用於算得之標誌地平經度,須反其符號.

§154. 光行日差　若需用精確之地平經度,更須用一改正數以校正光行日差,卽校正星因地轉之視位移動也.測者爲地球自轉在本緯度之速度攜帶直向地平東點.所以星之移動在經過測者、東點及該星之平面內,其改正數爲

$$0''.32 \cos l \cos Z_n \sec h \cdots\cdots\cdots\cdots (108)$$

$\cos l$ 及 $\sec h$ 之積數在近極星恆近於1, $\cos Z_n$ 亦近於 1,故此改正數較 0.32 秒無大變易.因星向東移,故用於星之地平經度之改正數爲正數.

§155. 測視及推算　下述之例題,第一題釋明適於小測量轉鏡之法.測近卯酉圈星之高弧以定時刻,用(104)式推算極星之地平經度、曲度、軸斜及光行差之改正數,均免去不用.

第二例題,時刻之測定較精,復測次數甚多,其測器爲一 8 英寸復測儀,能讀至10秒.

第三第四例題,係取自美國海濱及陸地測量局特刊14號,用以釋明該測量局所用之法,乃測地之最精確法也.

例題一

1908 年 2 月11日在緯度42度21分處測軒轅十四之高弧(星在東).

高弧	鐘表
17°05′	$7^h12^m16^s$
17 31	14 31
17 49	16 07
18 02	17 20

軒轅十四之赤經爲10時03分29.1秒,赤緯爲+12度24分27秒.由此數推得與鐘表時刻中數(7時15分03.5秒)相合之恆星時爲4時53分42.7秒.

測得由標誌至極星之地平角

標誌在北之東

正位遠鏡	指測極星之時刻
0°00′	$7^h20^m38^s$
	23 00
201 48	23 56
67 16.0	7 22 31.3
反位遠鏡	
0°00′	7 27 09
	28 17
201 54	29 21
67 18.0	7 28 15.7

在7時20分38秒時之極星高弧 =43°03′

在7時29分21秒時之極星高弧 =43 01

極星之鐘表中數 = $7^h25^m23^s.5$

相當之恆星時 = 5 04 04 .4

極星之赤經 = 1 25 32 .3

極星之時角 = 3 38 32 .1

$t=54°38'$

$p=4251$

$\log p=3.62849$

$\log\sin t=9.91141$

$\log\sec h=0.13611$

地平經度 $=3.67601$

地平經度 $=4743$

$=1\ 19\ 0$

角之中數 $=67\ 17$

標誌北之東 $=65\ 58$

例題二

時刻測視之記錄

極星	時辰儀	$12^h09^m31^s.5$	高弧	$41°15'40''$
軫二	時辰儀	12 13 37.5	高弧	25 34 00
極星	赤經	1 25 51.1	赤緯	+88 49 24.8
軫二	赤經	12 5 30.5	赤緯	−22 07 21.0

	時辰儀	赤經	赤緯
蜀（東）	$12^h24^m15^s.7$	$15°39'51''.6$	$+6°42'20''.7$
柳五(西)	12 18 32.0	8 42 00.5	+6 44 58.9

（緯度 $=42°21'00''$ 北　經度 $=4^h44^m18^s.0$ 西）

由此測視推定時辰儀快 $10^m22^s.1$.

地平經度測視記錄

測儀在南子午線標誌　　波斯頓　　1910年5月16日

（水準每格＝15秒）

天體	遠鏡位置	復測次數	時辰儀	平圈 附尺 A	平圈 B	水準讀數及角度
						西　東
極星	正		$11^h24^m35^s.0$	0°00′00″	00″	7.0　3.9
						5.8　5.1
			27 15.0			12.8　9.0
						9.0
			28 31.5			3.8
	位		30 00.0			改正數＝12.5秒
			31 20.5			極星高弧在
						11時34分20.5秒時爲
			32 27.0			41度20分30秒
	置					極星高弧在
標誌		6		39 33 30	30	11時51分04秒時爲
				（過360度）		41度18分40秒
						地平角中數爲
						66度35分35.0秒
極星	反					西　東
			11 42 45.5	39 33 30	30	5.1　5.8
						3.3　7.6
			44 09.0			8.4　13.4
			45 15.0			8.4
	位		46 29.5			5.0
						改正數＝16.5秒
			47 25.0			
			48 54.5			
標誌		6		78 27 30	20	地平角中數爲
	置			（過360度）		66度28分59.2秒
						極星高弧在
						12時09分31.5秒時爲
						41度15分40秒

地平經度之推算

測視時刻之中數 $=11^h37^m25^s.6$

時辰儀改正數 $=-\ 10\ 22.1$

恆星時 $=11\ 27\ 03.5$

極星之赤經 $=\ 1\ 25\ 51.1$

極星之時角 $=10\ 01\ 12.4$

$t=150°18'06''$

$\log\cos l=\ 9.868670$

$\log\tan d=\ 1.687490$

$\log\cos l\tan d=\ 1.556160$

$\cos l\tan d=35.9882$

$\log\sin l=\ 9.82844$

$\log\cos t=\ 9.93884$

$\log\cos t\sin l=\ 9.76728$

$\cos t\sin l=\ .5852$

分母 $=36.5734$

$\log\sin t=\ 9.694985$

$\log$ 分母 $=\ 1.563165$

$\log\tan Z=\ 8.131820$

$Z=\ 0°46'34''.2$

曲度改正數 $=\ 2\ .1$

星之地平經度 $=\ 0\ 46\ 32\ .1$

前半組之量得角 $=66\ 35\ 35\ .0$

水平改正數 $=\ -12\ .5$

改正之角度 $=66\ 35\ 22\ .5$

後半組之量得角 $=66\ 28\ 59\ .2$

水平改正數 $=\ +16\ .5$

改正之角度 $=66\ 29\ 15\ .7$

標誌,星之東 $=66\ 32\ 19\ .1$

標誌,北之東 $=65\ 45\ 47\ .0$

例題三

復測地平經度記錄

測場 Kahatchee, Alabama 日期 1898 年 6 月 6 日.星,極星

測儀 (跨置水準每格=2.67 秒) 測者

物體	星之時辰儀測時	遠鏡位置	復測次數	水準讀數		圜圈讀數					角度
				西	東	°	′	A ″	B ″	中數	
	h m s										° ′ ″
標誌		正	0			178	03	22.5	20	21.2	
星	14 46 30		1	4.5	10.7						
				9.2	5.9						
	49 08		2								
	52 51	正	3	9.6	5.6						
				5.2	10.0						
	56 10	反	4	11.3	4.0						
				7.8	7.4						
第五組測	14 59 12		5								
	15 01 55	反	6	8.7	6.6	100	16	20	20	20	72 57 50.2
				11.9	3.4						
	14 54 17.7			68.2	53.6						
				+	14.6						
星	15 04 44	反	1	11.9	3.4						
				8.5	6.8						
	07 18		2								
	09 54	反	3	7.9	7.3						
				11.2	4.1						
第六組測	14 15	正	4	9.0	6.1						
				5.9	9.6						
	16 14		5								
	15 18 24		6	5.9	9.6						
				9.1	6.2						
標誌		正				177	27	00	00	00	72 51 46.7
	15 11 48.2			69.4	53.1						
					+16.3						

(Kahatchee, Ala. $l=33°13'40''.33$)

復測地平經度之推算

日期及測組	1898, 6月6日　5	1898, 6月6日　6
時辰儀讀數	14 54 17.7	15 11 48.2
時辰儀改正數	−31.1	−31.1
恆星時	14 53 46.6	15 11 17.1
極星之赤經 r	1 21 20.3	1 21 20.3
極星之時角 t（時）	13 32 26.3	13 49 56.8
極星之時角 t（度）	203°06′ 34″.5	207°29′ 12″.0
極星之赤緯 d	88 45 46.9	
$\log \cot d$	8.33430	8.33430
$\log \tan l$	9.81629	9.81629
$\log \cos t$	9.96367	9.94798
$\log a$　（5位）	8.11426	8.09857
$\log \cot d$	8.334305	8.334305
$\log \sec l$	0.077535	0.077535
$\log \sin t$	9.593830	9.664211
$\log \frac{1}{1-a}$	9.994387	9.994584
$\log(-\tan A)$　（6位）	8.000057	8.070635
極星自北點之地平經度 A（註）	0°34′ 22″.8	0°40′ 26″.8
	m　s　″	m　s　″
τ 及 $\frac{2\sin^2\frac{1}{2}\tau}{\sin 1''}$	7 47.7　119.3	7 04.2　98.1
	5 09.7　52.3	4 30.2　39.8
	1 26.7　4.1	1 54.2　7.1
	1 52.3　47.2	2 26.8　11.8
	4 54.3　47.2	4 25.8　38.5
	7 37.3　114.0	6 35.8　85.4
和數	343.8	280.7
中數	57.3	46.8
$\log \frac{1}{n} \Sigma \frac{2\sin^2\frac{1}{2}\tau}{\sin 1''}$	1.758	1.670
$\log$（曲度改正數）	9.758	9.741
曲度改正數	−0.6	−0.6
極星高弧 h	32°07′	
$0.25\, D \tan h$	0.419	0.419
傾斜度	+3.6	+4.1
水平改正數	−1″.5	−1″.7
星至標誌之角	72 57 50.2	72 51 46.7
改正之角	72 57 48.7	72 51 45.0
星之改正地平經度（註）	0 34 22.2	0 40 26.2
標誌北之東地平經度	73 32 10.9	73 32 11.2
	180 00 00.0	180 00 00.0
標誌南之西地平經度	253 32 10.9	253 32 11.2

註　若由北向西則須減之.

例題四

地平方向

測場 Sears, Tex.（三角測場）　　緯度 $l=32°33'31''$

測者　　　　　　　　　　　　　　日期 1908年12月22日

位置	測物	時	遠鏡	量微器	退			進	中數	反正中數	方向	備考		
					°	′	″	″			″			
	X	8 19	正	A	0	0	35	35						
				B			41	41				跨置水準每格		
				C			36	34	37.0			=4″.194		
			反	A	180	00	36	35						
				B			32	31						
				C			35	34	33.8	35.4	00.0			
	Y		正	A	53	30	43	42						
				B			41	42						
				C			34	33	39.2					
			反	A	233	30	39	37						
				B			34	32						
				C			38	38	36.3	37.8	02.4			
	Z		正	A	170	14	61	62						
				B			57	55						
				C			61	59	59.2					
			反	A	350	14	50	49						
				B			63	60						
				C			53	53	54.7	57.0	21.6			
	極星		正	A	252	01	54	53				西		東
				B			54	53				9.3		28.0
	1 48 35.5			C			51	51	52.7			27.7		9.1
	1 51 06.0											18.4	− 0.5	18.9
	1 49 50.8													
			反	A	72	01	09	09				24.9		6.3
				B			02	01				13.0		31.7
				C			10	08	06.5	29.6		11.9	−13.5	25.4
													− 7.0	

地平經度之推算

日期(1908年)及位置	12月22日1	2	3	4
時辰儀讀數	1 49 50.8	2 01 33.0	2 16 31.0	2 43 28.8
時辰儀改正數	— 4 37.5	— 4 37.5	— 4 37.4	— 4 37.3
恆星時	1 45 13.3	1 56 55.5	2 11 53.6	2 38 51.5
極星之赤經 r	1 26 41.9	1 26 41.9	1 26 41.8	1 26 41.8
極星之時角 t (時)	0 18 31.4	0 30 13.6	0 45 11.8	1 12 09.7
極星之時角 t (度)	4°37′51″.0	7°33′24″.0	11°17′57″.0	18°02′25″.5
極星之赤緯 d	88 49 27.4			
$\log\cot d$	8.31224	8.31224	8.31224	8.31224
$\log\tan l$	9.80517	9.80517	9.80517	9.80517
$\log\cos t$	9.99858	9.99621	9.99150	9.97811
$\log a$ (5位)	8.11599	8.11362	8.10891	8.09552
$\log\cot d$	8.312243	8.312243	8.312243	8.312243
$\log\sec l$	0.074254	0.074254	0.074254	0.074254
$\log\sin t$	8.907064	9.118948	9.292105	9.490924
$\log\frac{1}{1-a}$	0.005710	0.005679	0.005618	0.005445
$\log(-\tan A)$ (6位)	7.299271	7.511124	7.684220	7.882866
極星自北點之地平經度	0 06 50.8	0 11 09.2	0 16 36.9	0 26 15.0
(註一)	m s	m s	m s	m s
反正測視之時刻較數	2 30	2 00	3 18	1 38
曲度改正數	0	0	0	0
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
極星高弧 h	33 46	33 46	33 46	33 46
$\frac{D}{4}\tan h$	0.701	0.701	0.701	0.701
傾斜度 (註二)	−7.0	−7.0	−7.0	−1.8
水平改正數	−4.9	−5.0	−4.9	−1.3
極星之圓圈讀數	252 01 29.6	86 58 11.2	281 54 27.0	116 45 48.6
極星之改正圓圈讀數	252 01 24.7	86 58 06.2	281 54 22.1	116 45 47.3
標誌之圓圈讀數	170 14 57.0	5 15 58.2	200 17 42.4	35 18 45.4
標誌與極星之讀數較	278 13 32.3	278 17 52.0	278 23 20.3	278 32 58.1
極星自北點之改正地平經度	0 06 50.8	0 11 09.2	0 16 36.9	0 26 15.0
(註一)	180 00 00.0	180 00 00.0	180 00 00.0	180 00 00.0
Z 物南之西地平經度	98 06 41.5	98 06 42.8	98 06 43.4	98 06 43.1

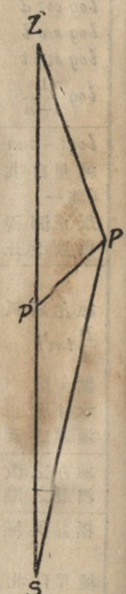
推得之中數須改正光行日差.若標誌有偏心,亦須改正之.

註一　若在北之西須減之.

註二　此數四倍平軸傾斜之水準格數.

§156. **極星中天定子午線法**　下述之法見於拉浪德(Lalande)所著天文學中，愛利冠(Ellicott)於1785年曾以之測美國歐海歐(Ohio)及賓夕法尼亞(Pennsylvania)二州之交界.其定子午線之方向也.先知極星及他一星同在豎面內之時刻，乃候至極星中天，此等候之時間因作測之日期及所測之星各有不同.既候至極星中天乃向之指測並以標樁在地上誌其方向.其他一星須靠近過極星之時角圈，故其赤經須約同於極星或較其大十二時.現時合此情況之星為閣道三及開陽.

星正在極星上下之時與極星中天之時其相距之時間可推求之如下.在第八二圖 P 為北極，P' 為極星，S 為他一星(閣道三)，Z 為天頂.當 S 正在 P' 下時 $ZP'S$ 為一豎圈，則 ZPP' 為極星之時角，即所求之角也.PP' 及 PS 為二星之距極度，皆為已知之數.$P'PS$ 角為二星之赤經較數，可由曆書查得之.故可由三角形 $P'PS$ 推求 P' 角.由180度減去之，即得 $ZP'P$ 角，其 PP' 為已知數，PZ 為測者之緯度餘數.則由三角形 $ZP'P$ 可推算 ZPP' 角，即所求之角也.由180度或12時減去 ZPP' 即得兩次測視相間之恆星時數.SPP' 角及 PP' 邊皆極小，故可以其弧值代其正弦，如此可使算式捷便而無大關係於得數.閣道三在極星直上之位置，亦如此推算.北斗開陽星之上下兩位置亦同此.所用之赤經緯須為當日之數值方能得精確之時距，但由星之平均位置及境域內之平均緯度推得之時距亦足應用也.在美國1910年閣道三之時距為6.1分，1920年為12.3分.1910年開陽之時距為6.7分，1920年為11.3分.美國曆書自1910年起於卷末載有各緯度各日期之時距數值，在美國境域內通常在極星下中



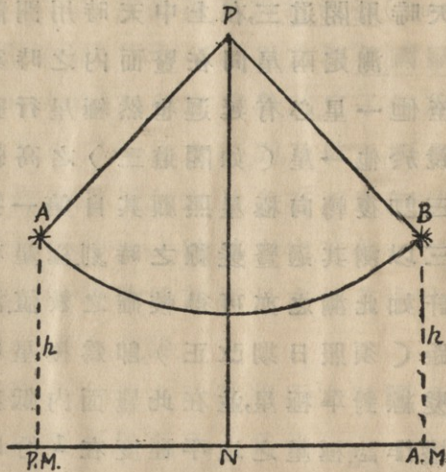
第八二圖

天時用閣道三,在上中天時用開陽.

測定兩星同在豎面內之時刻不能十分準確,因由一星轉至他一星必有延遲也.然極星行動極慢,若先指測極星後轉遠鏡於他一星(如閣道三)之高弧而候其現於視場.一見閣道三即復轉向極星照顧其自第一指測後之行動,乃再轉向閣道三以測其過豎髮線之時刻.極星在此短時間內之行動滿可不計.如此測之亦可得較確之數值.測得之鐘表讀數加表列之時距(須照日期改正),即爲極星中天之時刻.迨此時一到立使髮線對準極星,並在此豎面內低其遠鏡依豎髮線所指立一標樁作誌.極星之地平經度在1分時內之變易約爲半分之角,故指測極星之時刻,縱有數秒之誤差,其影響於得數者亦極微小.即鐘表雖對地方時有差數亦無關於得數,因所需者乃兩測相距之時間須精確也.

§157. 測一星之等高弧定地平經度法　子午線可用一星之兩等高弧定之.當星在子午線東時測其高弧,俟其到子午線西高弧與前相等時再測之.此法之利處在無庸知星之經緯,故不用檢查曆書;其不利處在兩測相間數時之久.此法最適於南半球測量,因彼處近極處無明亮之星也.選用之星以昏後距子午線約3時或4時者爲宜,其高弧須便於用轉鏡測之者,並該星於6時或5時以後仍能認清者方能入選.切不可冒然選之致第二次高弧尚未觀測而太陽光已東出矣.在北半球閣道三爲可用之星.在昏後第一觀測時星應在A處如第八三圖.使平豎髮線平分該星讀記其高弧.並繪一草圖指明所用之星,於地上誌其方向,或量其至基本標誌之地平角.迨該星行至子午線之對方將近同大之高弧時(此時應在B),將遠鏡定準前次觀測所得之高弧指向該星.迨其行入視場乃以豎髮線平分之,

並追隨之行於地平經度內直至其達到平髮線.乃於其時停止追隨,於地上再誌一點(距轉鏡之遠近須與第一次同),或再量其至基準標誌之地平角.此兩次方向所成之角之平分線,即經過測儀之子午線也.然量星至標誌之地平角恆比立椿誌更爲切用.若數次觀測星之高弧而用地平角之中數,則可增



第八三圖

進得數之精確.此法可免指數差（調理不妥之差）因其在兩次測視爲數相等也.若半組觀測用正位遠鏡半組用反位遠鏡亦可免去其平軸及視物線之誤差,惟只有 180 度豎弧之轉鏡則不能爲此.每次觀測之前須重整其圜板水準,惟切不可於指測標誌及指測星之間動其水準,但弛其下夾時均可整理之.

§158. 測太陽上下午等高弧定子午線法　此法與前法同,於上午太陽在某高弧時量其至標誌之地平角,再於下午高弧與上午相等時量其至標誌之地平角;但因太陽赤緯逐時變易,故兩地平角之中數非眞爲子午線與標誌間之角,須有以改正之.其改正數等於子午線南點與太陽兩方向之中點所成之角.此角可以下式推求之:

$$\text{改正數}=\frac{\frac{1}{2}\triangle d}{\cos l\sin t}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(109)$$

式內 $\triangle d$ 爲每時赤緯之變數乘以兩次測視間所歷之時數, l 爲緯度, t 爲太陽之時角,略同於所歷時距之半數.此改正數因

赤緯之變數而異,無關於赤緯數,故可由任何年曆書取用其相當日之赤緯每時變數而無害其準確.

太陽赤緯每時變數

(1925 年)

日＼月	正	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
1	+12	+42	+57	+58	+46	+21	− 9	−37	−54	−58	−49	−24
5	16	45	58	57	43	17	13	40	55	58	46	20
10	22	48	59	56	40	12	18	43	57	57	43	14
15	27	51	59	54	36	7	23	46	58	56	39	9
20	32	54	59	52	32	+ 2	27	49	58	54	35	− 3
25	36	+56	59	49	28	− 3	32	51	59	52	30	+ 3
30	+41		+58	+46	+23	− 8	−36	−53	−58	−50	−25	+ 9

測某線之地平經度時,立測儀於該線之一端,並使圜板附尺指 0 度,對準豎髮線於標誌並緊其下夾;然後安太陽玻璃,弛其上夾,將遠鏡轉向太陽.此法無須測太陽之兩緣,兩次測視皆指下緣而下午豎髮線所指之緣與上午所指者相反斯已足矣.所以上午於平髮線切下緣豎髮線切左緣時讀記時刻高弧及地平角,下午仍向標點定準測儀轉而測日;惟此次測視平髮線雖仍切下緣而豎髮線則切右緣.於太陽尙未到達午前測視之高弧前數分時,定準豎弧讀數等於該高弧.因午後太陽之高弧漸減,故使豎髮線保持其與右緣正切,直至下緣與平髮線接觸.於斯時乃重錄時刻及地平角焉.此兩次圜圈讀數之中數加以赤緯變易之改正數,卽爲標誌距地平南點之角度.其改正數之代數符號,則俟兩地平角中數在南點之東西而定.若測時太陽正向北行,則中數在南點東.若能於上午連測數次太陽之高弧及其地平角,並於下午作相應之測視,則得數將益精密矣.

例題

緯度 42 度 18 分北.1906 年 4 月 19 日.

上午測視		下午測視	
標誌讀數	$0°00'00''$	標誌讀數	$0°00'00''$
上緣及左緣 高弧	24 58	上緣及右緣 高弧	24 58
時角	357 14 15	時角	162 28 00
時刻	$7^h19^m30^s$	時刻	$4^h12^m15^s$

歷時之半數 $= 4^h26^m22^s$

$t = 66°35'30''$

$\log\sin t = 9.96270$

$\log\cos l = 9.86902$

9.83172

$\log 230''.9 = 2.36342$

2.53170

改正數 $= 340''.2$

赤緯增進數 $= +52''\times 4^h.44$

$= +230''.9$

平均圜圈讀數 $= \quad 79°51'08''$

改正數 $= \quad 5\ 40$

角 $=$ 南 79 45 28 東

地平經度 $= \quad 280\ 14\ 32$

§**159. 太陽近午之地平經度**　若知地方視時,則太陽近午之地平經度可用(24)式推求之;若經度及鐘表對於標準時之差數知之甚確,當能推求地方視時.於日中時欲得子午線之方向,他法皆難應用,則此法尚矣.

例如上午曾作一測視推定鐘表之差數,即可用此差數推算下午測視之地方經度.或能由午時信號得知標準時,並由地圖得知其差不過 500 英尺之經度,亦可得相當精確之地方視時.此法不便於中夏,因太陽高弧過大也.若高弧不大過50度,則此法用之甚易.其測視與 134 節相同.只須於每次指測時得精密之時刻耳.因得數之確否全視太陽時角之能否推算精確,故測定時刻須慎密也.記錄之測視時刻以鐘表差數改正之,然後化爲地方視時.地方視時化爲度數,即爲時角 t.乃由下式推得地平經度

$$\sin Z = \sin t \sec h \cos d.$$

時刻緯度之誤差能致 Z 生甚大之誤差,故二者不確不宜用此

法也.

例題　1910年2月5日在緯度42度21分西經4時44分18秒測日定地平經度.

	平圈	豎圈	鐘表
標誌	0°00′		(快30秒)
下緣及左緣	29 01	31°49′	$11^h43^m22^s$
上緣及右緣	28 39	31 16	11 44 22
中數	28 50	31 32.5	11 43 51

蒙氣差	1.6	鐘表改正數 =	−30
h =	31 30.9	東方時 =	11 43 21
			15 42
		地方平時 =	11 59 03
d =	−16 02 32.2	時差 =	14 09.1
		地方視時 =	11 44 53.9
		t =	15 06.1
		=	3 46.5
時差 =	14 09.07		

$$
\begin{aligned}
\log\sin t &= 8.81847\\
\log\cos d &= 9.98275\\
\log\sec h &= 0.06930\\
\log\sin Z &= 8.87052\\
Z &= 4\ 15.4
\end{aligned}
$$

平圈讀數 = 28 50

地平經度 = 南 33 05.4 東

= 326 54.6

§160. 太陽正午定子午線法　若鐘表差數定之甚確(差誤不出一秒),並太陽正午之高弧不甚高能作精確之測視,則下法之定子午線亦甚有用也.測視前須推算地方視午之鐘表時刻並加以校對.若測時能以豎髮線瞄準太陽中心,則視物線

正在子午面,測者若在北半球,則並指正南;然此非盡可能也,故可由下法得地平南點之附尺讀數.定 A 附尺於 0,瞄準標誌而緊其下夾.弛其上夾,於正午前10分定其附尺使豎髮線少在太陽西緣之前.正當各緣行過豎髮線時記取鐘表及附尺之讀數,乃定其附尺使視物線約在子午線內而重其測視,最好於二次測視之後立作第三次測視,俾作校對之用.

每次測視兩鐘表讀數之中數,卽爲太陽中心之讀數,此可於太陽影恰若平分時記取讀數以作校對.由第一第二之附尺讀數及相應之鐘表讀數推其太陽每秒時地平經度之行動.第二鐘表讀數與視午之鐘表時刻相較乃距正午前或後之時間,故由之可算得併入第二附尺讀數之改正數以得子午線之讀數.第三次測視之讀數可用之與第一次相合以校對前此之推算,卽由測視時刻推得第二附尺讀數與實得之讀數相比較南點之讀數,亦可用第一第三或第二第三測視之數推得之.

此法得數之精確視鐘表差數及經度是否精確而定.太陽高弧若過高則難測視,且地平經度之行動甚快,遂致鐘表之誤差使得數所生之差較低高弧爲大;所以此法宜於冬季不宜於夏季.冬季之情況最不適於用太陽上下午等高弧法測定子午線,故此法可爲其代替者.若測者能每日用時刻信號校對其鐘表,則恆能用此法得滿意之結果.

例題　1925 年 1 月 1 日於北緯42度22分西經71度05.6分處定 A 附尺於0,瞄準髮線於標誌.然後定附尺向右讀42度40分,測得太陽東西緣過豎髮線之時刻爲11時36分39秒及11時39分01秒.又定附尺使讀45度 04.5 分,其經過時刻爲11時46分10秒及11時48分31秒.又定附尺使讀45度35分,其經過爲11時48分08秒及11時50分31秒,此乃用以作校對者.鐘表較地方

標準時慢13秒,求標誌距子午線之眞方位.

地方視時	=12 00 00
時差	= 3 40.8
地方民用時	=12 03 40.8
經度較	= 15 37.6
東方標準時	=11 48 03.2
鐘表慢數	= 13
視午鐘表時	=11 47 50.2

第一測至第二測之時距 =9 30.5=570.5,
第二測至正午之時距 = 29.7,
附尺讀數之較 =2 24.5=144.5.

併於第二讀數(45°04′.5)之改正數 x 由下之比例式得之,

$$x:144.5=29.7:570.5,$$

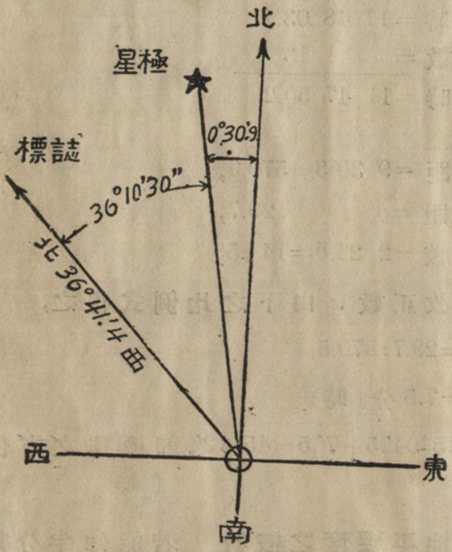
$$x=7.5\text{分(時)}.$$

所以子午線之附尺讀數 =45°04′.5+7′.5=45°12′,即標誌之方位爲南 45°12′ 東.

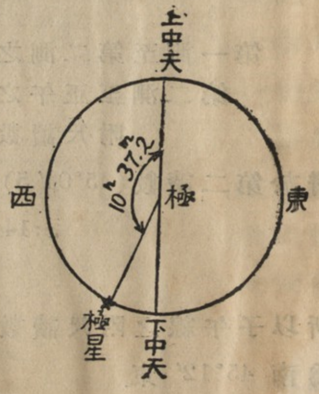
§161. 已知時刻求極星地平經度之概數　若能知半分以內之鐘表差數,則可算得分數不差之極星地平經度.測視時須量標誌與極星間之地平角及錄記指測極星時之鐘表時刻.測時星之高弧亦可量度之,然非絕對必需者也.在將暗之前不用映光即可見星及髮線,是爲測視最便之時.其測視之次序如下:(1)附尺指 0,瞄準標誌,緊下夾;(2)瞄準平豎髮線於極星讀其時刻;(3)讀平角及豎角刻數;(4)錄記一切讀數.如欲得數精確,並可重復測之.

若手中有曆書,可由表 IV 依照已知之時角及緯度查取極星之地平經度.測時時刻化爲地方恆星時,即由之算得時角.用復間求法,由曆書表 IV 可檢算地平經度.

例題 1925年5月18日由標誌順鐘針方向至極星之角爲36度10分30秒,鐘表時下午8時12分20秒,鐘表慢10秒,高弧41度21.5秒,緯度42度22分北,經度爲71度06分西,求標誌之地平經度,見第八五圖.



第八四圖



第八五圖

第一解法

鐘表讀數	8 10 20	午後
鐘表改正數	+10	
東方時	8 10 30	午後
	15 36	
地方時	8 26 06	午後
地方民用時	20 26 06	
表三	3 21.4	
表三(經度)	46.7	
	15 40 38.3	
	36 10 52.4	

地方恆星時	12 10 52.4	
極星赤經	1 33 38.6	
極星時角	10 37 13.8	
由曆書表IV查得地平經度＝	0 30.9	西
量得地平角＝	36 10.5	
標誌方位＝北	36 41.4	西

若無曆書,可藉表 M 及表 N 推算地平經度.測時鐘表時刻改正鐘差後化爲地方時,由表五查得極星上中天之地方民用時.此兩時之較數,即爲星之時角之平太陽時數.此數須每隔1時加10秒以化爲恆星時(第八五圖),惟須知上中天時刻小於測時時刻,其較數爲向西之時角;故於此時若時角小於12時,則星在子午線西.若上中天時刻大於測視時刻,其較數爲向東之時角(或24時一眞時角);故此時若時角小於12時,則星在子午線東.

由表 M 及表 N 求地平經度須用下式:

$$Z' = p' \sin t \sec h \cdots\cdots\cdots\cdots (104)$$

表 M 爲1925年、1930及1935年 $p' \sin t$ 之數值.自0度起每隔4分(或1度)之時角有一 $p' \sin t$ 數值.表 N 頂行爲 $p' \sin t$ 之數,左邊行爲高弧之數,表內之數乃加於 $p' \sin t$ 以得地平經度 Z' 者也.

若自上中天來之時角距12時較距0時爲近,則用下中天時刻爲便利.

若未測星之高弧,可檢看第七四圖及第八一圖由已知之緯度估計星在測時高於極若干或低於極若干.若知星之時角,此高弧之改正數亦可由曆書表 I 查得.

茲重解前題以顯明此二表之用法.

表 *M.* 以分數計之極星 $p \sin t$ 數值

t	1925	1930	1935	t	t	1925	1930	1935	t
h m				h m	h m				h m
0 0	0.0	0.0	0.0	12 00	3 00	46.5	45.4	44.4	9 00
4	1.1	1.1	1.1	11 56	04	47.3	46.2	45.2	56
8	2.3	2.2	2.2	52	08	48.1	47.0	45.9	52
12	3.4	3.4	3.3	48	12	48.8	47.7	46.6	48
0 16	4.6	4.5	4.4	11 44	3 16	49.6	48.4	47.4	8 44
20	5.7	5.6	5.5	40	20	50.4	49.2	48.1	40
24	6.8	6.7	6.6	36	24	51.2	49.9	48.8	36
28	8.0	7.8	7.6	32	28	51.9	50.6	49.5	32
0 32	9.1	8.9	8.7	11 28	3 32	52.6	51.3	50.1	8 28
36	10.3	10.1	9.8	24	36	53.3	52.0	50.8	24
40	11.4	11.2	10.9	20	40	53.9	52.6	51.4	20
44	12.5	12.3	12.0	16	44	54.6	53.3	52.0	16
0 48	13.7	13.4	13.0	11 12	3 48	55.2	53.9	52.6	8 12
52	14.8	14.4	14.1	08	52	55.8	54.5	53.2	08
56	15.9	15.5	15.2	04	56	56.4	55.0	53.8	04
1 00	17.0	16.6	16.2	11 00	4 00	57.0	55.6	54.4	8 00
1 04	18.1	17.7	17.3	10 56	4 04	57.6	56.2	54.9	7 56
08	19.2	18.8	18.3	52	08	58.1	56.7	55.4	52
12	20.3	19.9	19.4	48	12	58.6	57.2	55.9	48
16	21.4	20.9	20.4	44	16	59.2	57.8	56.4	44
1 20	22.5	22.0	21.5	10 40	4 20	59.6	58.2	56.9	7 40
24	23.5	23.0	22.5	36	24	60.1	58.7	57.3	36
28	24.6	24.1	23.5	32	28	60.6	59.2	57.8	32
32	25.7	25.1	24.5	28	32	61.0	59.6	58.2	28
1 36	26.7	26.1	25.5	10 24	4 36	61.4	60.0	58.6	7 24
40	27.8	27.2	26.5	20	40	61.8	60.4	59.0	20
44	28.8	28.2	27.5	16	44	62.2	60.8	59.3	16
48	29.9	29.2	28.5	12	48	62.6	61.1	59.7	12
1 52	30.9	30.2	29.5	10 08	4 52	63.0	61.4	60.0	7 08
56	31.9	31.2	30.4	04	56	63.3	61.8	60.3	04
2 00	32.9	32.1	31.4	10 00	5 00	63.5	62.0	60.6	7 00
04	33.9	33.1	32.3	9 56	04	63.8	62.3	60.9	6 56
2 08	34.9	34.1	33.3	9 52	5 08	64.1	62.6	61.2	6 52
12	35.8	35.0	34.2	48	12	64.3	62.9	61.4	48
16	36.8	35.9	35.1	44	16	64.6	63.1	61.6	44
20	37.7	36.8	36.0	40	20	64.8	63.3	61.8	40
2 24	38.7	37.8	36.9	9 36	5 24	65.0	63.4	62.0	6 36
28	39.6	38.7	37.8	32	28	65.2	63.6	62.2	32
32	40.5	39.6	38.6	28	32	65.3	63.8	62.3	28
36	41.4	40.4	39.5	24	36	65.5	63.9	62.4	24
2 40	42.3	41.3	40.4	9 20	5 40	65.6	64.0	62.5	6 20
44	43.2	42.2	41.2	16	44	65.6	64.1	62.6	16
48	44.0	43.0	42.0	12	48	65.7	64.2	62.7	12
52	44.9	43.8	42.8	08	52	65.8	64.2	62.7	08
2 56	45.7	44.6	43.6	9 04	5 56	65.8	64.2	62.8	6 04
3 00	46.5	45.4	44.4	9 00	6 00	65.8	64.3	62.8	6 00

表 *N*. 對於高弧之改正數

	p sin t						Proportional Parts								
h	10′	20′	30′	40′	50′	60′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
15°	0′.4	0′.7	1′.1	1′.4	1′.8	2′.1	0′.0	0′.1	0′.1	0′.1	0′.2	0′.2	0′.2	0′.3	0′.3
18	0.5	1.0	1.5	2.1	2.6	3.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5
21	0.7	1.4	2.1	2.8	3.6	4.3	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.6
24	0.9	1.9	2.8	3.8	4.7	5.7	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
27	1.2	2.4	3.7	4.9	6.1	7.3	0.1	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.9	1.0	1.1
30	1.5	3.1	4.6	6.2	7.7	9.3	0.2	0.3	0.5	0.6	0.8	0.9	1.1	1.2	1.4
31	1.7	3.3	5.0	6.7	8.3	10.0	0.2	0.3	0.5	0.7	0.8	1.0	1.2	1.3	1.5
32	1.8	3.6	5.4	7.2	9.0	10.8	0.2	0.4	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.4	1.6
33	1.9	3.8	5.8	7.7	9.6	11.5	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.3	1.5	1.7
34	2.1	4.1	6.2	8.2	10.3	12.4	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.9
35	2.2	4.4	6.6	8.8	11.0	13.2	0.2	0.4	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.8	2.0
36	2.4	4.7	7.1	9.4	11.8	14.2	0.2	0.5	0.7	0.9	1.2	1.4	1.7	1.9	2.1
37	2.5	5.0	7.6	10.1	12.6	15.1	0.3	0.5	0.8	1.0	1.3	1.5	1.8	2.0	2.3
38	2.7	5.4	8.1	10.8	13.5	16.1	0.3	0.5	0.8	1.1	1.3	1.6	1.9	2.1	2.4
39	2.9	5.7	8.6	11.5	14.3	17.2	0.3	0.6	0.9	1.1	1.4	1.7	2.0	2.3	2.6
40	3.1	6.1	9.2	12.2	15.3	18.3	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7
40–30	3.2	6.3	9.5	12.6	15.8	18.9	0.3	0.6	1.0	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	2.8
41	3.3	6.5	9.8	13.0	16.3	19.5	0.3	0.7	1.0	1.3	1.6	2.0	2.3	2.6	2.9
41–30	3.4	6.7	10.1	13.4	16.8	20.1	0.3	0.7	1.0	1.4	1.7	2.0	2.4	2.7	3.0
42	3.5	6.9	10.4	13.8	17.3	20.7	0.3	0.7	1.0	1.4	1.7	2.1	2.4	2.8	3.1
42–30	3.6	7.1	10.7	14.2	17.8	21.3	0.4	0.7	1.1	1.4	1.8	2.2	2.5	2.9	3.2
43	3.7	7.3	11.0	14.7	18.4	22.0	0.4	0.7	1.1	1.5	1.8	2.2	2.6	2.9	3.3
43–30	3.8	7.6	11.4	15.1	18.9	22.7	0.4	0.8	1.1	1.5	1.9	2.3	2.7	3.0	3.4
44	3.9	7.8	11.7	15.6	19.5	23.4	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.3	2.7	3.1	3.5
44–30	4.0	8.0	12.1	16.1	20.1	24.1	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6
45	4.1	8.3	12.4	16.6	20.7	24.9	0.4	0.8	1.2	1.7	2.1	2.5	2.9	3.3	3.7
45–30	4.3	8.5	12.8	17.1	21.3	25.6	0.4	0.8	1.3	1.7	2.1	2.6	3.0	3.4	3.8
46	4.4	8.8	13.2	17.6	22.0	26.4	0.4	0.9	1.3	1.8	2.2	2.6	3.1	3.5	3.9
46–30	4.5	9.0	13.6	18.1	22.6	27.2	0.5	0.9	1.4	1.8	2.3	2.7	3.2	3.6	4.1
47	4.7	9.3	14.0	18.7	23.3	28.0	0.5	0.9	1.4	1.9	2.3	2.8	3.3	3.7	4.2
47–30	4.8	9.6	14.4	19.2	24.0	28.8	0.5	1.0	1.4	1.9	2.4	2.9	3.4	3.8	4.3
48	4.9	9.9	14.8	19.8	24.7	29.7	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.4
48–30	5.1	10.2	15.3	20.4	25.5	30.5	0.5	1.0	1.5	2.0	2.6	3.1	3.6	4.1	4.6
49	5.2	10.5	15.7	21.0	26.2	31.5	0.5	1.0	1.6	2.1	2.6	3.1	3.7	4.1	4.7
49–30	5.4	10.8	16.2	21.6	27.0	32.4	0.5	1.0	1.6	2.2	2.7	3.2	3.8	4.3	4.9
50	5.6	11.1	16.7	22.2	27.8	33.3	0.6	1.1	1.7	2.2	2.8	3.3	3.9	4.4	5.0
50–30	5.7	11.4	17.2	22.9	28.6	34.3	0.6	1.1	1.7	2.3	2.9	3.4	4.0	4.6	5.2
51	5.9	11.8	17.7	23.6	29.5	35.3	0.6	1.2	1.8	2.4	2.9	3.5	4.1	4.7	5.3
51–30	6.1	12.1	18.2	24.3	30.3	36.4	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6	4.3	4.9	5.5
52	6.2	12.5	18.7	25.0	31.2	37.5	0.6	1.2	1.9	2.5	3.1	3.7	4.4	5.0	5.6
52–30	6.4	12.8	19.3	25.7	32.1	38.6	0.6	1.3	1.9	2.6	3.2	3.9	4.5	5.1	5.8
53	6.6	13.2	19.8	26.5	33.1	39.7	0.7	1.3	2.0	2.6	3.3	4.0	4.6	5.3	6.0
53–30	6.8	13.6	20.4	27.2	34.1	40.9	0.7	1.4	2.0	2.7	3.4	4.1	4.8	5.4	6.1
54	7.0	14.0	21.0	28.1	35.1	42.1	0.7	1.4	2.1	2.8	3.5	4.2	4.9	5.6	6.3
54–30	7.2	14.4	21.7	28.9	36.1	43.3	0.7	1.4	2.2	2.9	3.6	4.3	5.0	5.8	6.5
55	7.4	14.9	22.3	29.7	37.2	44.6	0.7	1.5	2.2	3.0	3.7	4.5	5.2	5.9	6.7

第二解法

測視時刻	$8^h10^m20^s$	午後
鐘表改正數	+10	
東方時	8 10 30	午後
	15 36	
地方時	8 26 06	午後
地方民用時	20 26.1	
上中天	9 50.7	
	10 35.4	
$10^s \times 10^h.6$	1.8	
時角	10 37.2	

表五 5月15上中天時刻	10 20.1
3日之改正數	11.8
5月18	9 50.3
1925年之改正數	+0.2
經度之改正數	+0.2
極星上中天時刻	9 50.7

表M之$p'\sin t$ =	0°23′.2
表N改正數 =	7.7
地平經度 =	0 30.9 西
量得地平角 =	36 10.5
標誌方位 =	北 36 41.4 西

本節所述之法並未於測時加以限制,故多於有朦朧影時作之.斯時大地上物體尙能看清,遠鏡視場亦無須映照.爲急獲所測之星起見,將遠鏡向極遠之物體瞄準並置準焦點,乃高揚遠鏡約等於星之高弧.若星之磁針方位可得估計,則轉動遠鏡一俟磁針指其方位,卽得星之地平方向.如是則星易得矣.若光度太暗不易於尋獲,則可向左右慢動其遠鏡,蓋行動之遠鏡恆較靜止之遠鏡易於得見所尋之星也.

§162. 由帝與勾陳一之地平角定地平經度法 前述諸法皆須確定測視時刻,乃最難之一事.此法免去此層困難,僅由極星與他一星(如帝星)間之地平角推得極星之地平經度.若測得兩星間之地平角,並已知緯度數則兩星之地平經度,卽可推算矣.

欲測時先指向標誌附尺讀 0 度,次乃指向極星讀其附尺,

最後指向帝星讀其附尺.兩附尺讀數之較數爲兩星地平經度之較數(不計測視間極星地平經度之變易因其變甚微也).由表查得相當之極星地平經度.併此地平經度於極星之附尺讀數,卽爲標誌之地平經度.

此法及所用諸表於1924年經C. E. Bardsley公佈於世.

測視之時距須不出1分,愈近於同時愈好也.若倒轉後半組之指測次序,則可免去因時距所生之誤差.若測帝(北極二β Ursae Minoris)星兩次,一次在測極星前,一在後,則可用間求法得在同時測視之讀數.

§163. 子午線之輳極度(Convergence of the meridians) 在兩地測地平經度以定所量之角,若兩地之緯度較數甚大,則兩地子午線輳極度亦甚大.在赤道處各地之子午線彼此平行,無關於其經度較數.在極處子午線之輳極度同於經度較數.概括言之,子午線之輳極度恆等於經度較乘以緯度之正弦.若兩地不在同緯度內,應用其中間之緯度.表七卽爲由此式推算之子午線輳極角之秒數,在同緯度內每隔1000英尺有一子午線輳極角之數值.

在兩地作地平經度之測視,如欲校對所量橫過該兩地之地平角,須推算其中間各隣接地之緯度較及子午線之距離,以得兩地子午線相距之全數.然後由表依緯度及子午線距數之英尺數查子午線之輳極度.如無與距數相當之輳極度,可由他數併湊之.例如在緯度40度內66500英尺之輳極度由10倍6000者、6000者及5000者之10分1三數湊成549.3秒.以此數加於第二次測得之地平經度,卽變準第二子午線之地平經度歸準於第一子午線矣.

例題　假如在測場1(緯度40度)1點至2點間直線之地

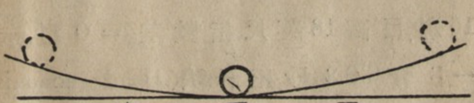
平經度為82度15分20秒.測量續向西南以至測場21.在此處測得21至20點直線之地平經度為269度10分00秒.由此測量算得21點在1點之南3100英尺,西15690英尺.由表查得15690英尺之子午線輳極度為2分09.7秒.所以21點至20點之方向若歸準於1點須加此改正數於所測之地平經度,即為269度12分09.7秒.在1處測得之地平經度,與21處改正之地平經度(−180度)之較數為6度56分49.7秒,是為全偏度或曰地平經度之變數.若測量無誤差,則量得之角必呈如此之差數.

第十二章
海上天文

§164. 海上測視 測定海上在某時航船之位置,及天體之方位所據之理與在陸地定位置及測量線之地平經度咸同,惟其法差耳.因在陸地所用之儀器需不動之架,皆非在海上所能用也.六分儀無須定架,故用於海上作測視甚爲適宜.惟六分儀只能量兩可見點間之角,故須由海平面上量一切高弧而改正其相當之低角.

海上定緯度法

§165. 正午太陽高弧定緯度法 量正午太陽下緣之最大高弧以定緯度,其法同於 110 節所述者.測視須於地方視午稍前時開始,接連速測其高弧以至其最大高弧.在海平面上測高弧須引太陽影之下緣與水平線接觸,繞遠鏡之軸左右轉動使六分儀微動,如此則太陽影畫一弧線.若其下緣在某點落在水平下則所量之高弧過大,須移動活半徑使其影在弧之最低處正切於水平(第八六圖).



第八六圖

例題　太陽在天頂北測得其下緣高弧69度21分30秒.指數差=−110秒.目高=18英尺.改正之太陽赤緯=+9度00分26秒(北).經緯度之概數=15度00分西,11度30分南.低角差,蒙氣差,視差,半徑差可分別改正,然實際多由鮑狄琪航海學(Bowditch, American Practical Navigation)表46檢取總數以改正之.緯度乃用(1)式推算之.若太陽在天頂北則須以南誌其天頂距,太陽

方位相反所誌亦相反.天頂距與赤緯皆是北或皆是南則相加,若一南一北則相減.緯度之爲南爲北,則視數大者爲南爲北而定.

測得高弧	69°21′30″		表46	+11′28″
改正數	+10 18		指數差	+ 1 10
眞高弧	69 31 48			+10 18
天頂距	20 28 12	南		
赤緯	9 00 26	北		
緯度	11 27 46	南		

§166. 測過子午線之太陽高弧定緯度法　若有困難情形不能確測正午太陽之高弧,可測其近午之高弧,惟須知測視時之時刻.若距午時不過25分,可由鮑狄琪(Bowditch)表26及27查得改正數.若時間較長,須用(24*a*)式推算高弧.用表26時,頁端爲赤緯,邊爲緯度,中間所列 a 數爲去子午線1分時高弧之變數.用表27時,在頁邊查 a 數,頁端查午前或午後時距之分數(t),所列之數爲所求之改正數 at^2.

例題1.　1925年1月1日測得太陽下緣高弧爲26度10分30秒.太陽在天頂南,時辰儀時刻爲15時30分10秒,時辰儀快15秒.目高18英尺,指數差 = 0 秒,赤緯爲南23度00.8分,時差爲 −3分39.3秒.死計法(Dead rechoning)之緯度爲40度40分北,死計法之經度爲50度02分30秒.

時辰儀	$15^h30^m10^s$
改正數	−15
	15 29 55
時差	−3 39.3
格林維基視時	15 26 15.7
經度	3 20 10
地方視時	12 06 05.7

表46	+10′19″
指數差	00
改正數	+10 19

表26：緯度 41°，赤緯 −23°　$a = 1'.5$

表27：$a = 1'.5$，$t = 6^m.1$　$at^2 = 54''$

測高弧	=26 10 30	
改正數	= +10 19	
眞高弧	=26 20 49	
	= 54	
	=26 21 43	
天頂距	=63 38 17	北
赤緯	=23 00 48	南
緯度	=40 37 29	北

例題 2. 1910 年正月20日,測得太陽下緣高弧＝20 度05分(南),指數差＝0 秒,格林維基視時1 時35 分28 秒,死計緯度＝49 度20 分北,死計經度＝16 度19 分西,目高16 英尺,改正之赤緯20度14 分27 秒南,求緯度.

用(24a)推算得緯度爲49度11 分北.

海上定經度法

§167. 格林維基時及太陽高弧定經度法 測太陽高弧推算地方時以較時辰儀所示之格林維基時亦可得航船之經度,惟須知時辰儀對格林維基民用時之誤差及其贏縮率,其誤差可由無線電時之信號校勘之.推算三角形求太陽時角時須有船所在之緯度及太陽之赤緯,並所測之高弧.緯度可由前一次測得之數,依其間船行之距離變爲現時之數,此即死計法之緯度也.因此數之不確,故最要須於太陽近卯酉圈時測視之,所用之方式須爲(19a)之 1 之變式.

此法亦可用於恆星及行星,則經度即由恆星時推算之矣.化格林維基民用時爲格林維基恆星時,並推算星在格林維基之時角.由 ZPS 三角形推算所得之時角,爲星在船之所在之時角.此兩時角之差,即所求之經度也.

例題 1925 年 8 月 8 日下午測太陽下緣高弧＝32 度06分30秒,時辰儀20 時37 分40 秒,其誤差 －1 分30 秒,指數差 ＋1 分00 秒,目高12 英尺,死計緯度44 度47 分北.太陽赤緯在 $G.C.T.$ 20時 ＝＋16 度 07.9 分,每時變數 －0.7 秒.在20 時時之時差 －5 分 33.1 秒,每時變數 ＋0.3 秒(用36 式).

時辰儀	$20^h37^m40^s$	赤緯 20	$+16°07'.9$
改正數	$-1\ 30$	-0.7×0.6	$-.4$
格林維基民用時	$20\ 36\ 10$	赤緯	$16\ 07.5$

時差 $-5\ 32.9$

格林維基視時 $20\ 30\ 37.1$

緯度 $44°47'00''$ $\log\sec\ 0.14888$

高弧 $32\ 18\ 30$

距極度 $73\ 52\ 30$ $\log\csc\ 0.01743$

$2\overline{)150\ 58}$

半和數 $75\ 29$ $\log\cos\ 9.39909$

半和數－高弧 $43\ 10\ 30$ $\log\sin\ 9.83520$

$\log hav.t\ 9.40060$

t $4^h00^m48^s.7$

$L.A.T.$ $16\ 00\ 48.7$

$G.A.T.$ $20\ 30\ 37.1$

經度 $= 4\ 29\ 48.4$

$=67°27'.1$ 西

時差 20 $-5^m33^s.1$

$+0.3\times0.6$ $+.2$

時差 $-5\ 32.9$

測高弧 $32°06'30''$

指數差 $+1\ 00$

表 46 $+11\ 00$

真高弧 $32\ 18\ 30$

（鮑狄琪表 45）

海上定地平經度法

§168. 太陽在某定時之地平經度 爲確定磁針之誤差及其他之事,恆須知太陽在測時之地平經.若 t、l、d 爲已知數,可由含 Z 之式推算 Z 值;然實際可無須推算而可由表查得之.美國水陸測量局公刊第71號載有每緯度1度及每赤緯1度每時角10分之太陽地平經度,Burdwood 表及 Davis 表用亦同此.若查天體赤緯大過23度時之地平經度,可用水陸測量局公刊第120號.

例題 爲說明公刊第71號之用法,茲試求北緯40分01秒,赤緯22度47分南,時角或地方視時9時25分20秒(上午)時之太陽地平經度.於緯度42度北,赤緯22度南,時角9時20分行下查得地平經度北141度40分東.其與緯度43度相應之地平經度爲141度50分,卽大10分;其與緯度42度赤緯23度時角9時20

分相應之地平經度爲142度11分,卽大31分;其與緯度42度赤經22度時角9時30分相應之地平經度爲143度47分,卽大2度07分.故地平經度之第一數,須增加各變數之比例部分方得所求之數.

$$141°40'+\frac{1}{60}\times10+\frac{47}{60}\times31'+\frac{5.3}{10}\times127'=143°12',$$

卽地平經度爲北143度12分東,或南36度48分東.

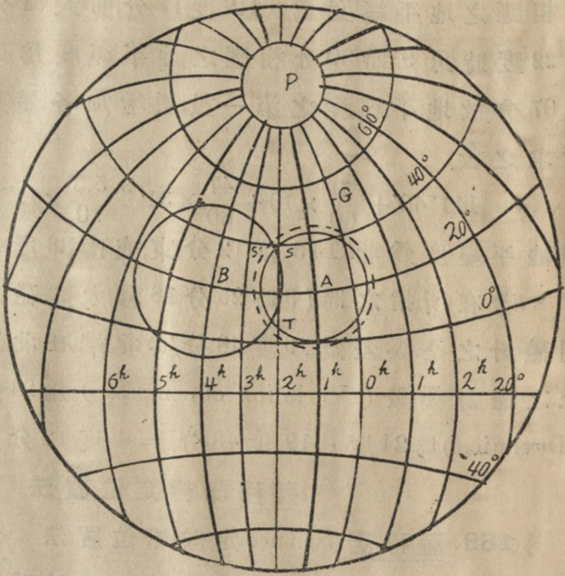
若在所指之時(9時25分18秒)太陽磁針方位爲南17度東,則磁針之全誤差爲19度48分,其北端在北點之西.若圖(Chart)上之磁針變數(Variation of compass)爲24度西,則磁針之偏度(Deviation)爲24度－19度48分＝4度12分東.

薩穆諾線定位置法

§169. 薩穆諾(Sumner)定航船位置法　若知某時太陽之赤緯及格林維基視時,此二經緯數卽爲地球面上在日心直下一點之經緯度,此點名曰日下點(Sub-solar point).若測者正在日下點,則太陽正在其天頂;若離開該點一度,無論在何方向,太陽之天頂距必爲1度;若離開2度,則天頂距必爲2度.所以若測者量得太陽之高弧,則測者必居於以日下點爲心,以太陽天頂距(度數)爲半徑之圓周上.繪此圓於球上,須先用經緯度定日下點,然後用圓規使所張之弧等於天頂距,以日下點爲心畫一圓圈.測者必居於圓周某處,因地球上所有各處其太陽之高弧等於所量者皆在此圓周上也.此圓圈名曰位置圈,其任何部分名曰位置線,或曰薩穆諾線.

設於格林維基視時1時測得太陽天頂距爲20度,其赤緯爲20度北,日下點乃在八七圖之A點,測者必在以A爲心以20度爲半徑之圓周上.若候至格林維基視時4時重測得太陽天頂距爲30度,則日下點在B點,其經緯爲4時及20度02分北(假

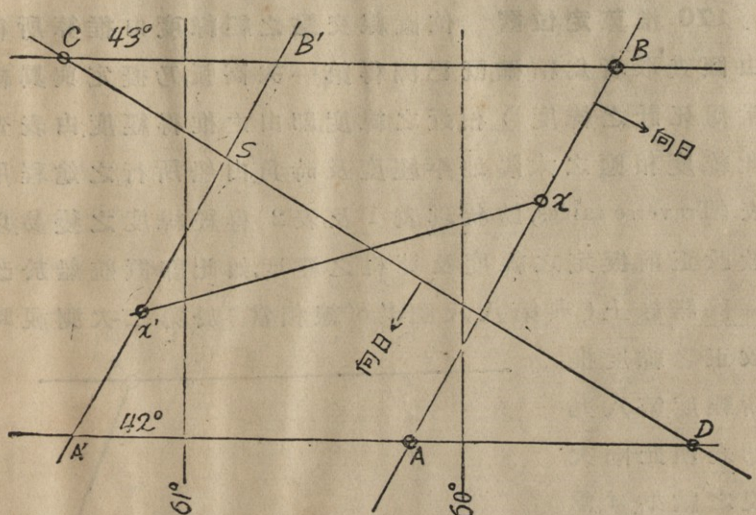
定之數),測者此時必在以B爲心以30度爲半徑之圓圈上.若在兩測之間船之位置未變,則船必或在S或T處,因其相去甚遠,故實際並不難指出何點爲船之位置.由太陽之方位(Bearing)並能知該點在圈之何部分.若船自第一測後已變其位置,則須計及其所行之距離.設假定船背日直去已行60英里或1度,是以若作第一測視時船在第二位置,A點仍爲同點,惟半徑爲21度,船之位置乃在點線之圈上.所以在第二測視時船之眞位置在交點S'處.若船非背日直去或向日直來,則推算因測者天頂之變易位置圈半徑所蒙之增減亦非難事.



第八七圖

上述乃薩穆諾法之原理,實際其圈之半徑不能如第八七圖之短,所以用小圈者便於說明也.因位置圈之半徑甚長故在航海圖(Chart)上者僅爲其一小部分.實際所用之部分其小足使不計其曲度,故位置線在航海圖上可視爲直線.欲定薩穆諾線於航海圖上可假擬兩個緯度,而實用之緯度在其中間.由此兩擬定之緯度,已知之赤緯,測得之高弧,及時辰儀之讀數,可推得兩個經度(167節)以應兩個擬定之緯度.此爲薩穆諾線上兩點之經緯,故依此可定薩穆諾線於航海圖.數時後另作一測視,

重定一新位置.因為須計及位置圈半徑因船在兩測間之行程所蒙之變易,故須移第一線於船行之方向,所移之距離同於船之程,並仍與原線平行.如第八八圖 AB 線為由上午 9 時測日及所擬緯度42度及43度而得之位置線.第二測在下午 2 時,船於其間已向南75度西行67分(1海里等於6080.20英尺,假定其在地球各部均等於大圈 1 分之弧).畫此行程於航海圖,即如



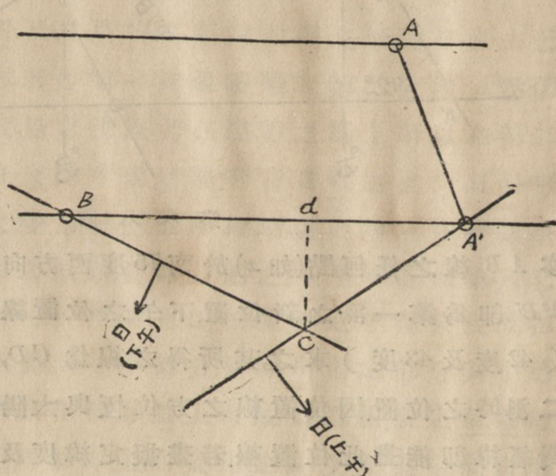
第八八圖

移 AB 線之任何點(如 x)於南75度西方向及於距離67分之處,$A'B'$ 即為第一測之新位置.下午之位置線亦依所擬之兩緯度(42度及43度)求之,其所得之線為 CD,交點 S 即為船在第二測時之位置.因位置線之方位恆與太陽方位成直角,故由一對經緯即能畫此位置線.若畫擬定緯度及算得經度之點於圖上,經此點引一線與太陽方向(如地平經度表所示)成直角,所得即薩穆諾線,船必在該線上也.兩點作線法所給之點實在位置圈之弦上,一點作線法所給之點在位置圈之切線上.通常

所用乃一點法也.

此法之最大利處,卽在縱使僅能作一次測視,亦能因以知船之位置係在某一直線上,此其價値已非小矣.例如已知第一位置線正經過危險之地,航船者乃知其方位而不知距離,卽能由此一次測視避去該危險之地.若該地爲所欲到之點,則卽知船應向何方轉舵.

§170. 推算定位置　位置線交點之經緯度由推算所得者,較由圖查取者爲精確.既已測得第一次高弧,乃擬定與眞緯度（常爲死計之緯度）相近之緯度,卽由之推得經度.由表查得與此緯度相應之太陽地平經度及時角.由船所行之途程用橫過表（Traverse tables, 鮑狄琪表 1 及表 2）得經緯度之變易.以此較數改正前擬定之緯度及算得之經度,如此卽置航船於改正之薩穆諾線上（與第八八圖 $A'B'$ 線相當）.於第二次測視時用此改正之緯度推算新經度.第八九圖卽表明此兩次測視之結果.A 爲第一位置,A' 爲改正船途程後 A 之位置,B 爲由第二次測視所得之位置,惟推算時所用之緯度係 A' 者.所以 $A'B$ 爲因錯用緯度所生之經度不合數（Discrepancy）,並爲以 C 爲頂點之三角形之底線,C 點卽船之眞位置也.兩底角 A' 及 B 爲兩測時太



第八九圖

陽之地平經度.設由 C 點引一垂線至 $A'B$ 以成兩正三角形,則

$$Bd = Cd \cot Z_2,$$

$$A'd = Cd \cot Z_1,$$

或

$$\Delta p_2 = \Delta l \cot Z_2,$$

$$\Delta p_1 = \Delta l \cot Z_1.$$

式內 Δl 爲緯度之誤差, Δp 爲午線距之較數.若欲使 Bd 及 $A'd$ 表明經度較數($\Delta\lambda$)須引入 $\sec l$,乃有

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\lambda_2 = \Delta l \sec l \cot Z_2 \\ \Delta\lambda_1 = \Delta l \sec l \cot Z_1\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(110)$$

Δl 之係數名曰經度因數(Longitude factor),可由鮑狄琪表47查得之.用微分法亦可得此方式.

推求緯度改正數 Δl, 因 $A'B$ 距離 $=\Delta\lambda_1+\Delta\lambda_2$ 爲已知數, $\sec l \cot Z$ 因數可由算得之或由表查取之,則 Δl 可由下式算得之:

$$\Delta l = \frac{A'B}{\sec l \cot Z_1 + \sec l \cot Z_2}\cdots\cdots\cdots\cdots(111)$$

既得 Δl,則改正數 $\Delta\lambda_1$、$\Delta\lambda_2$ 可由(110)式算得之矣.(110)式之所以引入 $\sec l$ 者,因午線距較(Difference in departure)等於經度較乘以 $\sin l$ 也.

若兩次測視一在上午一在下午,(111)式之分母爲兩組因數之和,若同在子午線之一邊,則爲兩組因數之較.欲得數佳善兩地平經度較數須不小於30度.若角甚小,則算得之位置較畫得之位置爲確.若兩物體能於同時測視且其方位較不小於30度,其位置可立得之,因其無船之行程可計也.如此測視對日月或兩光亮之星或兩行星作之均可,所得經度之準確完全依靠時辰儀之精確,則正與167節相同.

例題　依薩穆諾法定船之所在.

1910年1月4日於格林維基民用時13時12分33秒時測得太陽高弧爲15度53分30秒,指數差 =0 秒,目高36英尺,死計之緯度爲42度00分北.

於格林維基民用時18時05分31秒測得太陽高弧爲17度33分30秒,指數差 =0 秒,目高36英尺,船在兩測間之行程爲北89度西,45英里.

第一測視

G. C. T.	$13^h12^m33^s$	測高弧	15°53′30″	赤緯	−22°47′04″
時差	−4 51	表46	+7 11	距極度	112 47 04
G. A. T.	13 07 42	眞高弧	16 00 41	時差	$-4^m51^s.2$

高弧	16°00′.7		
緯度	42 00	sec	0.12893
距極度	112 47.1	csc	0.03528
	2) 170 47.8		
半和	85 23.9	cos	8.90433
半和減高弧	69 23.2	sin	9.97127
		log hav. t	9.03981

		t	$2^h34^m40^s$
太陽地平經度	南36°48′東	地方視時	= 9 25 20
地平經度因數	1.80	G. A. T.	=13 07 42
		經度	3 42 22
			=55°35′30″西

緯度	42°00′北	經度	55°35′.5西
行程	0.8北	行程	1 00.7西
改正緯度	42 00.8北	改正經度	56 36.2西

第二測視

G. C. T.	$18^h05^m31^s$	測高弧	17°33′30″	赤緯	−22°45′10″
時差	−4 56.8	表46	+7 31	距極度	112 45 10
G. A. T.	18 00 35.2	眞高弧	17 41 01	時差	$-4^m56^s.8$

高弧	$17°41'.0$		
緯度	42 00.8	sec	0.12902
距極度	112 45.8	csc	0.03522
	2) 172 27.6		
半和	86 13.8	cos	8.81790
半和減高弧	68 32.8	sin	9.96882
		log hav. t	8.95096

太陽地平經度 南$33°30'$西　　t $2^h19^m07^s$

地平經度因數 2.03　　地方視時 14 19 07

$G.A.T.$ 18 00 35

經度 3 41 28

$55°22'$西

改正經度 $56°36'.2$　　第一經度改正數 $19'.4\times1.80=34'.9$

第二經度 55 22　　第二經度改正數 $19'.4\times2.03=39'.3$

較數 1 14.2 $=74'.2$

第一經度 $56°36'.2$　　第二經度 $55°22'$

緯度改正數 $\frac{74'.2}{1.80+2.03}=19'.4$　改正數 34 .9 / 56 01 .3　　改正數 39.3 / 56 01.3

$\therefore$ 緯度 $=42°20'.2$ 北，　$\therefore$ 經度 $=56°01'.3$ 西.

§171. 喜雷亞法(Me hod of Marcq St. Hiliare) 若不如前述之法推算三角形以求在極處之角,則可擬一對近於眞位置之經緯度數而推算所測物體之高弧.如所擬者不在薩穆諾線上,則算得之高弧必不同於測得者.此兩高弧若以分數計之,其較數爲所擬之位置距薩穆諾線之英海里數.若測得之高弧大,則所擬之點須向太陽移動,其移動之數等於兩高弧較.經過此已移之點與太陽方向垂直之直線,卽爲眞位置線也現時皆用此法推算;惟若太陽正在午線,則依 165 節所述之法推算緯度;若逼近於卯酉線,則可照 167 節之法推算之.

推算高弧之方式為

$hav.$ 天頂距 $=hav.$(緯度∼赤緯)$+\cos$ 緯度 $\cos$ 赤緯 $hav.$ 時角.

式內(緯度∼赤緯)若二者符號相同為緯度與赤緯之較數,若相反則為其和數.高弧為90度減去天頂距.為解明此法,茲推算170節之第一測,假定緯度=42度00分北,經度=56度30分西,則時角 t 求得之如下:

格林維基民用時	$13^h12^m33^s$		
經度	3 46 00		
地方民用時	9 26 33		
時差	−4 51.2		
t=地方視時	9 21 41.8	$\log hav.$	9.05922
緯度	42 00	$\log \cos$	9.87107
赤緯	−22 47.1	$\log \cos$	9.96471
		$\log$	8.89500
		數	.07852
緯度∼赤緯	64°47′.1	$hav.$	.28699
天頂距	47 23.7	$hav.$	.36551
算得高弧	15 36.3		
測得高弧	16 00.7		
高弧差	24.4 向日		
太陽地平經度南	36 48 東.		

由緯度42度00分北,經度56度30分西之點,於南36度48分東之方向,引一直線.於此線上向太陽量定24.4英海里(每緯度1分=1英海里).由末一點於南53度12分西之方向(90度−56度30分)引一直線,即所求之位置線.

§172. **高弧及地平經度表及位置圖** 為便於繪圖定位置起見,美國水路測量局刊布兩組表以為推算三角形之用,並有

製成航海之圖,特備畫位置線之用.

其 *H. O.* 201 表列有每整度之緯度及赤緯度及每整10分之時角時太陽(或其他赤緯小於24度之天體)之高弧及地平經度.因所擬推算之點,除須不能去眞位置太遠外,並無其他的限制,故可免去對緯度及時角之間求,而只用隣近之整度緯度及與10分整倍數之時角相應之經度.對赤緯之分數作間求可卽由表取得高弧及地平經度.此由表取得之高弧(卽算得之 h)與測得之高弧之較數,卽爲由所擬點向太陽量置之距離(須測高弧大).例如用此表推算 170 節之例題,以緯度42度,時角 2 時40分,及赤緯 -23 度,爲入手之初步.對赤緯較13分作間求,得高弧15度 24.7 分,地平經度北142.1東.與時角 2 時40分(地方視時 9 時20分)相應之經度爲 3 時47分42秒,或56度 55.5 分西.若畫定此點(42度北,56度 55.5 分西)並向太陽(北142.1東)量置 36.0 分,則其所得之位置同在 170 節所得之薩穆諾線上.所擬定之位置有變易,地平經度亦卽小有變易,薩穆諾線之各部分不能全與方向相合,因其爲圓圈之正切線也.

其 *H. O.* 203 表列有在每整度緯度、高弧及赤緯時之時角及地平經度.在此表赤緯擴至27度.用此表時假擬一整度之高弧與測得者相差不遠.只須對赤緯分數作間求亦與上表相同.此項間求可利用與時角及地平經度同列之每分變率(Rate of change per minute),故亦不難作也.用此表推算前題可用緯度42度北,高弧16度,赤緯 -22 度 47.1 分南.所得之時角爲 2 時34分 50.6 秒(或地方視時 9 時25分 09.4 秒),地平經度爲143.1度.與此時角相應之經度爲55度38分西.畫定此點(42度北,55度38分西),並向太陽量置0.7分(測高16度 00.7 分,與表列高

弧16度之較數),則得同一薩穆諾線上之另一點.

其備畫薩穆諾線之航海圖(Chart)註明經緯度之各整度(No. 3000, Sheet 7, 由35度北至40度北; Sheet 8,由40度北至45度北.餘類推).經度每度寬4英寸,緯度則比例為大.並在子午線及平行線上註有分之比例尺.其在緯度比例尺上之分數並為量置高弧較之英海里數之比例尺.圖上並有一羅盤圈,備量置地平經度之用.此外則圓規、平行尺、鉛筆乃所需之儀器也.

其 *H. O.* 204 之排列同於 203,但其緯度線由60度北至60度南,赤緯由27度至63度,此乃用於測視航海星者.

航船之位置雖常用薩穆諾線法畫求之,然固皆可用算法推求之也.若於情況之下畫線法難得精確,則推算法尚矣.

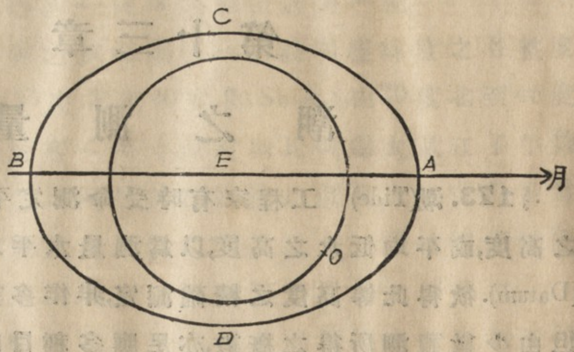
第十三章

潮之測量

§173. **潮**(Tide)　工程家有時受命測定平均海水線(Sea level)之高度,或平均低水之高度,以爲測量水平或測量水深之底線(Datum).欲得此等高度之精確測定,非作多數之詳細觀測不可;但由少數觀測所得之概數,亦足應多種目的之用矣.惟欲得觀測結果佳良,必須明瞭潮之普通原理.

因月與日對地球之攝力作用而生之海洋面之定期起伏曰潮.潮之一字,亦有時用指水之地平行動(如潮流),但在本章其意義僅指水之垂直行動.水面上昇時曰漲潮(Flood tide),下降時曰落潮(Ebb tide).每日恆有兩次潮之漲落.潮昇至最大高度時曰滿潮,亦曰長水(High water);降至最小高度時曰干潮,亦曰落水(Low water).二者之差曰潮高差(Range).潮在朝時曰潮,潮在夕時曰汐.接連兩次滿潮之期平均爲24時51分,與月球兩次經過子午線之平均時間適合.

§174. **潮之起因**　潮之主要成因爲月對地球各部攝力之不同.因攝力與距離之平方成反比例,故地球表面之近月部分所受之攝力較中部爲大,而中部所受者又比遠月部分爲大.設地月均靜止不動,則處月球下之水面昇高,如第九〇圖 A 處所示者焉.因 B 所受之力爲最小,地去而水留,故亦上昇也.此二處攝高水面之力且有壓下 C、D 二處水面之趨勢.若僅令地球轉動,則在地面任一點 O 之人每日身經二高潮二低潮,高低二潮相距之時間爲 $6\frac{1}{4}$ 時矣.以上所述乃指地月靜止時生潮之現象.但因地球轉動之速度甚大,水之深度較淺,且潮與陸地衝突,



第九〇圖

實際之潮甚爲複雜.假若地面全爲水覆蓋,且靜止不動,則高潮與低潮水面之差約爲二英尺.惟潮遇大陸時所生之衝擊往往迫潮波作狹流,或作淺流,故地有峽口潮入必驟漲而高.實在之潮高差有至五十英尺左右者.北美芬地灣(Funday)之潮,及中國海甯之潮,即其例也.

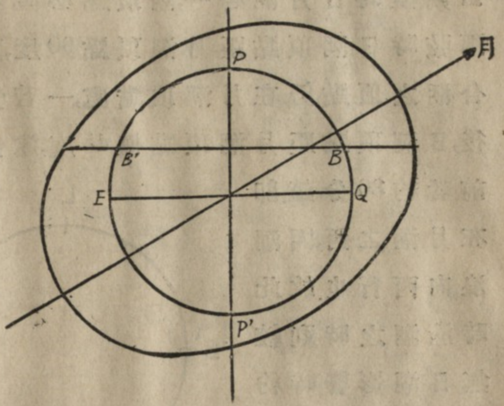
日之攝力一如月,亦作同樣之潮於地球之水面,惟較小耳.日之質量雖大於月,然因其距地甚遠,其生潮之力與月比僅如2與5之比.實際之潮乃二者所生之潮之合,然有時合而相加,有時離而相消.朔望時爲二潮之和,兩弦爲二潮之較,故朔望及兩弦潮之高卑若(5+2)與(5−2)之比.

§175. 月球位相之影響　當日及月之攝力作用在同一直線上,即月在朔或望之位置時,潮高逾常是曰大潮(Spring tides).當月在上弦或下弦之位置時,日月之潮有一部分彼此相消,以致潮高差較常爲小,是曰小潮(Neap tides).

§176. 月赤緯變異之影響　凡日月之赤緯度異,潮亦因之而異,蓋潮之頂點恆欲正對發攝力之體,其體之方位變則潮亦隨之而變也.故每月每年潮必漸增而大,復漸減而小,當以黃白交點之周時推之.一周中月在赤道南北之赤緯最大爲28度36分,最小爲16度20分.

當月在赤道時連接高潮之高度大略相等,若月偏於赤道

北或南時,則其高度不等.如第九一圖所示,在月下 B 處之滿潮較平均數爲深,而12時後轉至 B' 處其滿潮較平均數爲淺.此現象曰日周潮差(Diurnal inequality).在赤道上 E、Q 二點,則潮高相等.



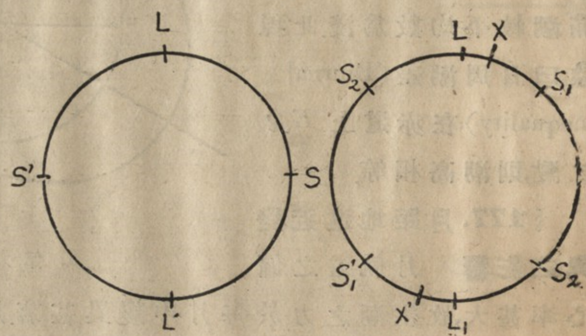
第九一圖

§**177.月距地遠近變異之影響**　月軌道之偏心率甚大,故生潮之力於每月中變異甚著.月距地之變異範圍約爲百分之13,上下各約百分之6.5(日月攝水成潮之力與距地之立方有反比例).月在卑點時所生之潮比在高點時所生者約高百分之20.

§**178.初潮,尾潮及港口差**　潮繞地一周爲潮日(平均爲24時51分).設止有月而月行於赤道面,則潮日卽太陰日(月兩次中天之時間),爲月恆星周時及地一日自轉相合而成.又設止有日而日行於赤道面,則潮日卽平太陽日.今皆不然,乃還二浪頂點相合之公共最高點繞地一周而成一潮日.此點在二浪中間,依二浪或漸相合或漸相離而生進退.故潮日之變有大小,在朔望時其變最大也.在大潮後數日,潮日約爲24時38分,小於平均數13分.在大潮前數日,潮日爲25時6分,大於平均數者15分.潮日短則滿潮較常時早到,是謂潮之闖前,亦曰初潮(Priming);潮日長則滿潮較常時晚到,是爲潮之遲後,亦曰尾潮(Lagging of the tide).

潮之闖前遲後,當然由於日月潮浪合作而生,茲再詳言之.

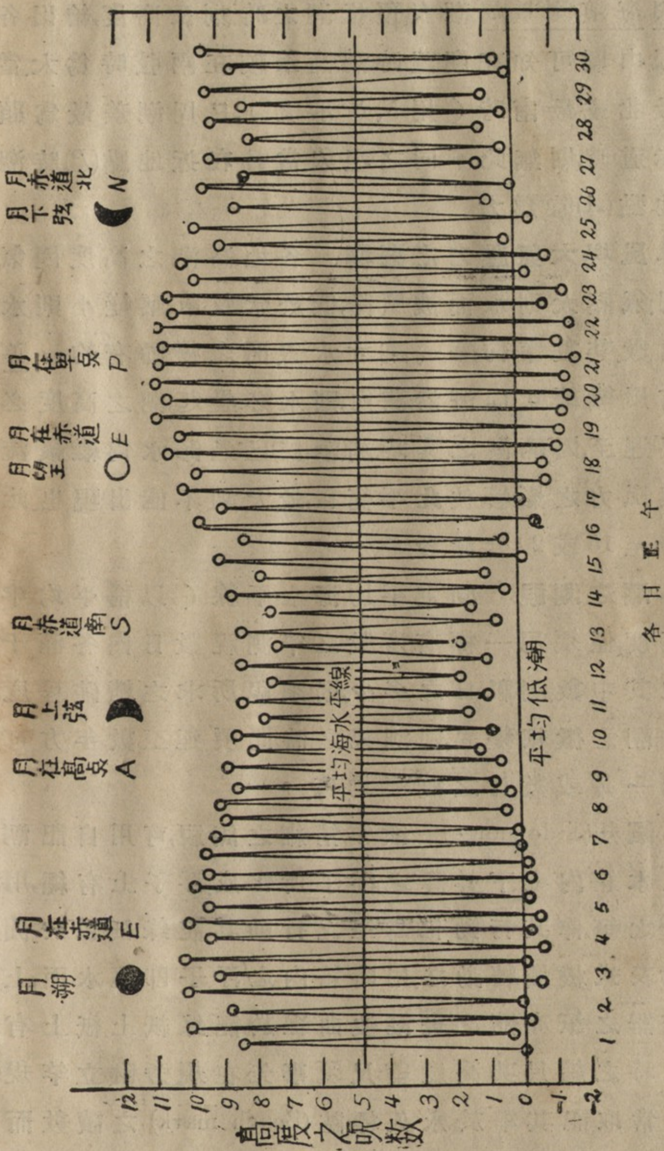
當朔望時日月潮合一,潮頂點必直在月下(如無他阻力).在兩弦時日潮頂點距月潮頂點90度,兩邊牽扯之力相等.故日月合潮之頂點仍在月潮頂點處,一若無日潮者然.但朔或望三日後,日潮頂點距月潮頂點僅45度,遂使日月合潮之頂點在月潮前者約30分鐘.卽在月潮之西,因潮浪向西行也.故此時滿潮之時刻較無日潮影響時約早30分鐘.由此可知前三日潮日必已逐漸縮短,潮候闆前也.同理在朔或望前三日,日潮使日月合潮之頂點在月潮東,遂致滿潮時刻較晚而潮日延長也.



第九二圖

在朔望時各地之高潮恆於月過午線後,若干時間始追隨而至.其時間之長短隨地而異,名曰港口差(Establishment of port),亦曰海口潮時.無論何海口水之漲落必與日月過午線相應.若水不因他故而動,亦無阻力,如爲海底所滯或過長峽等事,則本海口所當得潮浪之最高點必應時而至,與潮之候必相合.設有此諸故,則必生差,諸海口之差各不同.察統地球一切海口潮汐最高之候亦一要事,蓋準此能知統地球潮候之差也.考此事當細心,勿以平潮誤爲最高之時.雖有時平潮與漲水落水合,然其故大不同,此若誤必不能考定潮之理,蓋一切俱紊也.紐約之海口差平均爲8時13分,其在一月內之變異範圍上下各約22分,此其例也.

§**179.潮圖** 以上所舉之變異,均示於第九三圖.圖之製成



第九三圖　1910年9月波斯頓處之預推潮圖

係由美國海濱測量局潮表預推潮之時刻及高度,繪出各點而連以直線.由圖可知在朔望時潮高差較在兩弦時爲大.當月在赤道之最北或最南時（用N、S示之）,日周潮差最爲顯著,而當月在赤道時,則無此不同之現象.當月在近地點(P)時潮高差較在遠地點(A)時爲大.

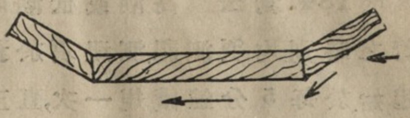
§**180.風與大氣壓力之影響**　各地高潮之高度因氣候變遷而不同.氣壓大則水面被壓降,低於常數;氣壓變小則水面必升,高於常數.其數率約每一英寸水銀面之變動有約一英尺之昇降.若有風繼續吹向海港灣內,則水必疊起,潮之高度必增.所以滿潮必遲至,因滿潮之眞時刻(潮候)已過海水尙繼續流入,非俟落潮與風力之影響彼此平衡後,最大潮不能出現也.此遲延之時間有至15或20分鐘者.

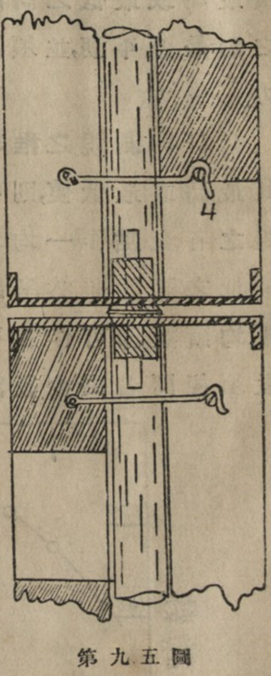
§**181.潮之測視**　測定平均海水平線（以稱平均半潮爲宜）之高度,僅須用一標有度數之竿,測視數日內各滿干潮之高度而取其中數.測視日之多少,則須視所求之精確程度而定.若欲計及潮之微細變異,則測視之時間須延至數年方可.若求其大概,則一月或數日之測視均可.

§**182.潮規**(Tide gauge)　欲作精細之測視,可用自記潮規.此規爲一在木箱內上下昇降之浮子所作成.浮子上有繩,用機械連於記錄之筆,俾其行動化爲筆之行動.其記錄紙包於圓筒上,此筒由鐘表式機械轉動之.用時箱內之浮子卽隨水面上昇下降,而記錄器之筆亦隨之畫潮波曲線於記錄紙上.紙上有高度之縮尺及時之縮尺.其高度縮尺須事先在規旁附立竿規(Saff gauge),時常取記其準於永久標誌(Bench mark)之讀數而定之.其時之縮尺乃藉已知時之記號,由紙上推定之.

若僅欲作少數之測視,可用最簡單之竿規.此規爲一刻有

度數之固定垂直木竿.竿之高度須任何時得讀水面之高.若水面靜止則水之高度卽可由竿上直接讀出.若水面有波浪流動,則竿之構造須稍爲複雜.若流雖急而水面之起伏不速,則水衡規時所生之小潮波可用二斜木條附於規之兩側使水波轉偏以去之.第九四圖所示,卽爲此種竿規之平斷面.若水面有波浪,則高度變更甚快,所測之值自不能準確.欲免此弊,可用一直徑$\frac{3}{4}$英寸之玻璃管,置於二木條間,如第九五圖所示.木條之側面刻有量高之度數.水入管內,其水面卽爲規外之水面.爲阻止水高驟變起見,於管之下端置一木塞或橡皮塞,中插一小管,其內徑爲 1 公釐(mm.).水由此小孔上昇甚速,故所量之高度準確.且因此小管之設備,小波對於測量已無若何影響.爲普通使用便利計,此器分爲三段,每段約 3 英尺.用時可用塞子,中穿一小管,由一段大管之尾連於他段大管之端(如圖所示).若欲由遠處讀出規上所示之高度,可於管背塗一紅條.在水面上紅條之寬爲原形,但在水面下者,因折光現象,恆比原形爲寬大.故水面之分界線得易讀出,卽在遠處用遠鏡瞭望規上所示之高度亦能見也.


第九四圖



第九五圖

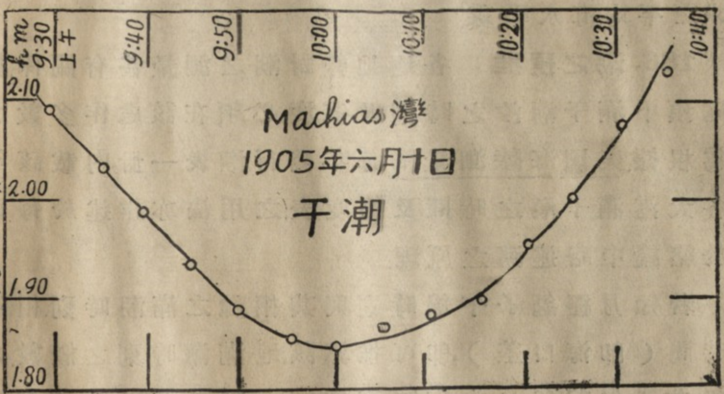
§183. 規之相當置處　置規之地應在近大海之處,俾得眞潮高差.且須設法使其得避免巨浪之冲擊.規之位置及水之深

度均須無礙於規之工作.縱在最高或最低潮時,水面之高度亦能由規上讀出方可.

§**184. 測法**　高潮或低潮時規上最高及最低讀數,及其到着之時刻,均須測記.測視須於預知之高潮或低潮期前30分鐘起始.於每5分鐘讀規一次,直至最高或最低之高度已到後數分鐘始止.有時水面在高潮或低潮時起伏不定,以致第一次所讀最高或最低之高度時,並非滿潮或干潮之眞時刻.欲知所測之潮是否平潮,並須同時注意風力及風之方向以及大氣之壓力.

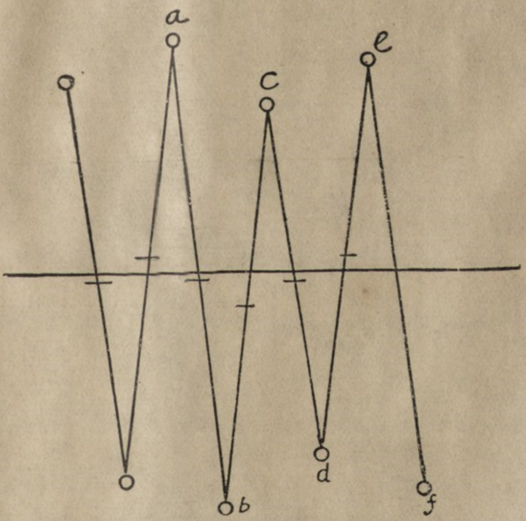
§**185. 測視之推求**　若規上所示之高度變異致不易察出其最高或最低值,則可用時刻作横標線,高度作縱標線,經縱横線之各交點作一均和之線,如此卽删去偶然之錯誤,而最高或最低之高度顯然呈出矣.若諸測視皆如此推求,則諸滿干潮之平均讀數卽可作爲平均半潮之讀數,但滿潮與干潮讀數之次數須相同.若由少數測視求平均半潮,則所併諸對之滿干潮,須

第九六圖



第九七圖

不含日周潮差所生之誤差方可.如第九八圖所示 a 與 b, c 與 d, 或 e 與 f 之平均值,均近於平均半潮之值.若用 b 與 e 或 d 與 e 所得之平均值,則非過大卽過小矣.由美國海陸測量局刊印之潮表,考其預定之高度及時刻,可選相當之潮.考察其預定之高度,可推出平均海水平線與平均半潮之眞關係(此平均半潮乃由與實測潮相合之預定高度所算出者).二者之差,卽可用以改正測視所得潮之平均高度,以求平均海水平線.例如在測地近處之港,預知 a、b、c、d、e 與 f 六潮之高度,其平均值較平均海水平線低0.2英尺.則還測視所得六潮之平均值,須加此改正數0.2英尺,方爲



第九八圖

所求之平均海水平線.

§**186. 潮之預推**　各地地勢對潮之測量甚有關係.故在任一處預卜滿干潮汐之時刻及高度,必須在該處作多數之觀察以爲根據.美國海陸測量局每年發行潮表一册,內載該年國內外各大港滿干潮之時間及高度.表之用法亦詳述於每頁之底,且於緒論中略述潮之原理.

若知月經過子午線時刻與其相隨之滿潮時刻.相隔之平均時間(卽海口差),卽可推算該地滿潮時刻之概數.月在格林維基子午線每日中天時刻,均可由曆書查得之,並有每經度1時之變數.此每時之變數,乘以西經之時數,加入表列之中天時刻,卽得地方之中天時刻.再加海口差,卽爲滿潮時刻之概數.此得數値朔望時尙近準確,若値他時則約有數分鐘之變異.

第十四章

地 球

§**187. 地球概論** 欲知經緯、星之大小遠近、方位、軌道及相屬之理,必先於地面測之.不明地之理,則所測得之理俱誤矣.

地爲球體,乃行星之一也.第憑目所見,則地甚大,行星俱只一點.地無光,行星俱有光;地不覺動,行星刻刻移動,悉皆相反.是以人非大智,聞此說未有不駭異者.然强分地與行星爲二類,則推步諸曜俱扞格不通矣.故天學入門首當明此理.

假如空中有諸物,欲悉定其方位,必先知我身之或動或靜若我身實動而誤爲靜,則所定方位俱不合矣.我身居地面,動靜因乎地.故欲定諸曜方位,必先考地之爲動爲靜,此實天學中最要事也.

地係行星,故地亦動.地動而所載之物如山岳、河海、風雲之類,莫不隨之俱動,故人不能覺.譬如舟不遇風浪,車在坦道,以平速行,所載什物與之俱行,人坐其中,如居安宅,初不覺動.其理一也.

以地爲不動者,由於未明地之狀,蓋常人之心必以地爲無限之平面.面之上爲虛空,面之下爲無窮深,皆土也.果如此,日東出西沒將洞穿堅實之地底而過乎,抑地中有穴自西通東爲日出入之路乎.而日出入之方位日日不同,且月與諸星亦每日出入.將地有無數穴如蜂窠乎,必不然矣.故地不能無限廣且厚,其體必有盡界而浮於空中,四周無他物相連.若然則地不難於動而反難於靜.蓋無他物粘連之令不動,則有力加之卽動矣.故地動無疑.欲明地之形狀,必於大平原或大海面無林木峯巒礙目

之處測之.凡陸登高塔,海居艙頂升桅末,所見地面水面必有一定界限,四周成大平圓.界線外不能見,非蒙氣遮隔也.登高山頂,則界限之周更大,亦成平圓.此事無論何地皆然.凡體無論何方,視之其見界恆成平圓,則必爲球體.

地面必有平圓界限者,此非爲平面而爲球面之證.蓋界外不見非目力不能及,乃目之視線直行不能如弧線之彎,故不見也.是以地形大略如球.海陸皆在球面.雖山谷有高深,不過如橘皮之微不平耳.

他如(1)任何處之海平面總較眞平面低若干度角,(2)船向海上去漸遠則所見之部分漸小,(3)人自赤道向極處走,極之升高比於去赤道之距離,(4)月食時在月上所見之地影爲非球體所不能作,(5)航海能周行而至原處,凡此皆能證明地爲球體也.

設人不附地立於空中,盡見上下四周天空諸曜,一若爲一大球,諸曜皆在球殼,而己在球心也.人居地面則不能見地平下諸曜.升最高處,有地面界深度,加蒙氣差,所見亦不過二度,且不能了了,蒙氣昏濁故也.故若人不遠行,星不自移,地球不自轉,則地平下半諸曜永不能見矣.人在地面略移其處,則所見天空界亦必略移.譬人背大樹而立,樹後諸物俱不能見;環樹而轉,則盡見四周之物.故人每日向南行,則每夜必見南方新出地平之星.地平界漸移而南,反若天星漸移而北也.

地球自轉,人居地面亦隨之而轉;然不覺者,因地平上諸物與之俱轉.一切山河、林木.房屋俱不變狀,大塊全動極安穩故也.而天空諸曜不與地連,反若刻刻移動,與人繞地球行無異焉.譬人或繞樹轉,或倚樹樹轉而人隨之轉,理無異.所異者,一則能見樹全體,一則僅見樹之一面也.

地自轉故地平界之東半向下行,而西半向上行.然其行人

不能覺,故反疑諸曜漸移.見地平界吐星而曰星出地平焉,見地平界掩星而曰星入地平焉.

欲知地球自轉之說於理合否,當先考天體西旋與地球自轉,目所見盡同與否.

(一)設居赤道北夜觀天,則見諸星皆行平圓線,圓之大小各不同,在地平界上之度多少亦不同.正當地平圈午點之星纔出即入,其度最少.自午點迤東,地平所出諸星其度漸增,平圓漸大,自出至入歷時亦漸久.出地點在午點東若干度,則入地點在午點西亦若干度.而出卯點者必入酉點,自出至入恰得六時,在地平界上之度恰得半周,其平圓為最大.自卯點迤北地平所出諸星其時遞增於六時,其度遞增於半周,而平圓漸小.至子點之星,則漸降切地平而過,又漸升不復入地.子點上面諸星則常在地平界之上,平圓俱全見而漸小,至於一點即北極也.北極無星而有相近之星,名極星.極星之平圓最小,非細測幾疑不動焉.諸星每日皆於本平圓行一匝,而其相距之方位不變.聯一切星為諸星座.諸座向地平界之體勢刻刻不同.最甚者,北方諸星座常見不隱者其向地平界體勢有時相反.然各星座距極之體勢永不變.故無論何時,無論離地平若干度,測各座之形狀亦永不變.然則聯周天為一大座必如一星圖.晝於球殼,地為球心.球之軸貫北極,斜交地平.

(二)冬時澈夜觀天,則昏所見沒於西方之星,旦必見其復出東方.昏所見初出東方之星,旦必見其已沒西方.故昏所見半球諸星,旦已全沒,而旦所見半球諸星,乃昏所不見者;然則一夜中已盡見全球之星.故上所云聯周天星為一大星座者,此大星座布滿全球也.是則地平上之半天球恆有星,晝不見者為日光所奪耳.若用最精遠鏡當正午能見最小星.而坐深井或煤洞中,雖

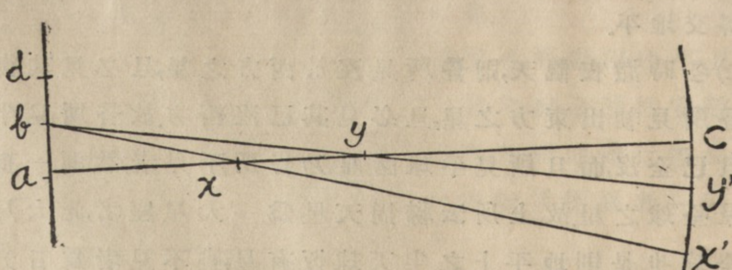
無遠鏡亦見金木二星.若知其經緯度,不須遠鏡,亦不必坐深井但竭目力察之,亦能見也.又日食既,大星俱見,此尤明證焉.

（三）全球之星雖時遞隱遞見,然地平上近北極一段常見不隱,地平下近南極一段常隱不見.其常隱段界上之星,每漸升切地平界而過,復漸降.猶之常見段界上之星每漸降切地平界而過,復漸升也.蓋球面每點必有正相對之點.地平界既中分球面,則有出地之北極點,卽有入地之南極點.繞北極既有常見界中諸點,則繞南極卽有常隱界中諸點,一一相對也.

欲觀常隱界中之星,必向南行.向南行則前所見北方諸星或切地界而過,或並不切地平者,今俱見其入地矣.其初入地卽出,漸南則入地漸久.然繞北極如故,北極漸低故也.北極低若干度,則南極於地平下升若干度.故愈南則見常隱界中之星愈多.直至赤道,則二極俱在地平界,而全見天球諸星.此卽前繞樹而轉之理也.

準此則謂諸星不動,而地球每日自轉一周,於理亦合也.

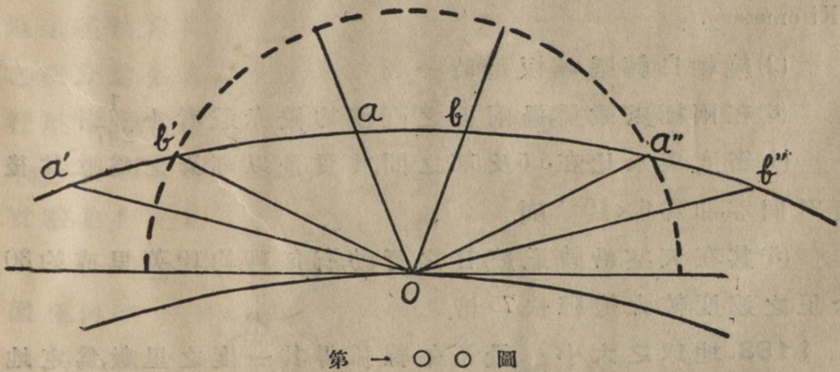
假如人定立一處,四望峯巒林屋,遠近不一.略移數武,則諸物之近者方位各大變.如向北行,則初見在正東西者,俱漸退後,一若物之向南行也.初見一線上之物若相合者,今見其相離.初見其相離者,今適在一線而見其相合.而遠物則但覺微變,如初



第九九圖

見在正東者,行三、四里仍見在正東也.此何故?蓋由人心有一虛空之平圓周,以己目爲圓心.人行則此平圓隨之而行.設行於 ad 線,在 a 時見 x、y 二物同在一半徑線 ac 內.行至 b,則 axc 變爲 bxx', ayc 變爲 byy'.此二視線以 x、y 爲心而旋.而二線遇虛空圓周之點向後而移.x 物近,x' 點之移速;y 物遠,y' 點之移遲.故 axb 角大於 ayb 角,卽 cxx' 角大於 cyy' 角.凡視線漸移所生視差角,卽今視線與原視線之交角也.如人於 a、b 二點望 x 物,其視差角爲 dbx、dax 二角之較.夫 dbx 爲 bax 三角形 b 角之外角,依三角例必等於 a、x 二角之和,故 dbx、dax 二角之較等於 axb 角也.準此理,則視差角之大小由於物距人目之遠近.若物甚遠,則視差角甚小而不覺,人視之若不變方位也.

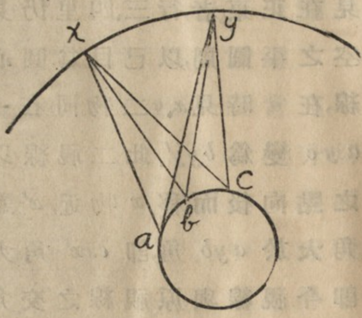
星之距地必甚遠,否則在天頂時其視徑及星座所占之度必大於在地平時.以圖明之,如 $a'b'$、ab、$a''b''$ 三弧俱等,人在 O 望之,則 aob 角必大於 $a'ob'$ 角.而星則無論在 ab,在 $a'b'$,用最精之器測之,不見有差角.任於地面何處測之皆然.故星距地必甚遠,以視地半徑蓋甚微矣.



第一〇〇圖

於高平之地以數百步爲徑作大平圓,任取其周 a、b、c 三點,用象限儀測地面界上 x、y 二物成 xay、xby、xcy 三角.目中雖不

覺有視差,然察儀器實有微差.物之距目縱十萬倍於平圓徑,用最精儀器測之亦能得其差.而於地球赤道上用最精器測星,略無微差,故星距地球必遠於十萬倍地徑也.



第一〇一圖

假若有人居恆星上,用我所用之儀器以望我地球,必不能見.又當恆星處設有體大若地球,我用器望之,亦不能見.故若自我目至恆星作一平面,又於地心作一平面與之平行,此二面雖永不相遇,然自地望至恆星處,則二面若合爲一,不能分也.命地心之平面爲眞地平,我目之平面爲視地平,至極遠若合爲一處爲天空地平界.則或居地心依眞地平界望星,或居地面依視地平界望星,俱見在天空地平界上,無纖毫異也.

概言之,地之情狀如下:

(1)地爲一大球體,直徑約爲7926.68英里,或12756.776公里(Kilometer).

(2)繞軸自轉歷24恆星時一周.

(3)在兩極處微扁,過兩極之直徑約較赤道者小$\frac{1}{297}$.

(4)密度與水比在5.5及5.6之間,其質量以噸計之,爲6其後有21個零,即爲6×10^{21}噸.

(5)其在天空沿軌道繞日之行動,有每秒約19英里或約30公里之速度,較大炮彈快75倍.

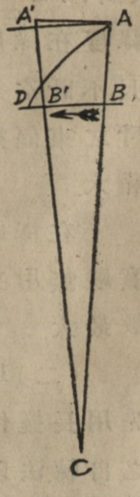
§188. 地球之大小 量子午線弧得其一度之里數,爲定地球大小之惟一善法此法含有兩種工作,一量里數乃陸地之測量,二定兩測場間之度分秒數,乃天文之測量.

由天文測視得自地心至兩測場（以地爲球形）所引之兩半徑間所夾之角,此角亦卽該兩地天頂在天空之弧距離也.二測地同在一子午線內,故只須依前述之法測兩地緯度而取其較數,卽得所求之角.例如兩地距離量爲 120 英里,兩地緯較測爲 1 度 44.2 分,則 1 度爲 69.27 英里. 360 倍之,卽得地周約爲 25000 英里.以 π 除之,得直徑爲 7900 英里.

亞力山德里亞之愛拉透愼斯於耶紀前 250 年,似已明瞭此事.其兩測地爲上埃及亞力山德里亞及仙尼(Syne),在仙尼處於夏季最長日之正午伊見井底無陰影,卽日正在其天頂也.同時在亞力山德里亞由表影之長得該地天頂至日之距離爲圓圈之 $\frac{1}{50}$,卽 7 度 12 分,此乃兩地之緯度較也.伊言該兩地之距離爲 5000 Stadia, 是地球圓周爲 256000 Stadia 矣.惟 Stadium 爲如何之尺度無從得知,故無法知其測視是否準確也.

畢卡爾(Picard)於 1671 年在法國北地曾測量子午線弧,牛頓因之證明其重力之理.

§189. 地球自轉　考白尼創太陽系學說,假定地球繞軸自轉.然彼時僅認地球自轉較天轉可能之成分爲多耳.自發明遠鏡後,天文家用以見日月行星皆爲轉動球體,乃推定一類同律(Law of analogy),謂地亦當爲轉動球體.今則能作證明地轉之實驗,並有能使得見其自轉者.



第一〇二圖

(一)牛頓謂物自極高塔頂處落下,必向東偏.因任何處（極處除外）之塔頂每日所晝之圈大於其底所晝者,乃顯見之事,故其行必較快.物體自頂上落下,必於降下時仍保持其較快之東行.若該物未被大氣摩擦力或風之流動折偏,必不落至起

點直下之處,而落於該處偏東之點.如第一〇二圖物自塔頂A落下至地之D處(BD與AA'約相等),而同時塔底僅由B行至B'處.此類實驗甚難,因偏數小,並難免空氣流動之影響.卽球亦難得精圓者,故降下時不能純向一邊.

德人賴錫(Reich)於1831年在礦井作此實驗,其降下之高爲570英尺.由106次之試驗取其中數,得東偏數爲1.12英寸.若以理推之,應爲1.08英寸.該實驗並給有南偏數0.17英寸,於理頗難解釋.或者爲測視之錯誤.有時球竟落至中數2或3英寸以外或以內者.

沃木斯(Worms)曾給一方式,俾得推算此偏東之數,

$$x=\frac{4\pi t\left(H-\frac{1}{2}\Delta\right)\cos l}{3T}.$$

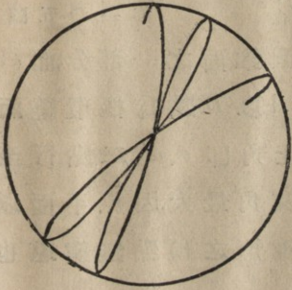
式內x爲東偏數,t爲降下所占之秒數,T爲恆星日之秒數,H爲降下之高,Δ爲H高與無摩擦力物於t時應降之高之較數(所以$\Delta=\frac{1}{2}gt^2-H$),l爲測地之緯度.在緯度45度處,降落576英尺,不計空氣阻力,此式給1.47英寸之東偏數.空氣阻力能使此數稍大.

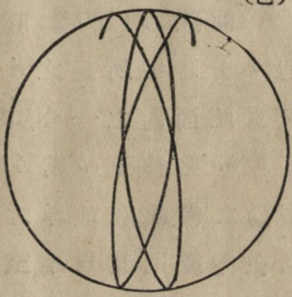
在極處緯度之餘弦爲零,此實驗無用矣.在赤道處所得之偏數最大.

第一〇三圖

(二)1851年佛寇(Foucault)首先用長擺作實驗,使人得見地球之自轉.法以長200英尺以上之細鐵絲掛直徑約1尺之重鐵球

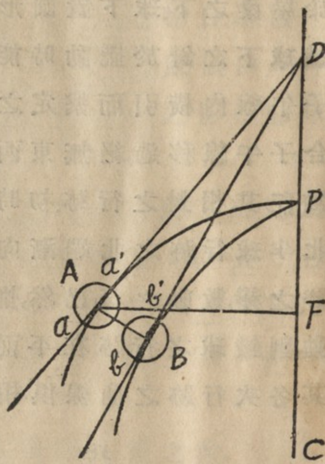
於屋梁之下.球下置圓形平面,上堆細砂令成脊形.此平面須使鐵球下之針於擺動時能在砂面畫出行跡.鐵線下端連棉線,在子午線內横引而繫定之.俟其完全靜止,將火燒斷棉線,則鐵球合子午線移過,絕無東西之動.細察其動,在其下平面之上作多點記其相對之行跡.初時專向南北,數分時後則行跡已變.若在北半球行跡之北端漸向東,南端漸向西,在南半球則反是.其行跡之變,數動之後已然,惟微而難見耳.依動力學之理,平面若不動,則鐵球之行跡在平面必成直線.今乃漸變而行曲線,如甲圖,其各次行跡之曲線俱相交於中心,知平面必有動也.設鐵球初





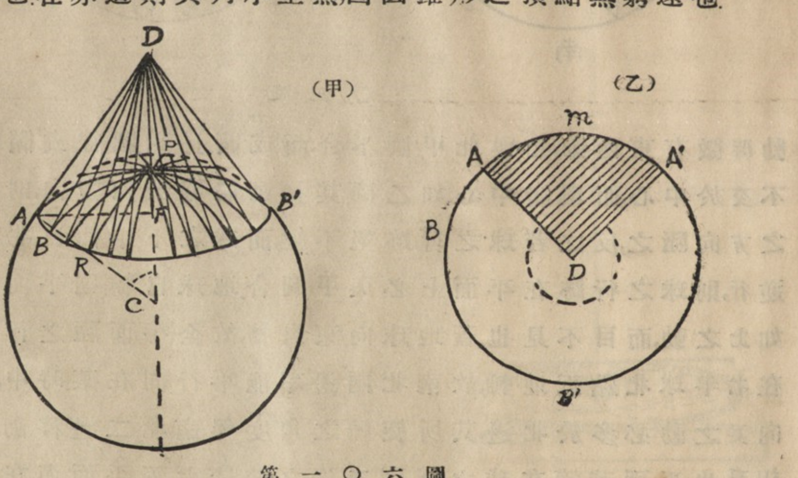
第一〇四圖

動時微有東西動,必與此甲圖不合,而成諸長橢圓線或橢螺線不交於中心,而環繞中心如乙圖.其初動偶偏於何方向,則行跡之方向隨之,反之若球之行跡絕不變,而球之下平面自北而西逆行,則球之行跡在平面上必與甲圖合.地球自轉則平面實有如此之動,而目不見也.蓋地球向東自轉,故全平面隨之行過.惟在北半球北點近地軸,故南北兩邊不能平行.同在某時中,南邊向東之動必多於北邊,其所旋轉之角度與南北二邊移動之較相配也.平面若適在球之極,則二邊之較最大,蓋平面僅在本處



第一〇五圖

旋轉而不移動也.平面若適在赤道,則二邊成平行無較數,蓋平面僅移動而絕不旋轉也.故甲圖之理在緯度大之處更易見,惟在赤道則此實驗乃竟無用.以第一〇五圖之P爲北極,C爲地心,CPD爲引長之地軸,A及B爲平面在歷1分時所在之二處.此時中子午線AP已繞P點移過15分之角而至BP.其A、B與地面既爲切面,則或在A點或在B點引長其面,必遇軸線於D.假設一圓錐形以D爲頂點,以AB爲底,則1分時中所過之ADB面爲圓錐面之一部分,而A及B平面又爲此面內之一分.其平面自A以D點爲樞環繞而至B,則其經線aa'必移至bb'成ADB角也.此角即a、a'二點行至b、b'二點移動之較.故在地球之兩極則其角最大,因原平面以中心旋轉也.在赤道則其角小至無,因圓錐形之頂點無窮遠也.



第一〇六圖

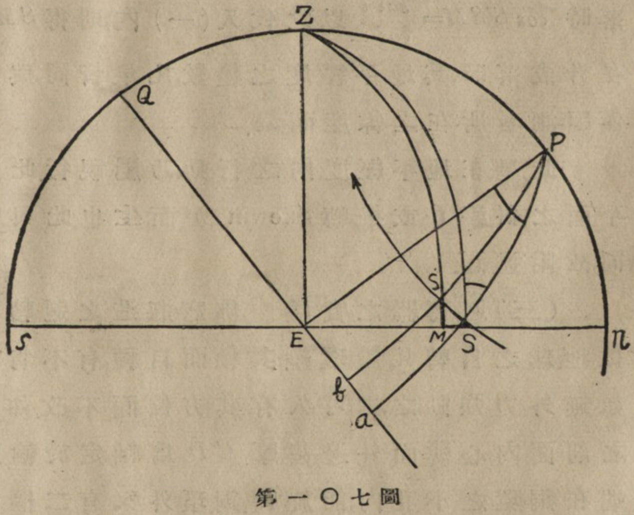
過測地畫一緯度圈,必過A、B二點.設球下之平面自A點起隨地旋轉,於24時後必回至原點,因地已自轉一周也.欲知此平面於一日內斜移所行之角,須將切線所作之圓錐形展開,則得圓圈之一部分如第一〇六圖之ABA'.D乃所行之角也,其大小以ABA'弧量之.ABA'弧乃緯圈之圓周,故等於$2\pi\times AF$,AF乃自A點引至地軸之垂線緯圈之半徑也.因FAC角等於緯度l,所以$AF=R\cos l$及$AFA'=2\pi R\cos l$.又ADF角亦等於l,故$AD=R\cot l$,AD乃圓錐展開形之半徑,故其整圓周$AB'A'm=2\pi R\cot l$.所以

$$\frac{D\text{角}}{360^\circ}=\frac{ABA}{AB'A'm}=\frac{2\pi R\cos l}{2\pi R\cot l}=\sin l,$$

$$D\text{角}=360^\circ\sin l.$$

卽擺球平面於日內斜移所行之角,等於360度乘以緯度之正弦,於1分內所移行之角等於15分$\times\sin l$.

此實驗須極精細,線須極長,球須極重而且極光滑,懸處須無阻力,能自由擺動而不受任何之擾動.則此擺之動能歷久不衰.在極處於24時內在平面上轉行一周,卽平面於24時內轉行一周也.在他緯度處此平面移轉一周須$24\sin l$時.



第一〇七圖

如第一〇七圖 SS' 爲星在東升時逐日周圈之一小部分若 SS' 弧爲一分時內所轉行之路,則在赤道上與此相應之弧 ab 必爲15分.故若以大圈之分數計此 SS' 弧,應爲15分 $\times \cos d$, d 爲星之赤緯 aS.

星由 S 行 S' 處,同時其地平經度之變數爲 SM 弧.若以其皆爲甚小之數,而認 $SS'M$ 三角形爲平面三角形,則

$$SM = SS' \times \cos S'SM = 15' \cos d \times \cos S'SM \cdots\cdots\cdots\cdots (一)$$

在 ZPS 弧三角形有

$$\sin PZ = \cos ZS \cos PS - \sin ZS \sin PS \cos ZSP,$$

即
$$\sin l = \cos k \sin d - \sin k \cos d \cos ZSP,$$

$$\cos ZSP = \frac{\sin l - \cos k \sin d}{\sin k \cos d}.$$

因
$$S'SM \text{角} = ZSP \text{角},$$

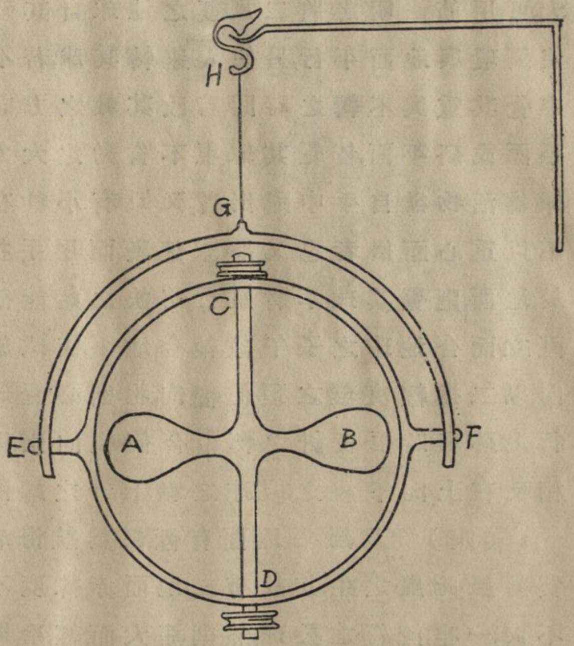
所以
$$\cos S'SM = \frac{\sin l - \cos k \sin d}{\sin k \cos d} \cdots\cdots\cdots\cdots (二)$$

星在地平時 $k=90$ 度, $\sin k=1$, $\cos k=0$, 所以星在升時或在落時 $\cos S'SM = \frac{\sin l}{\cos d}$.以之代入(一)內,則得 $SM = 15' \sin l$.可見星在升或落時,其地平經度之變數,凡星皆同,與星之赤緯無關,而僅因測者所在之緯度而異.

此星在地平經度內之行動乃屬視行.此視行乃因測者地平面之斜移(或扭轉 Skewing)而生也.此與佛寇擺之實驗相同,故附述焉.

(三)迴轉器之實驗 佛寇狃造之迴轉器(Gyroscope)亦可徵地球之自轉.凡體環繞其軸而自轉,有不肯改其自轉面之性.如無外力强動之,則可久存其方位而不改.如圖 AB 爲銅圓輪之剖面,內心薄而外邊甚厚.CD 爲軸,定於輪之中心而正交,兩端在銅環之小孔內,能旋轉.銅環外又有二樞與軸孔之方向正

交,此二樞在半環架 *EGF* 兩端之二孔內.半環架中樞點 *G* 繫以不能絞之絲線.上繫活鈎,鈎於鋼架端之瑪瑙小杯內.造此器之工宜極精.輪須各部相稱,各部必面阻力極小,俾輪能於任何方向自由轉動,且能定於任何位置.設使其圓輪速旋轉而任其自轉,輪重而旋轉極速,則可久轉不停而方向久不改.



第一〇八圖

故可徵地球之自轉也.蓋其樞與掛點絕無面阻力,不能改其旋轉之平面.故轉軸 *CD* 之方向可久不改而久平行.假如在某時 *CD* 軸指某恆星.若以地爲不自轉而恆星繞地行動,則少頃之後,其星必已在軸所指之點之前,而軸與地之方向則絕不改.若以地爲自轉而恆星不動,則星必久對軸所指之點,而軸與地面之方向則少頃之後而已覺其改.圓輪之旋轉若能一日夜不停,則軸能指定恆星,在地平之上下行成一周.以此徵地球之自轉更無疑義矣.

若能使其圓輪之軸不離與地平有定度之平面,如正合地面,或合經線之面,則依動力學之理得圓輪旋轉與地球自轉之並力.茲姑不論.惟此器速轉之時,其轉軸有不肯改方向之性甚

大,可用簡法明之.將二尺徑之地球自其架取出,雙手執其銅環使銅環與地面平行,另使人速轉其球,若不改其軸之方向,則手中覺其重與不轉之時同.若改其軸之方向,無論依地平面或立平面或斜平面,皆覺其球現不肯動之大力,與球不轉時大異.似球爲活物欲自手中躍出者,又似有小牲在球內現力者,又似球不以重心而掛者也.又將球速轉,而用手扶其銅環使直立而輥於地面,則覺其球不肯直行,必扶之始能循直線而行也.若將環直立而合地球之子午線,軸合地平,使球旋轉合視天繞行之方向,以二指輕夾環之頂使輥向北,則必覺球漸向東而環在地面行之跡與時辰表針之轉相合.使輥向南,則其跡與時辰針之轉相反.在上向下視之,似球之軸上升之端隨地球自轉而動者.

(四)貿易風　地面有恆風爲航海者所必需,西人名之曰貿易風.此風之生,其故有二:地面赤緯度不同,受太陽之熱氣亦不同,一也;流質之公理,熱則漲大而輕,冷則縮小而重,二也.準此二故,合地球東西自轉,卽能明此風之理.蓋二至圈中間之地,太陽恆正照,故地面恆熱於他處.傳入氣中,氣得熱則漲大,輕而上升.二至圈外南北之冷氣重,輒來補之.已升之氣,高出氣面,卽分流向二極.漸遠赤道,漸冷漸降,以補前氣向赤道之空.如此上下循環,流轉不息.

自二至圈向赤道,其空氣之壓力遞減.在赤道上氣壓表之水銀恆低於溫帶五分英寸之一,乃實據也.

地球旋繞其軸之自轉,當赤道之地面最速,漸遠漸遲各緯度地面之速率比,若各緯度圈比.當無風時,非氣停也,乃隨地而轉似氣不動耳.近極之氣行至赤道,其向東本速遲於近赤道之地面,必一若風逆行自東而西.故地球若不自轉,則赤道北恆北風,其南恆南風.今因自轉,故北恆東北風,南恆東南風也.二至圈

外之氣,若忽移至赤道,兩地之速率不同,必激成颶風.然恆徐徐行,沿路爲地面所攝,速率漸增.若略停不行,則速率驟增,必與所停之地面同速.蓋包地之氣甚薄,其質量較地球質量約僅一億分之一.故地面攝之東行甚易,其原動力若非恆有新生,則易消盡也.近赤道緯度圈大小之差甚微,故風西行之方向漸消,至赤道而消盡.而南北二風相遇,若無他故,其方向亦必互相消盡.故赤道上應無風.左右有二大帶,在北者恆東北風,在南者恆東南風,驗之悉合.

或問曰此二大帶之風恆與地面逆行,則必磨地面而令地轉漸遲,以至於停,今地轉不變何也?曰赤道上面之氣流向二極,其向東速於各緯度地面;故降至地面在北爲西南風,在南爲西北風,則必磨地面令地轉漸速,與前恰相消,故地轉不變.溫帶中多西風西南風,大西洋之北恆有西風,皆其證也.

大緯度帶內緯較不甚大之兩緯圈已大不同.設有故而使北半球數方度內之空氣自北極移向赤道而行,人在近赤道之帶內必初覺有風正自北極來,繼必漸改至自東來,此因初來之風自相近處所來,其轉速與人所在處相同,故略無向西行,後來之風自漸北之緯度所來,其轉速小於人所在之處,故漸後於人所在處地面之東行,而人漸覺爲東風也.因此初有北風不能久存,必漸改而東,其方向由子而丑而寅也.風若自赤道向極,則方向之漸變相反,初爲南風,漸變向西.其方向由午而未而申也.南半球之空氣與此同理而各相反.故在二至圈內之帶,其風之方向漸變恆有一定,而同於太陽繞行之方向.以測候學之據推之亦確合,故可無疑也.

(五)颶風旋圈　最大之颶風吹掃地面海面有絕大之力,幾與地震相埒,亦爲此之大據.蓋颶風之發也,緣北半球之某處

或陸或海受日熱獨多於周圍.故空氣甚熱而成柱上升,氣壓表卽降,周圍之空氣速卽衝來以補其虛.其自東自西所來者同得地面自轉之動,各至中心卽相遇而直上升.其自北來者略總得自東向西之動,其自南來者略總得自西向東之動;故南北兩風相遇,必成圈形,繞立軸旋轉而上升.其旋轉之方向,自北而西而南而東,此因地球自轉之故也.若地球靜而不自轉,則周圍之氣衝來之力相平,而同直至中心,相遇上升必不能成圈形也.其圈形上升而旋轉之方向,在北半球者與時辰表針之行相反,在南半球者與時辰表針之行相同.其圈形所現之風力與所有成其圈形之風力有比遠赤道之處日熱小,而所成空氣柱上升之力不能大.近赤道之處日熱雖大,而地面轉動之較不多,所成空氣柱旋轉之力不能大,難成圈形.故圈形旋轉之力最大者必在遠近之中處.考大西洋中及美國、西印度島之西邊、印度洋、中國南海颶風羊角風之故,其廣大而暴猛在兩半球恆相同,赤道無此風,與上理悉合.故此為地球自轉之大據也.

§190. 地球形狀 有三種方法能定地之形狀:(一)在地面上量兩測點經緯線之距離,此不僅給地之形狀,並給地之大小;(二)在各點測重力(Force of gravity)之變異,此僅能定其形狀,而不能定大小;(三)由天文現象,如歲差、章動及日之不規則行動等,亦只能定其形狀.

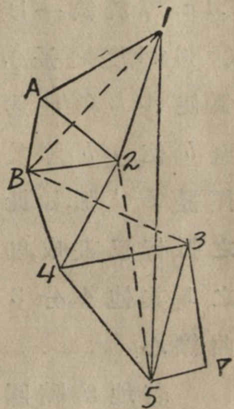
(一)量子午線在各緯度處之弧及各緯度圈之經度弧.

(1)若地為球形,則量任何緯度處子午線之弧卽已足用.若假設地為扁圓球形,其子午線為橢圓形,則只少須量兩個如此之弧,一須近於赤道,一須近於極點.

由天文測量得子午線弧兩端之緯度較,由陸地測量得兩端距離之長數(尺里均可).後者佔用時間及人工最多,其通

用之法爲三角形測地法.

選相距不甚遠彼此相望之兩測地 A 及 B,作爲底線,兩處之地須使極平,用金版鑲於太平石內而精測其底長.既得確數,乃各作點於金板上.次測其底交午線之角度.次測二端之經緯乃再選第三測場 1,須能在 A、B 二處望見者.用測器量得 $A1B$ 三角形之各角.再選第四測場,須由 1、A 二處望見者(若能由 B 處望見更妙),量 $A12$ 三角形之各角.如此選地測量,可使兩定點間之地面爲三角網所遮蓋,並使兩定點亦爲三角形之二點.既知底線之距離及諸角,卽可推算 15 線之長及其方向. 1、5 二點卽兩定點也.



第一〇九圖

若只爲量子午線弧兩端之距離,底線長 6 或 7 英里卽可.如此則三角形之邊可長至 25 或 30 英里.大概用以聯兩端之三角形數愈少,其邊乃愈長,而所得亦愈準確.若用此法測地以作地圖,則底線可長 60 英里,三角形之邊可長至 300 英里,而測得之數其誤差不能大過 3 英尺.

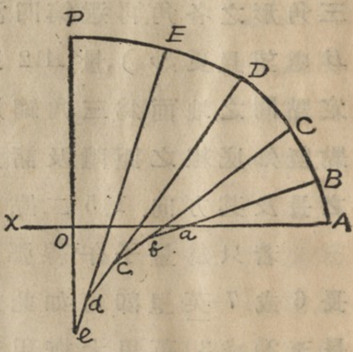
概括言之,緯度愈高,弧愈長.下表所列卽在各不同緯度處,子午線一度弧之長數.

在赤道處 1 度 =68.704 英里,
在緯度 20 度處 1 度 =68.786 英里,
在緯度 40 度處 1 度 =68.993 英里,
在緯度 60 度處 1 度 =69.230 英里,
在緯度 80 度處 1 度 =69.386 英里,
在緯度 90 度處 1 度 =69.407 英里.

由此可知地面在極處微扁,赤道與極處每緯度之長數較

約爲10分之7英里,卽約爲3500英尺.

由各緯度處1度之長數,可推得在各該處子午線之曲線半徑(Radius of curature).例如由44度30分至45度30分1度之長乘以57.29(1度之半徑角Radian數)卽得在該點與子午線曲度相合之半徑,名之曰接吻圈(Osculatory circle)之半徑.既有各該緯度處1度之長數,卽可畫出地之子午線.



第一一〇圖

如第一一〇圖畫 AX 線,量置 Aa 等於第一度緯度之曲線半徑(57.3×1度之長).以 a 爲心畫 AB 弧使 AaB 角正爲1度.再引長 Ba 至 b 使 Bb 等於第二度之曲度半徑,畫 BC 弧,如此進行以至全90度之弧皆已畫成,卽得子午線之4分之1.其他4分3當然與此相同.此 a、b、c 等點名曰各度處之曲線心.

若地爲橢圓形,則赤道之直徑 AO 等於 $\sqrt[3]{qp^2}$, 兩極之直徑 PO 等於 $\sqrt[3]{q^2p}$; q 乃赤道處之曲線半徑(在圖爲 Aa),p 乃極處之曲線半徑(在圖爲 Pe).橢圓之扁度(Ellipticity 或 Oblateness of ellipse)等於兩極與赤道之直徑較數,除以赤道直徑,以式表之爲

$$d=\frac{A-B}{A}.$$

照克拉科地球之橢圓體,其扁度爲 $\frac{1}{295}$, 白塞爾橢圓球者爲 $\frac{1}{299}$, 李斯丁(Listing)者爲 $\frac{1}{288}$. 白氏數雖多採用,然近時亦有傾向李氏者.

最要者橢圓扁度不可與橢圓之偏心率(Eccentricity)相混,後者以式表之爲

$$e=\frac{\sqrt{A^2-B^2}}{A}.$$

e 乃偏心率,在地球子午圈 e 爲 $\frac{1}{12.1}$.

(2)經度弧亦可用以定地球之形狀大小.在圓球上沿某緯度圓之1度弧等於赤道之1度乘以該緯度之餘弦.若在扁球體(扁球面全在圓球內,其赤道同大),則各處之經度弧當然較在圓球上者爲短,而尤以在緯度45度處者爲最短.

實際兩測地間之弧,無論在何方向,若已知兩地之經緯度,均可用以定地之形狀及大小.故各國所作之廣大測量已給吾人極準確之地形及其大小.現時所知由地面之點(如華盛頓星臺)至他半球之任一點(如好望角星臺)之距離,其所不確者不出一英里之四分之一,亦云密矣.

(二)測重力之變異而定地球形狀　考地球自轉所當生之形與測得之數相符,故定地爲扁球無可疑議.設云地爲正球,不動,各處之質俱相同,統地面之海等深,如此則輕重相抵定,水不流矣.若移二極多質於赤道,令極與赤道之徑差26英里,令赤道上成山與洲,然水必流向二極.此理易明,蓋定質隨所置而定,而流質則一若在高山必流向下也.如此二極必成大海,而赤道爲高地以環之.乃今赤道與二極皆有海,而海面距地心赤道多於二極13英里,未嘗背赤道向極流,此必有力攝之.若正球不動,不當有此力,故地球必動.此與地形扁圜及地自轉之說俱合.其理詳下:

(1)凡重物旋行每欲離心,名曰離心力.試以繩一端繫石,手執一端旋舞空中,其理自見.又試懸桶水於繩,旋轉其桶,水面必

中凹.蓋水之諸點皆欲離軸向外行,故積於桶之四邊而漸高,至離心力與抵力相等而止.若轉漸緩,則四邊之水漸降,中心之水漸升,而凹漸小,其水面恆如玻璃之無波,至轉定而平.故設地爲正球,靜而不動,四周有海,其深俱等.忽令自轉,由緩而速,至24時行一周.水之諸點生離心力,皆欲離軸,勢必四面散飛.試於雨中轉其繖,繖上之水四面散飛,此其證也.然有重力阻之,水恆欲離軸而又不能.故常離兩極向赤道成凸勢,與趨桶邊之理同焉.水恆趨赤道令兩極生夾力,而當赤道有地心攝力.二力相等,故水之凸勢不變.如此二極必有大地而無水.故地形若爲扁球而不自轉,則水必向二極,赤道必有大地.若爲正球而轉,則水必向赤道,二極必有大地.

海水衝激堤岸,漸被消蝕,成泥沙石子,沉海底.察地家考今所有大洲皆如此.蓋陸地被海水蝕盡成泥,復積成大洲,非一次矣.地面陸地無一定之處,今所有高地久必壞.故地之形狀依等重之理屢變.設地球不動,則赤道所有大洲必漸壞,其質移至二極成正球.設地球復動,則極上之高地必漸壞,其質移至赤道成扁球,與今之形同.

(2)已知地球大小及自轉時分,則離心力亦可知.在赤道處離心力與向心力（卽重力）正相反,同在一直線上.依力學理,離心力之方式爲

$$c=\frac{V^2}{R}.$$

V爲赤道處地面之速度,R爲地球半徑.因V等於地球圓周除以恆星日之秒數,故有

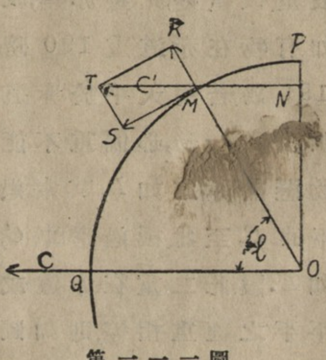
$$V=\frac{2\pi R}{t},$$

卽

$$c=\frac{4\pi^2 R}{t^2}.$$

R為地半徑等於20926000英尺，t等於86164平時秒數，所以得c等於0.111英尺．g為$32\frac{1}{6}$英尺，故c為g之$\frac{1}{289}$，即離心力為重力之$\frac{1}{289}$．是赤道上無論何物，其離心力為向心力289分之1．赤道上之海水必依此而輕，故所居之面高於極上．極上無離心力，海水必依此而重，故所居之面低於赤道上．幾何家曾準此理推之，謂地體若各處等重，或有1分水，或全體皆水，自轉24時一周，當成此形．算數所得與測驗所得約略相近．故若能明知地中之質，則算與測當無絲毫差也．設地球自轉之速度增17倍，則c必增17^2倍，即289倍，而與向心力相等．在此假設情形之下，在赤道上之物必毫無重量．若速度再加，該物即飛昇矣．

地形扁圓乃地球自轉之明證．昔人言地球自轉，但用以解每日恆星繞地耳，未嘗及此理．然已知自轉，即可為扁球之證．自轉與球扁理相關如此．初牛頓用自轉之理推地之形，謂當為扁球，時尚未測量也．今既測量，而知牛頓之說果不謬．



第一一一圖

(3) 離心力必減地面諸物之重力．當赤道上所減最大，漸遠赤道漸小，至二極而無．其在各緯度處之數可由第一一一圖推之．在緯度l之M處離心力c'為MT，與赤道平行．惟減物體重量者並非c'之全力，乃其垂直於地面之部分，即MR．此MR等於$c'\times\cos l$．又c'與c比等於MN與OQ比，但$MN=OQ\cos l$（此非的確因在扁圓體MN小於$OQ\cos l$也，然在地球差數甚小可不論），故

$$c'=\frac{c\times OQ\cos l}{OQ}=c\times\cos l.$$

由此得　　$$MR=c\times\cos^2 l=\frac{c}{289}\cos^2 l.$$

其與地面平行與重力垂直之部分為 NS，即

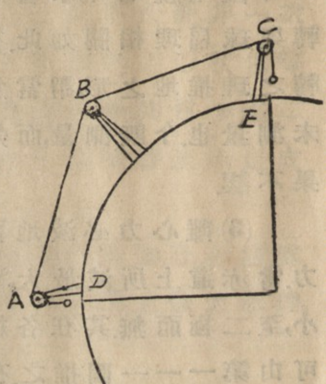
$$NS=c\times\cos l\sin l=\frac{1}{2}c\sin 2l.$$

物體在赤道上，其重力被減 $\frac{1}{289}$.移至他緯度處，則減 $\frac{1}{289}\cos^2 l$，換言之，較在赤道加重，其數為

$$\frac{1}{289}-\frac{1}{289}\cos^2 l=\frac{1}{289}\sin^2 l.$$

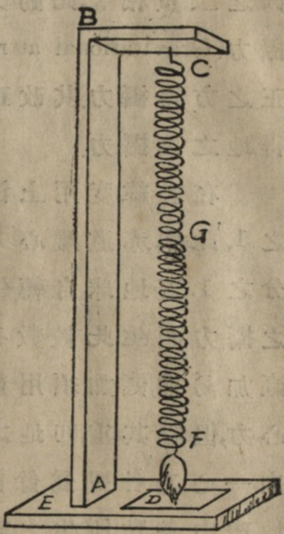
由此可見愈近極，則物加重愈大.至極則加重 $\frac{1}{289}$，即物在極處比在赤道重 $\frac{1}{289}$.然實際之測驗，物至二極比赤道重 $\frac{1}{190}$，從赤道行至極加重之比若各緯度正弦平方之比.$\frac{1}{190}$ 與算得之 $\frac{1}{289}$ 不相合，此必有故，將於下論之.

各緯度測物之輕重不能用天平及秤，蓋二器皆用此重測彼重.彼重變，此重亦變，故不能用也.假如有物在赤道重 190 磅，移至極必重 191 磅.若用天平於赤道平之.移至極加法碼一磅，必偏重不能平矣.設有重物懸於赤道如 D，其索過滑車 A，又過滑車 B，至北極過滑車 C，亦懸以重物如 E.設此二重在赤道或在北極用天平平之，輕重相等.則如圖懸之必不能相定.E 重必向下行，若於 D 重加 190 分之 1，則定矣.



第一一二圖

故各緯度測物之輕重，必用別器.一用簧，簧力不隨地面而變也.如圖 ABC 為銅曲尺，與底板 ED 連為一體.板內鑲以光面白瑪瑙如 D.置板用酒準令極平.G 為螺線簧，懸於尺之鉤 C.F 為環體重物，底下須極光.先於緯度最大之地懸簧及重物，令 F、



第一一三圖

D 相距僅一絲.復以微重物遞加於 F,令 F、D 相切而止.乃去微重及 F 重.又輕輕去簧,裝於匣內.於路須謹愼防護,勿令生鏽,亦勿動搖.至緯度漸小之地,再懸簧,懸重,並前所加諸微重,必不能復切瑪瑙.再遞加微重令復切瑪瑙而止.則後加微重爲 F 重及前加微重,並半簧重三重和在兩地重力之較.設螺線簧之力連本體能懸一萬分伸縮一寸不壞,則加一分重能加長一萬分寸之一,其數易測.故不論何處測其重力,其差不能過一萬分寸之一,此靜力學之理也.

一用鐘擺.凡同一鐘擺用大小二力擺動之,則同時分中擺動之次數不同.置於緯度大小二地擺動之亦然,因重力 g 有大小也.據物理學擺之方式爲

$$t=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

t 爲擺一往復所需之時間,l 爲擺之長.若在 T 時內,擺有 N 數之往復擺動,則

$$t=\frac{T}{N},$$

即

$$T=2\pi N\sqrt{\frac{l}{g}},$$

及

$$g=\frac{4\pi^2N^2l}{T^2}.$$

由此可知二重力比若二擺動次數平方之比.設用一擺置赤道上,一太陽平日擺動86400次.移置倫敦,擺動86535次,則赤道與倫敦二處重力之比若86400自乘數與86535自乘數之比,約之若1與1.00315之比.故倫敦有體質1000000磅與赤道上體質1000315

磅之二重相等,此動力學之理也.由擺測定之重力不卽爲地之攝力(Gravitational attraction),但其中並含有離心力之影響,須改正之方得攝力.其改正數爲 $\frac{g}{289}\cos^2 l$,加此數於測得之重力方得地之眞攝力.

在各緯度用上法細測,知赤道與二極重力較數爲 190 分之 1,此與赤道離心力數 289 分之 1 不合.二數之較爲重力 550 分之 1.蓋地球自轉生離心力,離心力令地成扁球,扁球變地面之攝力而生此較數也.攝力雖一而分爲二,一直加,一傳遞而加.直加易推,傳加須用幾何精理解之.今略言其理,凡物若不論離心力,但論其重,卽地之攝力.牛頓論攝力云宇宙內諸質點非攝向一心,乃各點爲餘諸點所攝.故地攝地面之物非用一力,而用地球中各點所生之諸力也.若地爲正球,則物不論在地面何處,所得攝力皆等.因正球在各方向內皆成相稱故也.今地爲扁球,顯然其各部皆無此相稱情事,地面上諸點所得攝力當亦不同故設有二等體,一在赤道,一在極,則二體與扁球相關之理大不同.球攝此二體,其力亦不同.測而推其數與說合,此乃數學中理之最深者.牛頓、格來老(Clairaut)諸家俱詳推之.從赤道至北極,若無離心力,當加重 550 分之 1.依其數再加離心力,則爲 190 分之 1.

由各處擺之測數製成各處重力之表,加各該處之離心力以改正其重力,則得地球之攝力.此攝力在愈近地心之處愈大.然此力與距離之關係並不簡易.因攝力不僅隨地心至各處之距離而異,並隨地之形狀及其內部之成分,以及各不同密度地層之排列而異.格來老於1742 年假擬地層皆繞一心,同密度之地層排列如洋蒜(Onion)之皮然,推得一方式解釋此種關係.其方式名曰格來老式,其式如下:

令 w 爲在赤道與極間所失之量，c 爲在行星赤道處之離心力，二者皆以赤道重力之分數計之.令 d 爲行星之扁度.據格來老證明，

$$d+w=2\frac{1}{2}\times c,$$

故

$$d=2\frac{1}{2}c-w.$$

在地球

$$c=\frac{1}{289},\ w=\frac{1}{190},$$

所以

$$d=2\frac{1}{2}\times\frac{1}{289}-\frac{1}{190}$$

$$=\frac{1}{292.8}.$$

但擺測之得數爲 $\frac{1}{282}$ 以至 $\frac{1}{299}$.

（三）由歲差與章動推之，須假擬地球內部質量之分佈，故其得數亦非準確.哈克內斯(Harkness)因之定其數爲 $\frac{1}{297}$.

由月之攝動(Lunar perturbation)推算地之扁度，現無善法.據哈克內斯推得在 $\frac{1}{295}$ 與 $\frac{1}{311}$ 之間.

據上推諸數地球扁度約在 $\frac{1}{290}$ 與 $\frac{1}{300}$ 之間，哈克內斯謂爲 $\frac{1}{300\pm3.0}$.

§191. 地球質量及密度　物體之質量(Mass)乃其所含之物質之數量.任意擬定一物體用爲標準，即以其所含物質數量爲質量之單位.法國以巴黎保存之白金魂所含物質數量爲質量之單位.英美以磅爲質量之單位，其物質之數量以倫敦及華盛頓保存之型爲準.

兩質量之稱爲相等者，必其需費相同之能力(Energy)，方得具相同之速度，反之亦然.或其具同大之能力，於棄其行動而至靜止時，作同量之工作（Work，工作亦曰功）.

故使物體居於某種力之動作之下,而於其移動等距離時比較其所現之能力,或於某時之末比較其所達之速度,卽能比較其所含之質量.

牛頓用各種物質之擺作實驗,結果斷定在某處地球對任何物體之攝力與該體之質量相比.所量之攝力爲一種扯力或應力(Pull 或 Stress, 由外加者曰扯力,由內生彼此相應者曰應力),名之曰物體之重量.故在通用文字,物體之質量比於其重量(切不可謂等於其重),惟須在地面上同處秤量物體方能作比.100 磅之質量在地面約秤 100 磅,然在北極卽較在任何地面稍重,若在赤道較在任何處則稍輕矣.若高置於4000 英里之處,則同此質量只稱25磅矣.在日面上則將稱2800 磅矣.

牛頓之重力定律(Law of gravitation)謂質之微點攝他微點所用之力(若二體不能動則爲應力)與其質之積成正比,與其距離之平方成反比.以方式表之,則爲

$$F=G\frac{M_1\times M_2}{d^2}.$$

M_1 及 M_2 爲二質量,d 爲其間之距離,G 爲常數,其數隨所用之單位制度而異.在 $C.G.S.$ 單位制度(公分長-公分重-秒時).據1893 年博義斯(Boys)所定,G 爲 666×10^{-10} 達因(Dyne),卽各重 1 公分(Gram)之二球,其中心距 1 公分(Centimeter)長,彼此以 666×10^{-10} 達因之力相攝(1 達因等於在巴黎 1 公分重量之 $\frac{1}{980.94}$,約爲1.02公絲).

質之微點因距離 d 處之 M 質攝引而生之加速度(Acceleration) f, 以方式表之爲

$$f=G'\frac{M}{d^2},$$

若 M_1 及 M_2(能自由移動)彼此相攝,其相與之加速度爲此

在彼引起與彼在此引起之加速度之和,故其方式爲

$$f=G'\frac{M_1+M_2}{d^2}.$$

在 C.G.S. 單位, G 與 G' 之數相同, f 以每秒之每秒之公分長數計之(Cm. per second per second).

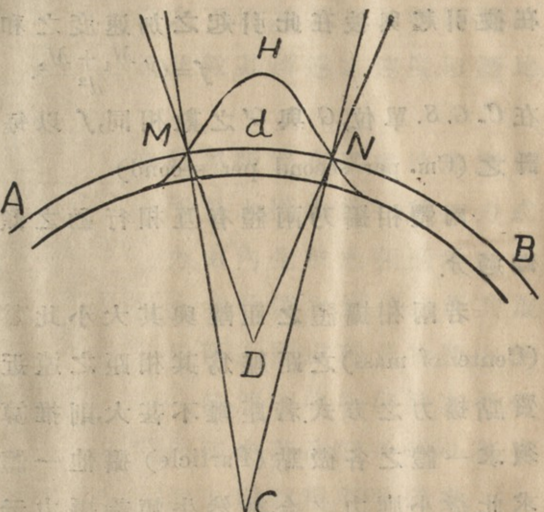
兩體相攝乃兩體有互相行動之傾向耳,切不可將攝字看得過分.

若兩相攝體之距離與其大小比爲甚大,則可以其兩質心(Center of mass)之距離爲其相距之遠近.其攝力之方式一若兩質點攝力之方式.若距離不甚大,則推算攝力乃爲至煩難之事.須求一體之各微點(Particle)攝他一體各微點之力,用複積分求此微小應力之合數.然牛頓論攝力云,若圓球物體其物質或通體一致,或如繞心之輪層,則其攝他物體或被他物體所攝,恰如其全物質皆集於其本心.地球雖非正球,然扁度極微,可不計其微差,作球體論.

欲求地球之質量(或公斤或磅或噸),須設法比較地球攝地面物體之力,及已知質量之物體,在已知之距離攝該地面物體之力.其困難處卽在引起攝力之物體若非極大,不便於操縱,則其攝力必極微,非精細之法不足以察而量之.茲分述定地球質量及密度之法如下:

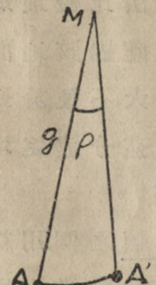
(一)高山法　擇形狀合宜之大山一座,依牛頓之例,用線懸重物於大山之旁,則必受山之攝動而不能合原垂線.惟山雖甚大,與原垂線所差者甚微.且用懸線或水準於山旁皆不能合原垂線.必用精妙測天之器,在山相對之兩邊,各測定天星,得其垂線之交角,再與用三角法測此二處當有之角,比較而得受山旁攝力之偏度也.如圖 H 爲山, AB 爲赤經圈, M 及 N 爲交於高山之二點, d 爲高山之攝力心(須算求之), C 爲地球之中心,

MCN 角爲二處緯度之較.可用三角法測地面而得 MN 之實相距.再由地球之徑與扁度而變之爲緯較之秒數,此卽若該處無山兩測器垂線應作之角也.用測天器於 M、N 兩處測天頂之恆星,因測儀之酒準必受旁攝力,向山而偏.故所得之兩



第一一四圖

垂線必皆與地球之半徑線不合,而成 MDN 角大於 MCN 角.兩角相減卽得山之南北兩邊攝力偏度之和.次乃測量此山而作小樣.又鑽取山內各處之質(此卽本法之弱點),而求得其質量,並定其質心.如在 M 處懸重物 A,設地球攝 A 之重力爲 g. A 因山之攝力乃偏向 A',合於 MD 線.令山之攝力爲 f,則地球重力 g 與偏力 f 之比,依力之合成定律(Law of composition of forces),爲 1 與 $\tan p$ 之比,p 乃向山所偏之角也.以方式表之爲



第一一五圖

$$\frac{g}{f}=\cot p.$$

依重力定律地球在地面之攝力爲

$$g=G\frac{E}{R^2}.$$

E 爲地球之質量,乃所求者也. R 爲地之半徑.高山之攝力爲

$$f=G\frac{m}{D^2}.$$

m為山之質量,D乃山之攝力心至測處之距離.兩式合一則得

$$\frac{E}{m}=\frac{g}{f}\frac{R^2}{D^2},$$

或

$$\frac{E}{m}=\frac{R^2}{D^2}\cot p.$$

由此式及測得數並已知數卽可推得地之質量.此法推算雖覺繁重,而得數恆確.測法尤繁難之至,必有精妙之器及能精測之多人.1774年馬斯奇林(Maskelyne)測蘇格蘭之失哈連山(Schehalein)得垂線偏度之和16.6秒.其山雖僅高1000餘英尺,而形勢甚便.所得可信.黑頓、白來非二人先後各依此推算之.得地球之密度中數與地面水(一立方英尺重約32.2磅)之密度比若4.713與1比.哲末士於1832年在蘇格蘭之壹丁布(Edinburgh)測一山,得北邊偏度為2.21秒,南邊偏度為2秒.依此推算之,得地球密度中數為5.316.

(二)鐘擺法　以鐘擺測山峯之攝力與地球之攝力而比較之,亦可得地球密度之中數.因重力之減小與距地心之平方有比.而依鐘擺每次往復行動之歷時,可知鐘擺所受之重力g.設將已知在地面處每動歷時之鐘擺置於空中距海面若干高之處,其每動之歷時可詳推而得.若將此擺置於與前等高之山峯之巔,則有山質之攝力與地心力相合,其每動之歷時較前次之在空中必少也.由此而得在山巔之重力g'.如山之高為h,山之攝力心至山巔之距離為D,則有

$$g:g'=\frac{E}{R^2}:\left[\frac{E}{(R+h)^2}+\frac{m}{D^2}\right].$$

由此可推算地球質量E也.賈利尼(Carlini)於1821年在亞卑斯山之一峯名色尼斯(Cenis)者,依此法測量而推算之,得地球密度

中數為4.95.又法將鐘擺置於深礦之內,亦可測得地球之密度.按牛頓之例凡勻質之空球殼之任一點皆無偏向一邊之力,因其四面之攝力皆相同也.又例一點受同質大小二球之攝力,與二球之徑有比.準此二例則物若降至地球面之下,入於深礦之內若干尺,其所受地球攝力必等於全攝力內減去此若干深地球殼所有攝力.故在地面

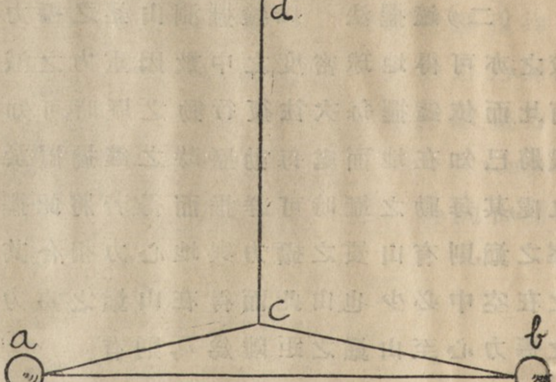
$$g=G\frac{E}{R^2},$$

在礦底

$$g'=G\frac{E-\text{殼}}{(R-D)^2},$$

D 乃礦之深.是以全地球之內外質若密度相同者,則在礦內之攝力必小於全重力矣.若全地球內質之密度若大於外殼之密度者,則在礦內之攝力或較全地攝力不但不減小而反有加大者.地球外殼之密度既易推測而得,則依此可得地球密度之中數矣.英國天文官愛里(Airy)於1854年在哈同(Harton)礦內深1200英尺處,用電氣線連上下二鐘擺,以比較動數,絕不參差.由測數推得地球之密度中數為6.565.

(三)絞力擺法 以上諸法所得之數參差頗多,而末一次與前各次參差更多,皆難取信.有密其爾(Michell)者於1798年擬思一法,用鉛球之攝力相比而得可信之密度數.後賈分第依此法試之.

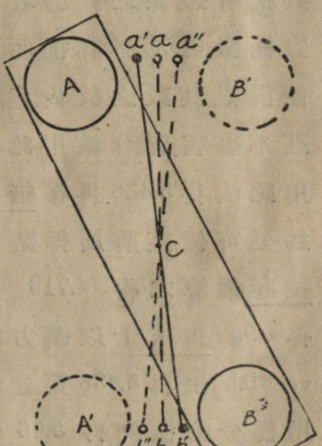


第一一六圖

如圖用5或6英尺長之木桿,兩端各連小球a,b(約2英寸直徑).用細絲一條橫繫木桿之兩端.又用細鐵絲繫於橫鐵之中點c,而上掛於d鉤則木桿不受折力.若有外力使木桿平轉,則直鐵絲受絞力,而其質生相等之簧力.去其外力,則簧力使木桿退回,而仍平轉至原處,再以惰性轉過至不勝絲質之簧力而再退回.如此往復轉動成合地平面之弧線,而每往復成弧線所歷之時相同.已知二球與木桿之重及其大小,則依每次往復成弧線所歷之時可按力學之方式:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}.$$

定鐵絲加於球之絞力率,即鐵絲完全轉動一周當有之應力.式內I爲惰矩(Moment of inertia),可由球及木桿之形狀大小及重量推得之.故測得T即可算得K,K即絞力率(Torsional coeffecient)也.



第一一七圖

加外力(應爲偶力Couple)之法,以大鉛球近於a b二球,約1英尺直徑,1在左,1在右,則a,b二球同受攝力而移動.即使鐵絲受絞力,移至絞力與攝力相定而再移過,則攝力不勝絞力,球必自回.後則自行擺動,必多次而始停.木桿之末有針,指其平轉之弧度.另用時辰表表其每動所歷之時.則由每往復擺動之歷時推得絞力率.以每次平轉之弧度與鐵絲之絞力比較,即得其攝力.設p爲弧度,f爲力,則

$$f=Kp.$$

依此可得攝力.設B爲大球之質量,D爲球心至被攝偏之球心

之距離,則大球攝小球之力(Deflecting force)爲

$$f=G\frac{B}{D^2}.$$

設 w 爲小球之重,卽爲地球對該球之攝力,則

$$w=G\frac{E}{R^2}.$$

合之則得

$$E=B\frac{w}{f}\left(\frac{R}{D}\right)^2.$$

由此卽可推算地球之質量矣.加外力時人若近球,則須另加人之攝力而不準.故弧度宜用遠鏡窺之.且其桿與球爲空氣所阻,弧度必漸短.又二大鉛球以地平方向現攝力,而攝力與相距之平方有反比,合於絞力而成併力.因此併力,故其時,其速,其弧度與獨有鐵絲之絞力者大不同.若欲詳考各事,推算甚繁.幸其攝力極微,可不必詳推.而用簡便之略數,得數亦無大差矣.惟此外能混亂其數之故尙多,不可不防,皆因寒暑不同而空氣流動也.茲不盡言.賈分第用此法得地球之密度中數爲 5.48.嗣後賴刼用此法得5.438.再後倍里(Baily)用此法精心詳考,得 5.66.此二數爲更可信.茲將所得諸數臚列之.馬斯奇林測於失哈連之地,白拉非推算之得 4.713.賈利尼以鐘擺測於色尼斯山,如略改定,得4.95.哲末士以攝力測於壹丁布山得5.316.賴刼用賈分第(Cavendish)法得5.438.賈分第測得 5.48.倍里重推之得5.448.倍里再用賈分第法測得 5.66.愛里用鐘擺測於哈同碟礦得6.565.此諸數之中數爲5.441.若取最大最小二數之中數則爲5.639.故55可爲略近數而易記憶.

§192. 地球內部之體性　地殼之密度中數旣不過水之 3 倍,而全球之密度中數又約爲5.5.可見在地心之密度必甚大於在地面者,或約爲水之 8 倍或10倍,約與重金屬之密度相等.苟

地曾爲流質,則當其凝固時重者沉於內部乃自然之事實也.

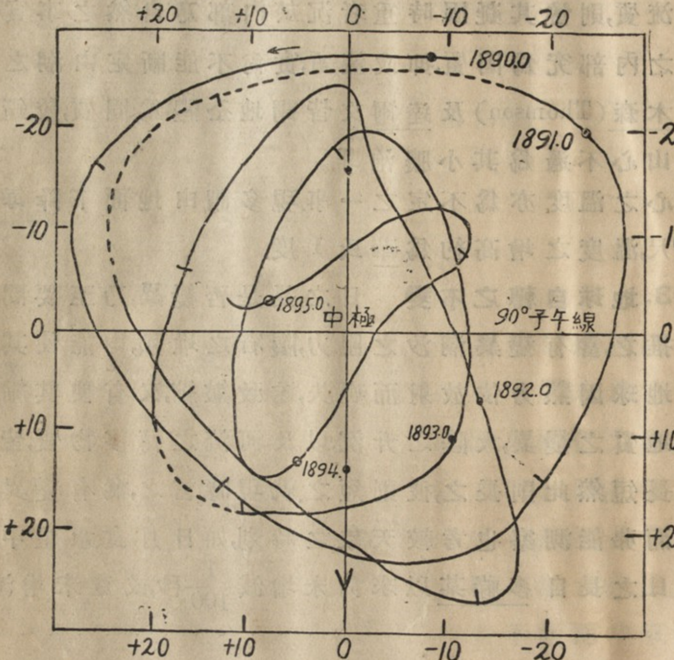
地之內部究爲固質,抑或流質,實尙不能斷定.由潮之現象推之,陶木森(Thomson)及達爾文皆謂地全體爲固質,較鋼尤爲堅強,火山心不過爲其小膿泡耳.

地心之溫度亦爲不定之一事.現多謂由地面下降每深50或60英尺,溫度之增高約爲華氏1度.

§**193. 地球自轉之不變** 日之長是否變異,乃至要問題之一.以理推之,當有變異.潮汐之阻力,隕石之堆積,均能使其加長.而同時地球因熱力依放射而喪失,遂致皺縮,又有使其縮短之勢.至於地質之變異,大陸之升沉,以及河流之轉移物質,皆有關於日之長短.然此則長之,彼則短之.就現時言之,縱有變異,其數亦極小而弗能測察也.考較天象之時刻,如日月食、水星中天等等,似乎日之長自多祿某以來尙未增減$\frac{1}{100}$秒,或竟未增減$\frac{1}{1000}$秒.

§**194. 地極之行動及緯度之變異** 緯度將永爲定數乎,乃歷來之疑問也.若地軸在球內移動,其極亦必動,各處之緯度當隨之而變.故緯度不能爲定數.以理推之,地球物質之排列受升沉轉移或剝蝕之影響而生變動,定必多少擾及其軸.故此問題乃在是否能精細測考其變異.近年來此時期已至,已能證明其變異雖微,然爲確不可疑之周期變動(Periodical variation).1888及1889年庫斯諾(Kustner)首先在柏林測得可信之證明.復經英美法俄諸國之考測,益證其不誤.乃斷定極之行動爲兩種行動合成.一轉行於狹橢圓,約30英尺長,1年1周.1轉行於26英尺直徑之圓圈,約428日一周.兩種行動皆與表針方向相反.其合併之行動乃至不規則,且逐年之變極大.

第一一八圖係1890至1895年極之眞實行動,乃阿爾卜頮



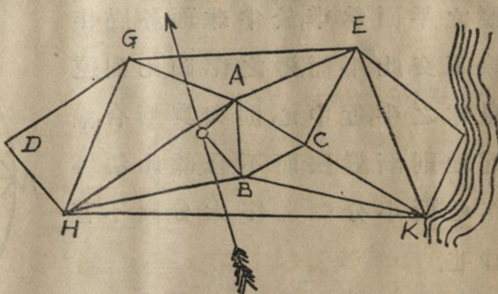
第一一八圖　地極自1890至1895年之行跡

喜特(Albrecht)由各觀測所推得者.此圖之尺度(Scale)為1秒弧之$\frac{1}{100}$約等於1英尺.底線之零點指由中極(Mean pole)至英國格林維基之方向,左線之零點約指美國支加哥(Chicago)之方向.每3個月作1極之位置記號.其斷線部分指明在該時無實際測數.惟此雖根據在十數地觀測之數,然所畫某時極之所在不免有4或5英尺之誤差.

極之移動,並使陸地測線之地平經度,生有變異;此已在卜爾寇瓦(Pulkowa)實際測出矣.極之年周行動多謂其由於四季氣候不同之故,如冰雪之堆積及融解是也.其428日之周期行動尚無相當之解釋.極之行動雖如上述,然因他故而生之不規則擾動,偶然變易此有規則之周期行動,似亦為不免之事焉.

§195. 地圖　欲作地圖當詳考陸海之界限,大洲羣島之位置,山脈河流之方向,城郭部落之形勢,而尤當知各處之經緯度.知緯度則知各處之距極度與赤道,知經度則知各處所居之子午線.

定球上每處之位置,其緯度乃本處子午線上距赤道之度分,亦卽極出地之度分.然地爲扁球,故緯度不過用以測量,與地之形像不合.作地圖無論全體或一段,當知緯度之較同,里數未必同也.

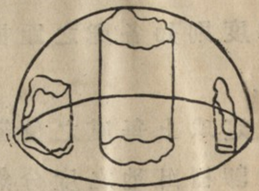


第一一九圖

用三角法測地面之形狀,須先細定各地之經緯,然後再測中間之地.測時有二點須知.(一)當擇地,令三角略相等.如第一一九圖 HBK 形從 B、H 二點測定 K 點大不便,因 K 角太銳,故測 H 角之度若小差,則 BK 線上之 K 點必大差.所以三角若大不等,不適於用也.能免此病則測與量無大異.故愈遠第一三角形,可愈用大邊爲底.如 EK、EG、GH 三邊是也.後測所得地面漸大於初測所得地面,則分一國之地爲諸三角形亦不甚繁.大約其邊自100英里至300英里俱可.諸大邊已測定,可更分爲諸小形而細測之.若欲作圖極細,可分至最小形,令一人可測,則作圖最密矣.(二)諸三角形非平面皆弧三角也.小形之邊15至20英里,則不甚覺.若大形不能作平算也.凡測地面所得三角之和必大於180度.若平三角則其和止180度,不當有餘度也.二和之較謂之弧滕角(Spherical excess).若三角形邊長過5英里,此角卽顯.欲定與弧三角形相當之平三角形,可由弧三角形之角減去弧滕角之

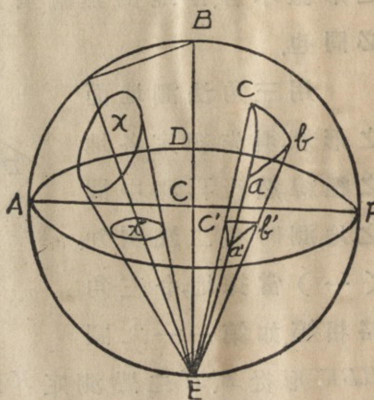
3分之1,卽得平弧三角形相當之角.弧三角之有弧勝角,乃地形爲球之證.地面高卑不一,各處以海面爲準.

作地圖乃於平面畫球面,悉依視法.有處當大,有處當小,與地面之眞大小比例俱不合.作圖有五法,茲分述之.



第一二〇圖

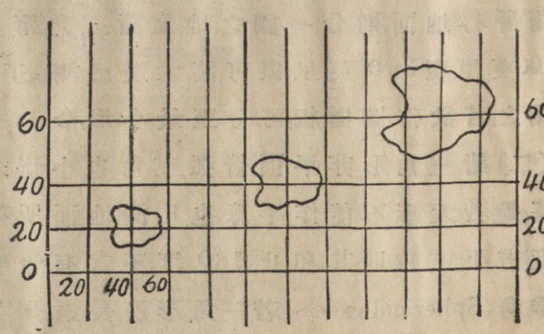
（一）簡平儀法　如圖以球腰之平面爲準,於半球面各點作線正交此平面,還之作圖.此如遠見球之半,近中心則與眞形合,漸近地則漸變狹而不合.故此法可作地面小分圖.若作大分圖不甚妙也.



第一二一圖

（二）渾蓋通憲法　如第一二一圖亦以球腰之平面 ADF 爲準.ABF 半球面之物,各點俱作線至對半球之中點 E.取過平面諸點還之作圖.如 abc 三角形爲 $a'b'c'$ 三角形.x 圓面爲 x' 圓面.而 ABF 半圓線爲 ACF 直線.此法如人目在 E 點窺半球之凹面.球面之形在平面俱略相似,無大差.勝於簡平儀法.

（三）墨加禱法　乃以意造之.以赤道爲直線.諸經線正交赤道,皆爲直線.經



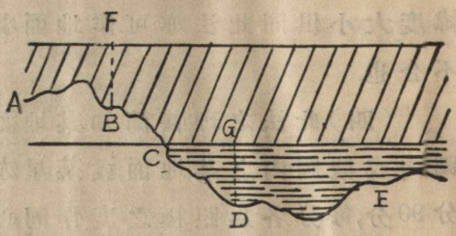
第一二二圖

緯度大小俱同.此法亦可作地面小分圖.而大分不合,愈近極愈不合也.

（四）此法之理甚簡.知某地面或某星之經緯度則易畫於圖內.或觀圖內之某地面,或某星亦易知其經緯度.法以半徑平分90分,每分各爲距極之度.作同心諸圈過其各分,是爲緯度圈.自心作各半徑爲經度圈,此法作地圖則不同處而等面積者在圖內之比例略合,且較諸別法更近於眞形,雖作多於半球之圖,其差亦不過大也.哲密司設新法可作三分球之二之圖,亦能如此.

（五）此法圖面各相等之面積與球面各相等之面積相配.法依任何比例取30分角之正絃,與1度之正絃,1度30分之正絃,以至於45度之正絃,爲半徑.同以一點爲心作圓線,可爲1度2度3度以至於90度之各緯度圈.

於球面畫大洲及海,可平分全地球爲2,諸大洲在半球,諸洋面在半球,英京倫敦約居諸大洲半球之中.如是分球爲天學中之要事.蓋準此知地兩半球之質輕重不等也.土本重於水,則大洲半球當重於洋面半球.今仍相定,與常例若不合.然此必別有理,須深思之.欲詳知地球土面,當細測陸地各處高於海面若干,海底各處低於海面若干.海底之深淺,於海船沉錘測之.陸地之高卑,用三角法測之,或用氣壓表測之,視水銀升降卽知氣之厚薄.此與沉錘之理同.蓋一用實繩測海底距海面若干,一用虛繩測地面距氣面若干也.假使地球四周非氣包之,而有油包之.如$ABCDE$爲積土,ABC一段出水面成洲島,CDE一段在水下爲海底,CG爲水面,F爲油面.設欲測海底任一點D之深淺,法於G沉錘至D,量其繩卽知距海面若干也.設欲測陸地B點之高卑,則用繩繫一物上浮油面如F,復於C點上浮一物,二繩之較



第一二三圖

卽 B 距海面也.今地外所包者爲氣,無從測其面,亦不能浮物.然凡兩地距海面等,則氣之輕重亦等,是無面而有面之理.設任取地面一點 B,欲知其高卑,視氣壓表水銀高若干,則知 B 之上面有若干氣壓之.依力學之理,卽知 B 距海面若干高也.

上法二地相去不甚遠,則可用之;若太遠,則不合.蓋地面有常風令氣層不平,與地之高卑相似.故有地水銀高於常度,而南北海水銀低於常度 1 寸.蓋各處氣俱輕,故此處獨重也.在急流小河之底有凸出之石,水面必成常浪,故知流質之面常有高低之狀,非奇事也.

旣測定各地高卑,依其等高分爲數層,各作水平線聯之.以海灘爲最下一層,最高山頂爲上一層.設海盡包陸地,逐層上升,極高山頂亦在水中.壑底及山頂脈線均與諸層水平線相交成直角,最短之垂線爲壑及山之最峻峭者,最長之垂線爲壑及山之坡度最緩和者.壑底乃大陸內水道之所由成,山脈乃水之瀉下區域之所由分.

近察地家言各大洲若平其山谷改爲大平原,則亞西亞高於海面 1137 英尺,歐羅巴高於海面 671 英尺,北亞美利加 748 英尺,南亞美利加 1151 英尺.

註　簡平儀法、渾蓋通憲法乃舊日作圖之法.合於 orthographic method 及 stereographic method,故借其名.墨加禱法乃 mercator 之譯名也.

第十五章

日（太陽）

§196. 日之周年行動　日之周年行動為人覺察最早.中國、印度、埃及均在四千年以上對之有相當之認識.日自入春以後,每日正午在天空中逐漸昇高,以至夏至日,乃向南低下.而至秋分日,其正午時之高度與春分日同.再向南行以至冬至日,乃轉而北行,復回至原高度之春分點處.如此而成一年.日之行並非僅屬南北之行,並於諸星中兼有東行.春季日落時升於東方之星與夏或冬者不同,因歲差之關係,古人所見之星不同於今所見者.由此知日並東行於諸星之間也.惟其二行非獨立者,乃其在黃道之行之分體耳.

若僅就吾人所見之視行論,以地為靜,謂日繞地行,足以解釋一切,與日靜地繞日行之說得同樣結果.蓋自日視地見其在天空所佔之點,正在自地視日見其在天空所佔之點之對面.日與地行於同一路徑,而前後相距六個月,其轉動之向同,而其直線行之方向相反,正如齒輪相對二齒之行動也.

然實際乃地行動,非日行動也.其證明此說者有三現象焉.然非精細觀測,弗克濟事.一為光行差,二為恆星光譜(Star-spectra)內線之有規則的周年退進移動,三為恆星之周年視差.此三種現象,若非地有行動,實無法以解釋之也.

逐日依子午線測日之赤緯,及其與恆星之赤經較數,即得日心逐日之位置,而畫於天球上.如此而得日在星中之行徑,並得其與赤道相割之處,及其相成之角.此道為一大圈,謂之曰黃道,交赤道之二點相距 180 度,與赤道成約 23 度 27 分之角.此道

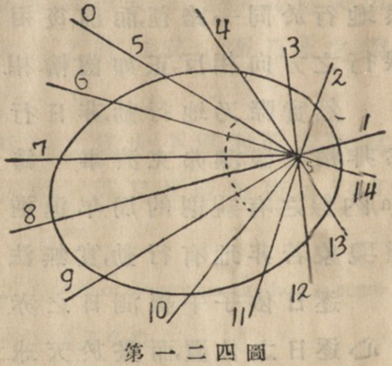
乃地球軌道面在天球所割之大圈也.

黃道與赤道之交角名曰黃道斜角.在二分點中間之點名曰至點,日到彼處赤緯之行動略停也.過二至點與赤道平行之二圈曰回歸線(Tropics),因日至此轉而回行也.黃道斜角等於日之最大赤緯,卽日距赤道之最大距離也,故亦曰黃赤大距.

§ 197. 地球軌道 黃道非地球軌道,切不可混.黃道乃地球軌道面在天球上所作之痕跡也.由此大圈並不能得地球軌道形狀及大小,僅能知軌道全部皆在此過日之平面內耳.

然測得全年日之赤經緯度,變爲黃經緯(黃緯恆爲0,不過小有擾動耳),而與測得之日視徑相幷,得定地球軌道之形狀及地球在軌道內行動之定律.然非知日去地之距離不能知其大小.

第一章已曾論及求地球軌道形狀之法,茲再補充數語.如第一二四圖 S 爲日.自 S 引 SO 線直向春分點,是爲黃經之起點.再自 S 點引諸線使與 SO 所成之角,等於年內各測日地球之黃經度(等於測得日之黃經度+180度).如 $OS10$ 卽爲第十次測日地球之黃經度,餘同此.如此測得輻輳諸線爲各該日自日見地之方向.然後在各輻輳線上,量置與各該日測得日之視直徑成反比之距離(任意選用一數如10000秒,以各次測得日視直徑之弧秒數除之,卽爲各次量置之距離).此距離卽與日地間眞距離成正比.以曲線聯其端,卽得軌道之形.

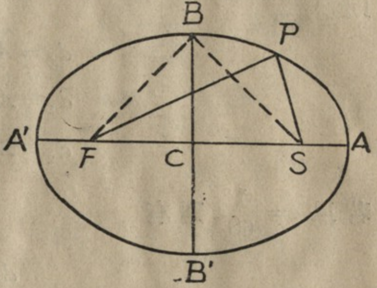


第一二四圖

旣推得軌道爲橢圓形,其周上任一點至其二焦點之距離

和爲一常數,等於該橢圓之長徑(Major axis),如第一二五圖 $SP+PF=AA'$ 是也. AC 曰半長徑,以 A 記之. BC 曰半短徑,以 B 記之橢圓之偏心率以 e 記之,等於 $\frac{SC}{AC}$. 因 $BS=A$, $SC=\sqrt{A^2-B^2}$,所以

$$e=\frac{\sqrt{A^2-B^2}}{A}.$$



第一二五圖

日在二焦點之一.地距日最遠最近之點名曰遠日點,近日點;亦曰最高點,最卑點,簡稱高點、卑點.聯此二點之直線,卽橢圓之長徑.此線引至無窮長名之曰長軸線(Line of aspides),橢圓長徑乃其有限之一段耳.

日之直徑變數極小(約爲 $\frac{3}{100}$),非遠鏡不能考察,是以古人不覺.然依巴谷於耶紀前 150 年,曾發現地不在日行圓道之中心.在刻白爾前,均謂日之軌道爲圓圈,日以等速度運行其上.因圓圈乃純曲線,等速度之行動乃純行動也.然日之視行顯非一致不變者.因其由春分經夏季而至秋分共行 186 日,而經冬季回至原處僅行 179 日也.依巴谷卽以地不在日行道之中心解釋此二數之差.

如知日之最大最小視徑,卽可算得軌道之偏心率 e. 因 $e=SC\div AC$, 則 $SC=AC\times e$, 卽等於 Ae. 所以近日點距離 AS 等於 $A(1-e)$, 遠日點距離 $A'S$ 等於 $A(1+e)$. 設 p 及 q 爲測得之最大最小視直徑,因視徑反比於其距離,故得

$$p:q=\frac{1}{A(1-e)}:\frac{1}{A(1+e)},$$

卽

$$\frac{p}{q}=\frac{1+e}{1-e},$$

及

$$e=\frac{p-q}{p+q}.$$

p 及 q 之實值為32分36.4秒及31分31.8秒,故 $e=0.01678$,約為 $\frac{1}{60}$.偏心率亦曰兩心差,亦曰橢圓率.

設命 d_1 為最近日地距,d_2 為最遠日地距,d_0 為日地距中數,則

$$d_0=AC=A,$$

$$d_1=AS=A(1-e),$$

$$d_2=A'S=A(1+e).$$

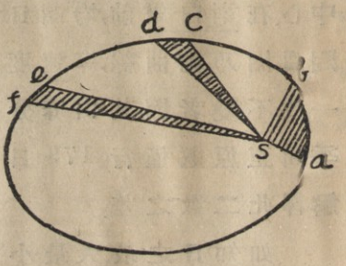
若以 $e=\frac{1}{60}$,則有

$$d_1=\frac{59}{60}A,$$

及

$$d_2=\frac{61}{60}A.$$

§198. 地球之行動定律 比較逐日測得之日視直徑及黃經較數可推定地球之行動定律.由逐日之行動及其視直徑得知其逐日行動正比於視徑之平方.由此而得前述之刻白爾定律,即帶徑所畫之面積比於其所行之時.帶徑者,在任何時聯地日之直線也.



第一二六圖

如第一二六圖 cSd 為地球於單位時內所畫之面積,如認其為三角形,則其面積等於 $\frac{1}{2}Sc\times Sd\sin cSd$.命此角為 p(此角極小),並令該時間為極小,其 cS 及 dS 尚未有若何之變易,可命其皆等於在弧之中點之帶徑 R.則

$$扇形之面積=\frac{1}{2}R^2p.$$

設日之視徑為 D,因 R 反比於 D,故

$$R=\frac{k}{D}.$$

k 爲一常數,隨日直徑長數而定.依測得之結果 $p=k_1D^2$, k_1 爲另一常數.以 R^2 及 p 之值代入面積方式內,則有

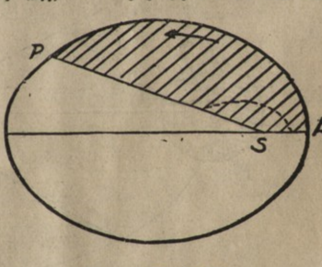
$$\text{扇形面積}=\frac{1}{2}\cdot\frac{k^2}{D^2}\times k_1D^2=\frac{1}{2}k^2k_1.$$

是爲一常數.故帶徑於單位時間所行之面積恆相等.帶徑短則所行之速度必快,帶徑長則所行之速度必慢,以使其面積恆相等,乃必然之勢也.

§199. 刻白爾算題,卑點角及角心差　設地道爲平圜,太陽居中心,地球以平速繞之,則從春分點無論何時欲推地球之方位,或黃經度,俱甚易.但依下式推算,即得

$$r:360\text{度}=T:365\frac{1}{4}\text{日}.$$

r 爲已過之黃經度,T 爲已過之日數.知其已過之日數,則可算得已過之經度,是爲地球之平黃經.然地道實非平圜,其繞日亦非用平速.依刻白爾定律知其帶徑所行之面與所行之時間成正比,亦即帶徑於等時間內所行之面積恆等.牛頓謂地球繞日乃力使之也.其力恆向日,故行等面積乃必然之勢也.此不專限之於地道,凡行於橢圓之行星皆如此.依此理若知行星在軌道上繞行一周之時數及其在最卑點之時,可得推知其在任何時軌道上之位置.如第一二七圖 A 爲最卑點,ASP 角名曰行星之最卑點角,簡稱卑點角(Anomaly).此角之扇形面積 ASP 必爲全橢圓之 $\frac{t}{T}$ 分. t 者乃自上次過最卑點以來之日數,T 者乃行星繞行全軌道之周期.例如設地球在12月31日(約在此日)過最卑點,其在5月1日之位置必其扇形 ASP 爲全軌道之 $\frac{121}{365.25}$ 分,因12月31日至5月1日爲121日也.此題之解算甚煩,名曰刻白爾算題.卑點角舊



第一二七圖

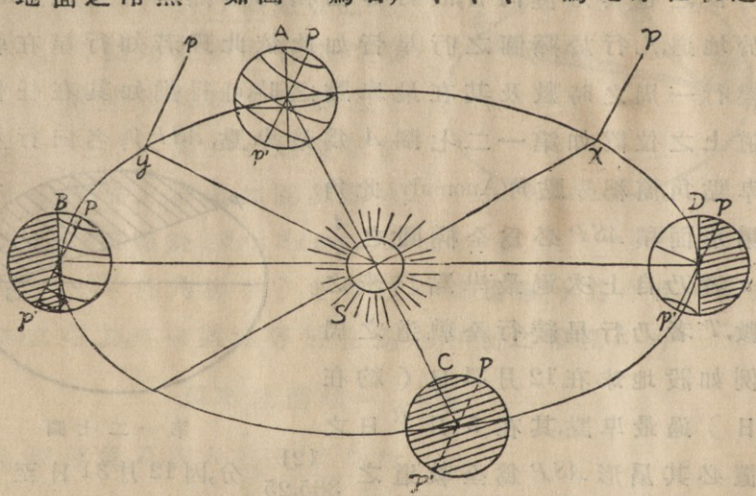
稱曰引角.

ASP 角爲眞卑點角,乃行星帶徑在任何時與長軸線所成之角也.此角自卑點起隨行星繞行之方向計之.此外尙有所謂平卑點角者.乃行星以平速繞行,於同時期行一周並於同時過最卑點,其帶徑在任何時與長軸線所成之角也.此兩卑點角之較名曰角心差(Equation of centre).此差在最卑最高點爲 0,在其中間爲最大.就日言之,其最大值爲 ±2 度,乃眞太陽輪流的在平太陽前後之度數也.角心差亦曰均數.

由最卑點起,此差逐漸大,至最大時又復漸小,至最高點時爲 0.於此時間眞卑點角大於平卑點角,其差爲正,過最高點,差數又漸大,至最大時又復漸小,至最卑點時爲 0.於此時間眞卑點角小於平卑點角,其差爲負.

§200. 四季　地球繞日行動而成四季,前已論之.玆僅討論其關連之事如下.

地面之冷熱　如圖 *S* 爲日, *A*、*B*、*C*、*D* 爲地球在軌道上



第一二八圖

之四處,相距各 90 度.A 爲春分點,B 爲夏至點,C 爲秋分點,D 爲冬至點.其自轉皆以 pp' 方向爲軸.日照地球不過半面,圖中白者乃受日光之半面,黑者乃背日光之半面也.地球在 A 點,日正照赤道.故 p、p' 二極恰在受光半面之界上,而統地面晝夜之時平分,故名春分.地球在 C 點爲秋分,亦然.地球在 B 點爲夏至.北寒帶 pB 恆在日照半面內,爲恆晝.相對南寒帶恆在背日半面內,爲恆夜.北寒帶中,愈近北極恆晝愈久.南寒帶中愈近南極,恆夜亦愈久.而赤道北至寒帶界雖無恆晝,然俱晝長於夜.赤道南至寒帶界雖無恆夜,然俱夜長於晝.地球在 D 點爲冬至,與在 B 點一一相反.

凡太陽在地平上,地面受熱氣.太陽在地平下,地面散熱氣.各處皆然.晝長夜短則太陽在地平上之時多於在地平下,熱氣必大於平率.反之,則小於平率.地球自春分至夏至,北半球之晝漸長,夜漸短.南半球之晝漸短,夜漸長.並日在赤道北逐日北行,日光射北半球之斜角（日光線與各地垂線所成之角,即日高弧之餘角,等於 $90°-h$）小於南半球者.同面積所受之熱與日光斜角之餘弦相比,即與日高弧之正弦相比〔設 q 爲地面吸收之熱量,Q 爲日射至地面之熱量,h 爲日高弧,q 必等於 $Q\cos(90°-h)$ 亦即等於 $Q\sin h$〕.又日光線,若斜角大而幾與地平成平行,須橫過較厚之大氣,熱已爲其所吸收.迨至地面,熱量已較前少矣.故自春分至夏至,北半球之熱氣日盈,南半球之熱氣日朒.地球自夏至至秋分,晝夜漸近相等.日雖仍在赤道北,而漸南行.故自夏至後,北半球熱氣之盈率,南半球熱氣之朒率,俱漸小.至秋分而各得平率.地球自秋分至冬至復至 A,則與上一一相反.故各處一年所受之熱氣恆與所散相等也.

夏至日地面所受之熱雖最多,然非最熱之日.氣候自此日

起,日熱一日,直至夜間所散之熱等於日間所收之熱.斯時熱不再增,乃爲最熱之時.若土在熱時與在冷時所散之熱量等,則須至秋分日方爲最熱之時,然此非事實也.土在熱時散熱較在冷時爲快,其所散之量與其溫度之高於周圍之度數成比例(牛頓冷却律 Law of cooling).所以最熱之時,在吾人之緯度,乃在七月末左右,同理最冷時乃在二月一日左右,約在春分日與二至日之間也.

地道上任取一點 x,作地軸 px,又至日心作 xS 線,則 pxS 角爲日距北極之度.地球在冬至點,此角最大,爲90度加23度27分,即113度27分.在夏至點,此角最小,爲90度減23度27分,即66度33分.至此二點見太陽在最南最北,故謂之至.

前以地道爲正圓,茲將地道之橢圓,及長徑與二至徑交角,所有改變詳細考之.地道之橢圓率約爲60分日地距中數之1,故日地距最大與最小之較略爲30分中距之1.所以同若干時中,對日之半地球最近之時所受光熱必多於最遠之時$\frac{1}{15}$也.蓋熱氣如光,散於日之四周.愈遠日則所散之面愈廣,而熱力愈薄.力之厚薄與面積有反比例,即與距日線之平方有反比例.以算式明之,

$$\left(\frac{61}{59}\right)^2 \doteq \left(\frac{62}{60}\right)^2,$$

$$\left(\frac{62}{60}\right)^2 = \left(\frac{31}{30}\right)^2$$

$$= \frac{961}{900} \doteq \frac{96}{90},$$

$$\doteq \frac{16}{15}.$$

今時太陽最近地球之時,太陽在黃經281度47分.爲太陽之最卑點,亦即地球之最卑點.約在北半球冬至後11日,亦約在南半

球夏至後11日也.今時太陽最遠地球之時太陽約在黄經101度47分,爲太陽之最高點,亦卽地球之最高點.約在北半球夏至後11日,亦約在南半球冬至後11日也.茲設爲最卑最高二點合於二至,以便易明,故當南半球夏至之時,地球近太陽,而全地球每日受熱氣最多,而南半球又受大半.此時南極與寒帶恆向日,而北極與寒帶恆背日故也.反之,當北半球夏至之時,地球遠日,而全地球每日受熱氣較少,而南半球仍受其大半.故地球若以平速行於其道,而四時皆相等,則南半球每年受熱必較多於北半球,其天氣必更暖.

按前論地球不以平速行於其道.而其速率之變比,若日距地之平方反比,卽受熱率之正比.因地球行道各點,在一刹那中所受熱氣之多少,正如一刹那中所行經度之多少.無論在行道之何點,所行之經度與所受之熱氣有比.設任意過日作直線分其道爲二分,則線二邊之角度必合爲180度而相等.其所受之熱氣亦必相等.所以自1分點行至又1分點,全地球所受熱氣皆相等.因受太陽熱氣之力雖不等,而受熱氣之時亦不等.兩不等恰相消,而成相等.以時長適補其力少也.北半球之春夏多於南半球約七日半之比,如春秋二分徑分地道橢圓面積所得二分相較之比.

人與諸植物所覺天氣之適宜,常以夏令之最熱時與冬令之最冷時而論,然冬夏所受熱氣之總數則相等也.設地道橢率甚大於當今之數,而最卑點與當今之數等,則兩半球之四時必大不同.北半球之秋冬必更短,而受一年總熱氣之半,故必溫.春夏時必更長,而亦受一年總熱氣之半,故必涼.而四時各恆如長春.南半球之春夏時必更短,而受一年總熱氣之半,則必酷暑.秋冬時必更長,而亦受一年熱氣之半,則必嚴寒惟今時南北半球

冬夏寒暑有別,多因土與水散熱不同之故,而非此說之故也.

凡太陽近天頂過,其光正射地面,同緯度之地晴天正午時必較熱,而南半球更熱於北半球,其熱率約加$\frac{1}{15}$.故曠野無水處,上無庇蔭,人必大苦.凡游行探地者,暑月在澳大利較在阿非利加之北煩渴尤甚,甚苦之.昔西人陀拂於各地各時比驗寒暑針之度.言凡球面相對二地,測各時氣之平率,知統地面仲夏之平率較仲冬之平率更大.此與仲冬日地距最近之理不合.陀氏云其故由於北半球陸地多於南半球,仲夏太陽正照北半球故也.蓋太陽之熱氣遇土則回入氣中,而散於普地面.遇水則深入爲水所收,回入氣中者少;故仲冬太陽雖正照南半球,而赤道之南海面無大熱也.

前以地道長徑與二至線相合乃是略數,實則尙有11日之差,然此數亦非恆如此.依歲差之理,二分二至兩線每年在黃道行過 50.1 秒.以地道長徑爲不動,則二分二至兩線必 25868 年行成一周.二分二至兩線必逐合最卑點,惟長徑比較其所指之恆星,亦有移動,每年約 11.8 秒.較歲差動更慢而與歲差動相逆.故若無歲差,則長徑亦必 109830 年行成一周.今合二動之和,故每年爲 61.9 秒,而 58.16 年行過一度.所以最卑點與春分點必在 20938 年相合一次.按此推之,約 16380 餘年前（1933 年上溯）最卑點必合於春分點, 11150 餘年前在黃經 90 度處, 5910 餘年前在黃經 180 度處, 680 餘年前在 270 度處.今則在 281 度 47 分處.自今以後約 4550 年復與春分點合.約 9780 年復在黃經 90 度處.至此時前說諸事悉相反.南半球之酷暑嚴寒移至北半球矣.察地家考究地球荒古之來歷,知南北兩半球天氣寒暑之相反,必已有數千次矣.但卽以地殼內所見諸事,徵古今天氣之大異,則前言之故恐稍有相因,而實不足全釋之也.

§201. 軌道內之變異　地球軌道之形狀或位置亦非全不變者,不過其變數甚微耳.茲除長軸線東行已論及外,略述其他之變異.

(一)黃道斜角之變異　黃道之位置在恆星中,亦有甚慢之變動,故使星之緯度及黃赤交角生有變異.黃道斜角在今時已較2000年前少24分,以後仍每年約減$\frac{1}{2}$秒.如此之減小約賡續15000年,減其角度至於$22\frac{1}{4}$度而止,然後乃起始增加.侯失勒謂其不能比中數多過或少過1度20分.

(二)偏心率之變異　今時地球軌道偏心率爲0.0168,亦逐漸減小.來未里亞(Leverrier)謂其將賡續24000年,減至爲0.003而止.彼時軌道幾爲平圓.然後乃漸增,賡續約40000年以至其爲0.02而止.

此項變異及長軸線之變異,名之曰長期差,或曰漸變(Secular change).乃因他行星對地球之攝動而生者也.若無其攝力之影響,則地球將永在其軌道內,與日之關係或將永不變異.惟歷幾百萬年受隕石之堆積,及最近恆星之攝力,亦或能使其生有可覺之微變耳.

除此長期差外,地球本身在其軌道內賡續的微有變動.因與月之關係,地球每月在其黃道面有上下數百英里之擺動.因受他行星轉行之動作,又有前後數千英里之擺動.總之,如此之變動,均能使日之視位生有相當之變動.

§202. 春分點之歲差　古時測歲實有二法,一用日表,一依據晨昏時(日升月沒時)星之升沒或星之中天,測定日之位置.依巴谷(耶紀前120年,漢武帝)覺前法所得者比後者短20分23秒,乃推定春分點在黃道上西行,一若每次前迎回歸之

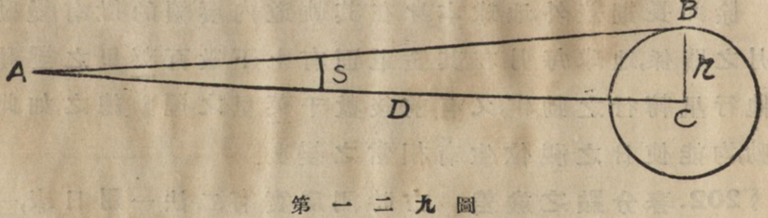
太陽也者.故依巴谷名之曰春分點之前行.

比較古時與今時星之黃緯度,知其變極微,故知黃道實未曾動.然星之黃經則每年約增 50.2 秒,較過去之2000 年已增30度矣.因黃經乃自春分點量起,黃道既未變動,則此變動必在天球赤道上,是以知星之赤經赤緯亦均有常數之變動也.此變動前已屢論之矣,茲不再贅述.

§203. 日去地之距離及其大小 日亦一恆星也,熱而自發光之碩大天體也.與他星比或尙爲中等之大小,若與其行星比,則其大無倫矣.其攝力限制其行星永就軌道繞行,而不越乎規律.其光線供給能力以維持各行星面上之各種生活,而使之適於居住.

凡一球體其半徑 BC 爲 r,若由相距 AC 遠(D)之 A 點看之,則其視半徑（弧半徑）爲 BAC 角 (S).因 B 角爲直角,所以 $\sin S=\frac{r}{D}$. 在天文學天體之直徑與距離比較,均爲小數.若 S 以半徑角計之,可書爲 $S=\frac{r}{D}$.因 1 半徑角 ＝57.3 度 ＝3437.7 分 ＝206264.8 秒,所以

$$S^\circ=57.3\frac{r}{D},\quad S'=3437.7\frac{r}{D},\quad S''=206264.8\frac{r}{D}.$$



第一二九圖

是視直徑與其線直徑成正比,與其距離成反比也.

日之距離可由其地平視差測定之.日之地平視差者,乃自日所見地球半徑之視弧也.此視差之中數約爲8.8秒.美國曆書

採用牛考卜於1867年所推者,是爲8.85秒.英國曆書亦用此數.法國曆書用來未里亞之數8.86秒,此數推算較早.據近來觀測,證其數以8.8秒爲近確.自1900年起美法英曆書皆用此數矣.

若以日之地平視差爲8.8秒,則日地距中數爲（以r爲地半徑）

$$r\div\sin 8''.8=23439\times r.$$

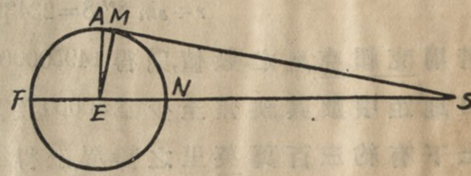
若用克賴克r之數值,則得149500000公里或92897000英里爲日地距中數.其誤差至少爲50000英里.因軌道偏心之關係,中數上下有約三百萬英里之變異.既得日地距,則日之大小可算矣.

日去地之遠頗難比擬.若日行1000英里之火車（約每時42英里）,須$254\frac{1}{3}$年方能完其行程.若聲音在行星空間傳遞之速度與在地球大氣內相同,則須14年自此方達到彼方.即在日上有一爆發聲音,吾人須於14年後方得聽着.每秒速率1700英尺之大炮彈如全無阻礙須9年達到對方,光則須499秒,其遠爲何如也.

§204. 日之地平視差測定　日之地平視差測定,乃天文家之基本工作.蓋天文家常不用長重之單位表示天體,而用其天文單位.夫不用長重單位固能討論所研究之天體,然仍須定天文單位與常用之長重單位之關係,以確示天體之眞大小.因僅由比例之數實難得其大小、重量及距離之眞意義也.推定天文單位之眞數值,實爲極難之事.因地之大小及日地距之大小相差懸殊.地之小使吾人所用爲根據之底線(Base line)太小.與吾人坐高樓臨窗瞭望廣大之界域,欲定數十里外物體之遠近,其可能性爲窗所限,正相若也.直接測定既爲不可能之事,故天文家皆間接求之.

阿里斯塔谷(Aristarchus)曾測得日距離爲月距離19倍（實

爲 390 倍),依巴谷由此數及其月之知識謂日之地平視差爲 3 分,越過實數約 20 倍.多祿某謂其可信,歷 12 世紀而無人辯論.直至刻白爾由第谷之火星觀測謂其數不能過 1 分.在 1670 年及 1680 年間卡西尼(Cassini)觀測火星定其數爲 9.5 秒.1716 年海利(Halley)解明金星過日可用以測得日之地平視差,未及遇金星過日之時,即已去世.今天文學猛進,測法甚多,玆略述之.



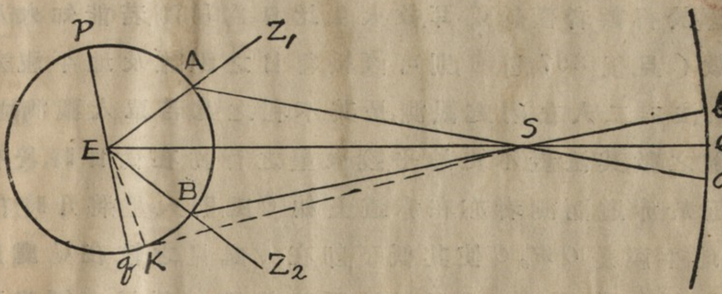
第一三〇圖

(一)阿里斯塔谷法

如第一三〇圖 S 爲太陽,E 爲地球,M 爲月正在半月之時.M 處之角必等於 90 度,AEM 角必等於 MSE 角,由此可求得 NM 弧(由新月至半月之弧)較 MF 弧(由半月至滿月之弧)短若干.此較數之半即爲 AM 弧之數,是爲 AEM 角,即等於 S 處之角.阿里斯塔谷推定月之第一四分一約較第二四分一短 12 時.所以 AM 弧爲月 6 時所行之路,約爲 4 度.由此伊得 SE(日地距)爲 EM(月地距)之 19 倍.得數雖大不合理,然其法固然甚有巧思也.此法之所以不確者,因月面之不平,實無法測得半月之精確時刻也.

(二)幾何法

(1)直接法 如第一三一圖 ABK 爲地面,E 爲地心,S 爲日,A、B 爲同時二測處.A 處見日之方向爲 ASa,如在天空 a 點.B 處見日之方向爲 BSb,如在天空 b 點.此二方向之交角爲天空 ab 弧度,即 ASB 角之度.ASE 爲 A 點測日之視差,BSE 爲 B 點測日之視差,故 ASB 爲二視差之和.設二人測天,一在南半球,一在北半球(相距須極遠),而在同一子午圈.於太陽過子午圈時同測其距天頂度,去蒙氣差及豎線角方得日之眞天頂距



第一三一圖

Z_1ES角及Z_2ES角.此二角之和爲Z_1EZ_2角,亦等於Z_1AS角及Z_2BS角之和減去二視差之和,故

$$Z_1AS\text{角}+Z_2BS\text{角}-Z_1EZ_2\text{角}=ASB\text{角}.$$

Z_1EZ_2爲測地緯度（屬地心緯度）之較角,可由地圖查得之如此則四角形$AEBS$已知其三角（因其A、B二處之角各爲其天頂距之補角）,故ASB角可知矣.BE及AE皆爲地之半徑,依三角形算法,輾轉推得ES,是爲日地距.日之地平視差者由日至地面之切線與日地線所作之角也,亦卽日之天頂距爲90度時地半徑對日心所張之角度也.如以p誌之,則由EKS直角三角形有

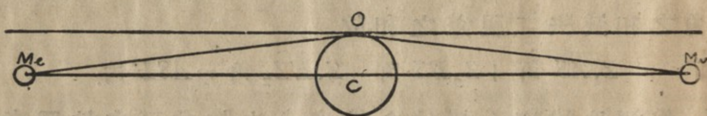
$$\sin p=\frac{EK}{ES}=\frac{r}{D},$$

p可得矣.若二測處子午圈不同亦可,但必以太陽至二子午圈中間若干時中距天頂之差改正之.求其差,或用日躔表,或前後數日連測太陽之高度,俱可推得之.然二處經線愈近,則歷時愈小,改正數亦小,較便也.就理論之,此法推得之數,不能差過$\frac{1}{2}$秒.然實際因日緣之不易指視,及其熱力擾動測儀之調整,致此法毫無準確之價值.

(2)測火星衝日推日之地平視差法　此法與上法同.火星在日之對方時（衝日）其距地僅爲日地距之$\frac{1}{3}$,故觀測之誤差

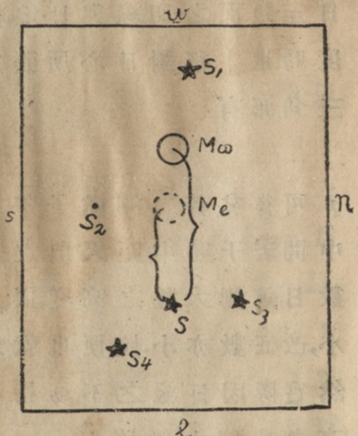
所影響於得數者僅約$\frac{1}{3}$耳.故火星比日爲易測.若能知火星距地之數（見後 397 節）,則可直接得日之距離及地平視差.

上法須二人在兩處觀測,是其不利之處.若單人觀測,並能得較確之數,其法豈不更妙乎.設火星之行動在衝日時,若有停止,並近於赤道,而測者亦在赤道上如 O 處,則火星將升時在 M_e 處,其地平視差 OM_eC 使其低下.卽在 O 處見之較在 C 處見之爲愈在東方,C 乃地心也.所以地平視差增加行星赤經.過12時後,正伊落時,視差使其愈向西下,而使其赤經減少,與前增加者



第一三二圖

相同.所以若正在其升時測量其去稍東處之 S 星之距離（如第一三三圖 M_eS）,再於其落時仍測量去該星之距離,則其較數爲地平視差之 2 倍.地球之自轉一若將測者移至8000 英里外之對方測處也者.

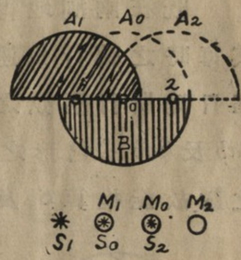


第一三三圖

此法並不限定在火星正升落時測之,所量星之距離亦不限定該星正在火星之東或西.量其去鄰近諸星 S_1、S_2、S_3、S_4 等之距離,較只量其去一星之距離以定其位置,尤爲精確.其火星在測時須無赤緯度,並須略停片時,以及測者須在赤道,皆非必要之條件.測時實際之情況雖與理想之情況不合,並不影響於所用之理,僅使其推算加繁

耳.吉爾(Gill)於 1877 年用此法測定之地平視差數爲 8.783 秒±0.015 秒,雖略小,然頗逼眞.

變一影爲雙影法甚多.一法平分物鏡卽能變其影爲二.以物鏡之兩半分置二架,而參差移動之,此名量日鏡(Heliometer),用以量日之徑最便也.如圖 A、B 爲物鏡之兩半.準光學理二半鏡之影俱在本軸上,故目鏡窺焦點處有二相似之影並列.轉螺旋能令相近相遠也.量日鏡乃量火星 M 與他一星 S 間之距離之最精儀器也.量時使遠鏡之光心線對準方向.然後移動其半物鏡,直至他一星之二影之一與火星影相合.上半鏡在 A_1 或 A_2 時均能相合.或使 B 半鏡所作他一星之 S_0 影與 A 半鏡所作火星之 M_1 影相合,或使 S_2 與 M_0 相合.量得由 1 至 2 之距離乃 M 與 S 間距離之 2 倍.

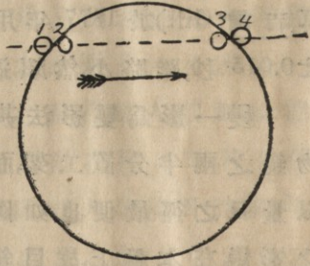


第一三四圖

(3) 測金星過日法　金星行至日地之間時,其去地之距離僅約 26000000 英里,故其地平視差約 4 倍日之地平視差在此時測者若變換地方,則星在日輪上之視移動爲其自己因此移動而生之視差與日視差之較,此較約 3 倍日視差 (因金星距日爲 0.723 天文單位.在過日時距地爲 0.277 天文單位.設 p 爲日視差.v 爲金星視差.因視差與距地遠近成反比,所以 $v=p\times\frac{1000}{277}$,並 $v-p=p\times\frac{1000-277}{277}=p\times\frac{723}{277}$). 所以測金星過日,在設法量金星在日輪上因測者移動之遠近而生之弧線移動也.

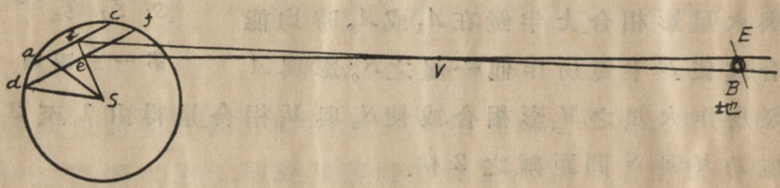
(a) 海利法　在地面上選兩測場,其緯度必須相距甚遠.在此兩處測過日所歷之時間,卽自起始至終了之時間而兩測地必須均能見之方可.所最要者鐘表在測時之數時內,須記時極

準(無須知其與格林維基時之差數或其與地方時確實差數),因測時僅須記取金星內外切日之四次時刻也,如第一三五圖在1、2、3、4點之兩外切及兩內切.海利最注重其兩內切.



第一三五圖

既在兩測地得過日之歷時,且知其每時之轉行角速度,則可推算金星在日輪所行兩弦之長短(以弧之秒數表之).如第一三六圖Sab及Sde三角形之Sa、Sd為日之半徑(以秒數記之),為已知之數.故能推算Sb及Se之長(秒數),其較數be即因兩測地距離



第一三六圖

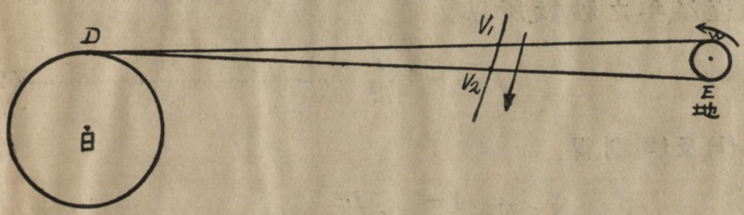
所生之弧線移動也.既得be可由下式求得日之視差(以秒數記之).

$$p''=(be)''\times\frac{277}{723}\times\frac{r}{B}.$$

B為所用之底線,並非兩測地E及B相距之直線,因該線並不垂於地星間之視物線,亦不垂於金星之軌道面.然其數值甚易求得也(參看推算日食法).r為地球之半徑.

地球自轉亦使E、B兩地在測時內移動,然此能改正之.若兩測地選擇適宜,使兩歷時之較數大,則得數愈能準確.最好使過日之行徑近日輪之邊緣,因其歷時可在3或4時以內.若在中心行過,須歷8時之久.並若近中心,弦長之微差,可使算得之距離生大差.若近邊緣,則反是矣.

(b)德利爾(Delisle)法　海利法以兩極爲最好之測處,乃極不適於人居之地,並亦極難至之地.且須極佳之天氣,俾能見過日之始末,故實際有許多困難之處.德利爾法須兩測地皆近赤道,且聯二地之直線略與金星之行動成平行.須知二地之經度俾得隨時推定格林維基時.然不須測過日之始末,只測其一,即亦足矣,此乃其利處也.惟金星面有大氣可以折屈光線,使金星切日緣處不能精密確定,同爲海、德二法之不利處.如第一三七圖測者在 W 處,測得內切時之格林維基時,斯時也金星正在 V_1 處.測者在 E 處測得內切時,金星當正在 V_2 處.在 D 處之角當爲



第一三七圖

地球直徑所張者,即在 D 處所見地球之弧直徑也.故爲日之地平視差之 2 倍.此角即由金星由 V_1 至 V_2 所歷之時定之.因金星須 584 日（見後第 385 節）繞行一周,即由 DW 線復至 DW 線須歷 584 日.若 V_1 至 V_2 之歷時爲 12 分,則 D 處之角約爲 18 秒矣.1874 及 1882 年測金星過日之內切,得日之地平視差爲 8.72 秒至 8.88 秒,其中數爲 8.794 秒.自雙影量微器之量日器發明以來,可用以測得金星在日輪面上任何時之視位置,並不限於過日始末之內切時矣.

(三)重力法　以地球施於金火二星之攝動定日之地平視差,實爲最善之法.其原理如下:若日地之距離爲已知,則可由地球於一秒時內向日下落之距離（由其軌道曲率量之）與地面重力之比,推算日地質量之比（見後第 207 節）.故若由另

一法得日地質量之比,則可推得日地之距離矣.

設S及E爲日地之質量,D爲日地間之平均距離,r爲地之半徑,則日攝地之力以加速度表之爲

$$f=G\frac{S+E}{D^2}\cdots\cdots(1)$$

由力學得 $f=\frac{V^2}{D}$,

V爲地球軌道行之速度.若以地道爲平圜,則

$$V=\frac{2\pi D}{T},$$

T乃恆星年之秒數.所以

$$f=4\pi^2\frac{D}{T^2}\cdots\cdots(2)$$

合併(1)及(2)則得

$$S+E=\frac{4\pi^2}{G}\times\frac{D^2}{T^2}.$$

又地面上之重力$g=G\frac{E}{r^2}$,卽 $E=\frac{g}{G}r^2$.以此除前式,則得

$$\frac{S+E}{E}=\frac{4\pi^2}{gT^2}\times\frac{D^3}{r^2}.$$

由此得 $D^3=\frac{S+E}{E}\times\frac{gT^2r^2}{4\pi^2}.$

若以$\frac{S}{E}=M$,則 $D^3=\frac{M+1}{4\pi^2}\times gT^2r^2.$

由此方式,若知日地質量之比M,卽可推算日地距離D.本法卽由地球加於金火二星之攝動定日地質量之比者也.

地球加於其鄰近行星(金火二星)之攝動力,隨其質量與日質量之比而定.故若能確定行星所受之攝動,卽可定日地之質量比.時代愈前進,則地球加於鄰近行星軌道交點 node及

長軸線之旋轉之影響乃愈積愈爲顯著,而日地質量比之由此推定亦愈漸眞確.即今時此法已高於他法,此乃其利處也.此所以來未里亞稱贊此法將越過所有以前諸法,並其精確與時俱進也.除非尚有未知之天體阻礙鄰近行星之行動,或將證明動律不如現今之簡單,則其論語甚爲的確.

(四)物理法　物理家研究光學假擬一說謂光行於行星空間之速度同於行於眞空者,其果如此否,現尙不能證明.米克爾孫(Michelson)、牛考卜(Newcomb)依佛寇法確定光之速度爲 299860 公里,即爲 186330 英里.由光之速度即可推得日之地平視差,其法有二.

(1)光差定日距離法　光差(Equation of light)者,乃由日至地所歷之時也.其數可由觀測木星月食定之.以此數(499秒±2秒)乘光速度即得日地距離,法甚直接;惟今時測定光差法尙未完善,是又不可不知也.

(2)光行差法　光行差常數 c 現定爲20.47秒,其推算之方式爲

$$\tan c=\frac{v}{V}.$$

v 爲地球公轉之速度,V 爲光之速度.設地球軌道爲平圜,則

$$v=\frac{2\pi D}{T}.$$

所以

$$\tan c=\frac{2\pi D}{VT},$$

即

$$D=\frac{1}{2\pi}VT\tan c.$$

用20.47秒 $=c$, 186330 英里 $=V$, 乃算得日地距 $D=92876000$ 英里.用3963.296英里爲地之半徑,以 p 爲日地平視差,則

$$\sin p=\frac{r}{D}=\frac{3963\cdot296}{92876000},$$

$$p=8.803\text{秒}.$$

今時以由此法推得之數爲最精確.

在上述諸法,幾何法直接推得視差,是全憑觀測之精密,並無假擬之學說,其所必需之改正爲蒙氣差等.重力法是認重力律爲確定之事實,而物理法則假定光在空間之速度與行於地球大氣內相同,由其得數之相似,則知此項假定雖非絕對的確實,亦無甚大差也.

§205. 直徑 日之平均視直徑爲32分04秒 ±2 秒.因在日處一秒之弧等於450.38(92897000÷206264.8)英里,故日之直徑等於 866500 英里,約$19\frac{1}{2}$倍地球之直徑.此數或有數百英里之變異,因日面非實體也.

如以 2 英尺直徑之球表日,則地球爲直徑$\frac{22}{100}$英寸之球,僅如一豆耳.其相去之遠將爲 220 英尺,而其最近恆星在對方時將爲8000 英尺之遠.

設日爲中空,而置地球於其心,則日面遠在 433000 英里處.因月去地之遠僅約 239000 英里,故月約在地與日內面相距之半程,而少過之.

§206. 面積及體積 因球之面積與半徑之平方成比,所以日之面積與地面積之比爲 $(109.5)^2$ 與 1 之比,即12000倍地球之面積.

體積與半徑立方成比,所以日之體積 $(109.5)^3$ 倍,即 1300000 倍地球體積.

§207. 日之質量 日之質量約 332000 倍地球之質量.推算此數之法甚多.茲述以地球攝其面上物體之力（由擺之實驗定之）比較日攝地球使其保持軌道轉行之力,而求質量之法.

此二力皆各向其本體中心.設 f 爲日攝地之力（亦如量重力然,由其引起每秒之加速度量定之）,g 爲重力（每秒32英尺2英寸）,r 爲地球半徑,R 爲日地距離,E 及 S 爲地日之質量.則依重力定律有如下之比例:

$$f:g=\frac{S}{R^2}:\frac{E}{r^2};$$

或

$$S=E\frac{f}{g}\times\frac{R^2}{r^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$\frac{R}{r}$ 約爲 23440, 其平方爲 549433600. $g=386$ 英寸. f 可由力學之方式

$$f=\frac{V^2}{R}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

求之.若軌道爲平圓,則

$$V=\frac{2\pi R}{T}.$$

由此得 V 爲每秒 18.495 英里.以此數代入(1)內,則得 f 爲 0.2333 英寸,故得

$$\frac{}{g}=0.0006044\text{ 略 }=\frac{1}{1654}.$$

所以得

$$S=E\times\frac{1}{1654}\times 549433600=332000E.$$

據物理學方式 $S=\frac{1}{2}gt$, S 爲地面上物體因地球攝力於 t 秒時內下降之距離,所以 g 之半數爲其 1 秒時內下降之距離.同此理 f 半數亦爲地球於 1 秒時內向日下降之距離.此數（0.116 英寸）比 $\frac{1}{9}$ 英寸稍大,卽地球軌道於 1 秒時內離開直線方向微偏之數.所以地球在軌道上行 18.495 英里,僅偏 $\frac{1}{9}$ 英寸也.

如代 $\frac{2\pi R}{T}=V$ 於(2)內,則得

$$f=\frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

再代入(1)內,則得

$$S=E\left[\frac{4\pi^2}{T^2}\times\frac{r}{g}\times\left(\frac{R}{r}\right)^3\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

因 $$\frac{R}{r}=\frac{1}{\sin p},$$

p 爲日之地平視差,故有

$$S=E\left[\frac{4\pi^2}{T^2}\times\frac{r}{g}\times\frac{1}{\sin^3 p}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

由此式可知 p 若有百分一之不確,S 即有百分三之不確.

§**203.日之密度** 日之密度與地球密度之比可求之如下:設 d_1 爲地之密度,d_2 爲日之密度,V_1 爲地之體積,V_2 爲日之體積,則有

$$\frac{V_2 d_2}{V_1 d_1}=\frac{S}{E},$$

即 $$\frac{d_2}{d_1}=\frac{V_1 S}{V_2 E}.$$

故知日地密度之比,等於其各自質量除各自體積之比.代入日地體積及質量之比數,乃得

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{332000}{130000}=0.255,$$

僅稍多於$\frac{1}{4}$.此數乘以地球之比重 (5.58),得 1.41,是爲日密度與水密度之比數,即日之比重也.

推定日之密度亦可不用日視差.設 l 爲日半徑,D 爲日之密度,d 爲地球平均密度,代入上節之(3)內,則有

$$\frac{4}{3}\pi l^3 D=\frac{4}{3}\pi r^3 d\left[\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{r}{g}\left(\frac{R}{r}\right)^3\right].$$

由此得 $$D=d\left[\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\frac{r}{g}\left(\frac{R}{l}\right)^3\right].$$

以$\frac{l}{R}=\sin\theta$,θ 乃日之弧半徑也,故

$$D=d\left[\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\frac{r}{g}\left(\frac{1}{sin^3\theta}\right)\right].$$

§209. **表面重力**　質量除以半徑平方,即爲表面重力,故得

$$\frac{332000}{\left(109\frac{1}{2}\right)^2}=27.6.$$

物體在地球表面稱重 1 磅,在日之表面則將稱 27.6 磅.在地球面於 1 秒時內下落16英尺,在日面則下落 444 英尺矣.

§210. **日面現象之研究**　以遠鏡窺日,因其熱與光均極强烈,實難直接仰視.設法於物鏡後 1 英尺處置一白紙屏,受其映影,最爲簡便之方法.在 3 寸直徑以下之小遠鏡,於目及目鏡之間置一暗玻璃亦可;然此暗玻璃不久卽熱而自裂.在大遠鏡則有特別計畫之目鏡,專爲窺日之用,名曰太陽目鏡,或曰窺日器(Solar eye-pieces 或 Helioscope).此外尙有攝取日影之器具,乃一特種物鏡附有曝光最快之玻璃片,此器名曰日圖鏡（Photo-heliographs).其曝光時間爲$\frac{1}{500}$以至$\frac{1}{10}$秒;其攝取之影多爲 2 英寸以至10英寸之直徑.

天文家分太陽之體爲若干同心圓之層,層包圍球核如空氣之包圍大地然.太陽之光華須透此外包之各氣層.太陽之內核如何,吾人莫由知之,故須於其外之各層加以研究.玆略述研究之主題於下:

(一)光輪(Photosphere)亦曰光雲,亦曰光氣,乃日之光亮表面,直接見之於遠鏡中者也.或爲凝結物質（如地面上之水球､冰結晶等）組成之光亮雲層.其內部爲日質之氣體,因表面受冷,遂至凝成球,結成晶.其質或者爲碳(Carbon)､硼(Boron)､矽(Silicon)等元素之微粒(Granules).白紋（火舌 Faculae）及黑斑(Spots)皆光輪內之現象也.

(二)煙輪(Reversing layer)亦曰氣層,乃光輪上層不甚厚之氣

圈,其氣質多爲地上所有者.可用分光器(Spectroscope)研究之.

(三)色輪(Chromosphere)亦日光氣,乃光輪上層穿過煙輪而與煙輪不能分清之氣圈,其氣質之最顯著者厥爲氫(Hydrogen).日珥(Prominences)卽由此輪突出,有高至幾十萬英里者.此美麗之景象可於日全食時見之,亦可藉分光器之助於任何時得略見一斑.

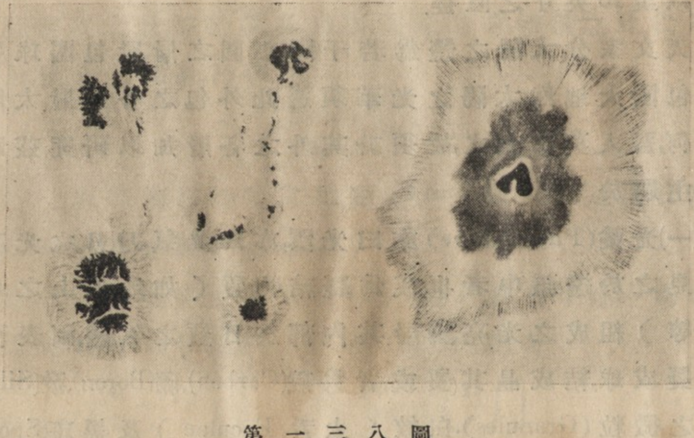
(四)日暈(Corona)乃再上之一層,物質甚稀少,僅能於日全食時見之.

(五)日光之量法及日面各部之亮度.

(六)日散射之熱,日之溫度及其熱之來源.

§211.光輪及黑斑

(一)用最精遠鏡,隔黑色玻璃窺太陽,見其面時見大黑斑.斑之中深黑,其邊略淡.黑斑之有規則者中央曰本影(Umbra),周圍曰半影(Penumbra).本影內有微點一羣,形圓而色深黑,是曰斑核.



第一三八圖

此斑累日累時測之,則見或變大或變小,或變形狀.久而舊斑消滅,他處復見新斑.其滅時,中之深黑者先滅,四周之淡者遲滅.時

或一斑分為二、三斑,此即太陽面為流質之證.又其變動甚速,此為氣之證.所見最小斑之本影,其徑為 1 秒.地球測日面 1 秒之角為 450.38 英里,而大斑有徑 50000 餘英里者,其半影有長至 150000 英里者.自初見至消滅,久者約 1 月有半;故斑之邊每日約縮近千里.又無斑之處光非純一.其中有無數之細點,若人身之毫孔.細測之,其點時時變動.極似水中沙泥欲澄時向底之狀.因意日面必有發光之質雜於透光之質中而然也.而近大斑或諸斑羣聚之地,時見一線或曲或歧,其光較日面之常光愈明.相近處時有斑發出,或意此線乃光氣浪之頂.相近處必大動盪,故發斑也.此事多在近日邊處,其狀如第一三九圖.斑核亦曰導斯穴(Dawes' holes).

第一三九圖

太陽面之無數小粒似毫孔者,奈斯密(Nasmyth)於 1862 年考察而釋之.奈斯密氏之說謂自造大回光遠鏡,常時窺測太陽之面.知此諸毫孔皆係同式光物相交,而毫孔乃其相交間所成之角形也.其光物之形如楊柳之葉.在無黑斑之處充滿太陽之面,位置無定.第一四〇圖即奈氏說中之圖也.其甲圖為太陽無

(甲)

(乙)

第一四〇圖

斑處之式.乙圖爲黑斑之中與邊及無斑處之式.英國之帝拉路(De La Rue)、司多尼(Stoney),羅馬之塞岐(Secchi),俱考此事.與奈氏所考大同小異.司多尼比此物如米粒之狀.或謂如條草之狀.按此物大似諸定質浮於透光之氣中.而此氣最薄,因流質受大熱與上面所壓之重漸變而成也.此物有光,可爲定質之徵,蓋流質若透光而無色,則熱雖極大皆不能發光也.

1859 年賈令敦(Carrington)、郝者孫二人各在家中,忽見無法形大斑之相近處,發二光雲,較諸無斑之處甚亮,約歷 5 分時而忽滅.見時行過大斑之面34000餘英里,並見指南針有大搖動.古今所記磁氣諸大搖動中,此爲最奇.

(二)日面黑斑位置及形狀時時變動.久測之,知太陽亦自轉與地球同.其軸約略正交黃道面,其轉亦自西而東,其黑斑轉繞一周復至原處平均所歷之時爲27.25 日.所以謂平均者,因各斑之周期皆不相同也.此非太陽自轉一周所歷之時,乃會合周期也.因地球於黑斑旋轉一周時,已向前進,日須每次向前再轉方能使其黑斑復與地合也.此與月地之會合相同.故日轉周期亦可用其方式推算之(見後 228 節).由

$$\frac{1}{T}-\frac{1}{E}=\frac{1}{S}$$

代入$E=27.75$, $S=365.25$,得$T=25.35$.賈令敦得 25.38,司樸勒(Sporer)得 25.23 日,以體大故轉遲也.以輕重之理論之,則太陽大體繞地球小體,恐無是理.譬如有二球以鐵條相連,令旋於空中,則二球必俱繞重心,而重心不動.若二球輕重大小不等,則重心必近大球,或在大球體中.故小球必繞大球而大球不甚易其處.準力學之理,凡二體在空中相環繞,雖無鐵條相連,亦共繞公重心.公重心距二體心遠近之比,若二體質輕重之比.準此,推得太陽與地球二體質之比若 332000 與 1 之比,則其公重心距太陽心

當得280英里,爲3100分日徑之1.故太陽與地球俱繞重心而太陽一若不動,地球一若繞太陽焉.然而一年中測恆星無視差,故知恆星距太陽俱極遠.最近之恆星視地球繞太陽之道若一點耳.

地球乃整個旋轉,地面各點於同時自轉一周.月及行星亦然;然此非所論於太陽.賈令敦著書論詳測太陽黑斑最多最少之時,謂黑斑轉一周之時間依所在太陽面之緯度而異.在近太陽赤道之處所行一周之時,必短於在遠赤道處所行一周之時也.黑斑在太陽緯度l處一日所行度之方式爲

$$865'-165'\times\sin^{\frac{7}{4}}l=x.$$

所以太陽赤道處之斑於24.202日,南北15緯度處之斑於25.44日,南北30度處之斑於26.24日,皆行一全恆星周.45度以外絕少黑斑,無法知轉動之周期.費易(Faye)所用之方式爲

$$x=862'-186'\sin^2 l,$$

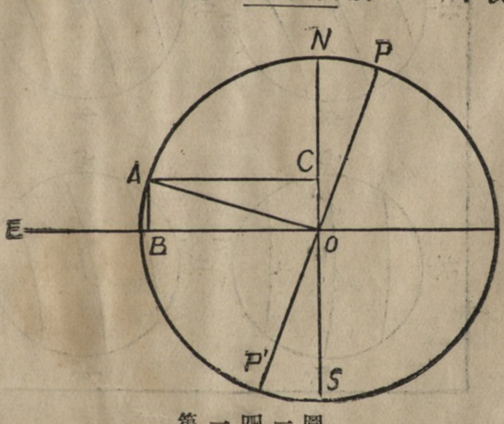
得數亦與賈氏相合.

太陽赤道左右各25度之內,黑斑最多,30度以外黑斑甚少,常成行列.故可知太陽面外常有氣質旋轉,與地球之貿易風相似.或云太陽面外之氣質是扁球形,故赤道處厚於兩極處.厚者多阻日體之發熱而致赤道與兩極之熱不同,即使其氣質生動與地球之貿易風同理.果如此,則在赤道處亦當靜而不動.蓋地球外若包黑雲,而人在外觀之,則但見黑雲轉動而不見地球之體,亦可想見地球亦必旋轉.測黑氣外層在赤道及近極旋轉之速,可求得地球自轉一周之時.第見赤道與兩極間雲之動,而即以爲地球之動,則必差於太速.因其間雲之上層常略向西而動也.自兩極起向赤道其轉漸速,至距赤道南北二帶而最速,過此再向赤道轉又漸慢,與賈令敦之例不合,必設別理解之而可解

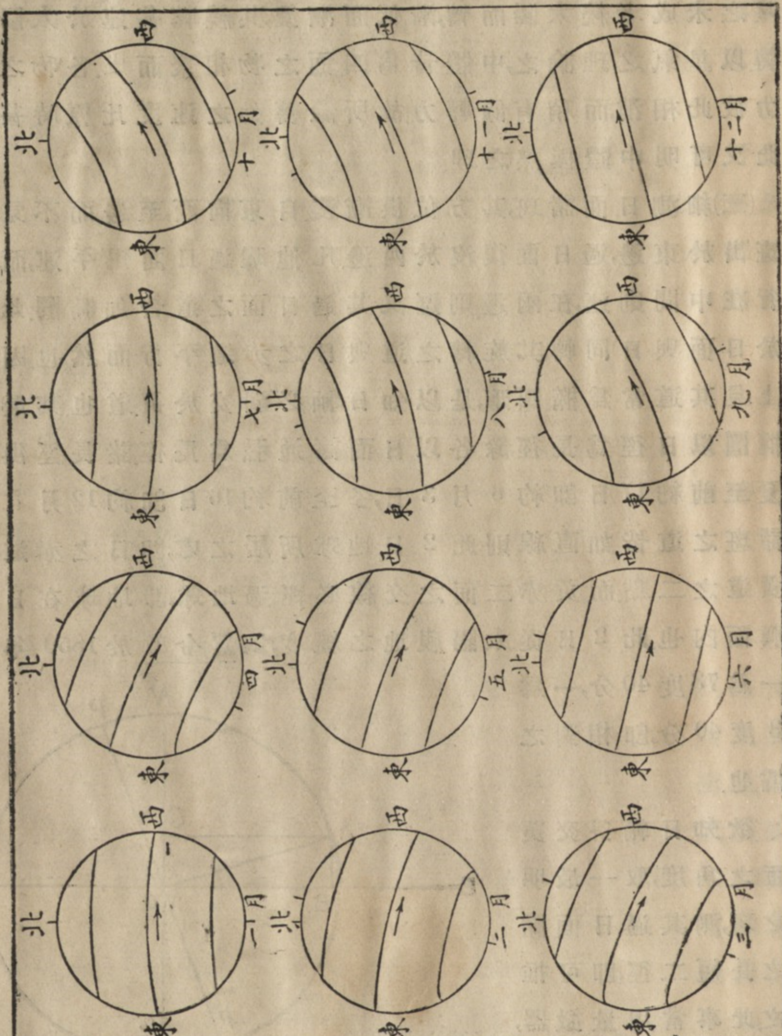
者僅有一理,卽太陽以外之力加於雲上而使之動也.外力者,卽行星之未成者繞太陽而轉,漸低而漸濃,其繞轉甚速於太陽之自轉.以星氣之理論之,中體皆爲四面之物相聚而成.各物之原轉力彼此相消,而稍有餘轉力.故所餘轉動之速度比原時甚慢.依此又可明中體極熱之理.

(三)細測日面諸斑,其方位俱漸變.自東向西,至邊而不見.另有斑出於東邊,過日面復沒於西邊.凡他曜過日面俱平速,而斑之行在中間則速,在兩邊則遲.又其過日面之道皆如橢圜.此必附於日面與日同轉,其旋轉之道與日之赤道平行而然也.因在地上見其道常爲橢圓形,是以知日軸必斜交於黃道也.其最大之橢圜以日徑爲長徑,餘各以日面諸通弦爲長徑.諸長徑俱平行.夏至前約17日卽約6月3日,冬至前約16日卽約12月5日,見諸斑之道皆如直線.則此2日地球所居之處,卽日之赤道斜交黃道之二點.而黃赤二面之交線必經過地球,卽地球在日之自轉面內也.此2日從太陽視地之經度,依賈令敦於1850年測得一爲73度40分,一爲253度40分,卽相對之兩點也.

欲知日軸斜交黃道面之角度,取一最明晰之斑,測其過日面橢圜之長短二徑,卽可推得之.此事當用量微器,自初出至沒,刻刻細測之.又測時地在黃道距太陽赤道交黃道點之遠度,亦當推之.假如驚蟄後4日地球在太陽黃赤交線之垂線上,其屬日心經度



第一四一圖



第一四二圖 日面斑點經過之線路圖

163度40分,太陽之軸在過地球正交黃道之面內.設地球定於此,則最易測.如第一四一圖O爲日心,POP'爲日軸,EO爲地球之視線.NAS面引廣之必過地球.A爲太陽赤道上之一斑.地球望之如在C點,在日心北,其距爲OC,卽視橢圓之小半徑也.旣測得OC,則以日之視半徑與OC比若1與AON角之餘弦比.AON角卽日軸與黃道面之交角也(此時見黑斑在北半行成圈,其在南半者爲太陽體所隔,而太陽之南極亦在所見之面內,此乃自冬至前約16日至夏至前17日之間所正見太陽赤道之南邊也.自夏至前17日至冬至前16日,則所見相反).若餘時則推算甚繁,今不載.案太陽赤道與黃道交角依賈令敦爲7度15分.太陽自轉一周爲25日9時7.2分.太陽赤道與地球赤道面之交角爲26度25分.太陽軸所指天空一點之赤經爲18時44分,赤緯爲63度35分,約在極星及織女一之中間.

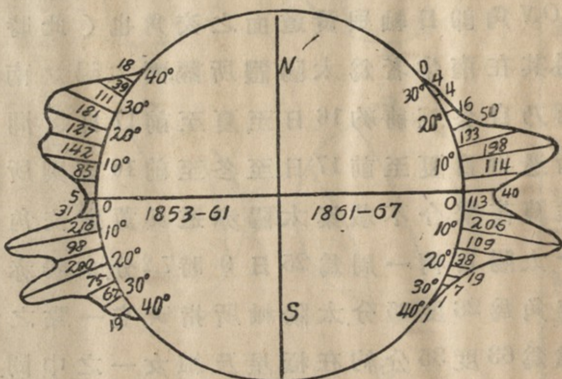
如第一四二圖12月6日地球在二交點之直線內,適當太陽赤道之平面,故黑斑所經之道現直線形.6月5日地球在其軌道之相對點內,又當太陽赤道平面,故黑斑所經之道再現直線形.3月4日地球距太陽赤道升交點90度,且在太陽赤道下成7度15分之角,故黑斑所經之道如橢圓,其曲形則適向北方.9月6日地球距軌道相對點90度,故黑斑所經之道仍現橢圓形,其曲處乃移向南方.蓋一年之中1月至3月曲形逐漸增加,而皆北向.6月至9月曲形雖仍逐漸增加,乃轉而向南.9月至12月曲形則逐漸減小,然仍向南方也.

日軸之方位角者,乃太陽視面上之北半軸與穿過地心之南北線所成之角也.偏東爲正角,偏西爲負角.

1月5日,7月6日,日軸方位角皆爲零度,日軸合於時圈.7月6日以後正角每日加增,至26度25分而止,是爲其最大值,

斯時乃10月10日也.10月10日至1月5日,正角每日減小,而達零度.1月5日以後負角每日增益,至26度25分而止,斯時乃4月5日也.自此以往,負角每日又逐漸減小,至7月6日而仍達於零度.

(四)太陽赤道左右各25度之內斑最多,30度之外甚少.近二極則無.近赤道一帶少於南北二帶.又北半球大而多,南半球小而少.赤道北自11度至15度最大最多亦最久.又斑多時恆列爲一帶與赤道平行.故知日體上必



第一四三圖

有一故,最易生此斑,其故今尚未知.又因日自轉令斑成列,可見光氣爲流質,其動有若地面之貿易風也.

(五)斑自生至滅歷時不久,最小者僅見一次過日面.其次或旋轉一、二周,或數周者,然皆甚少.在1779年有一大斑閱6月而滅.1840年有衆斑羣聚歷八周而滅.凡測斑必記其距赤道方位及其形狀,又有出沒之時可推.故沒而復出,誠能識之也.或言有數次所見斑在日面之處略同.或本卽一斑,滅而復發也;然無法證其是否.

(六)許華勃(Schwabe)自1826年至1850年記太陽面上斑之多少而比較之,得知斑之多少及其時之變均有定例.其最少至最少周時恆略同,而最多至最多周時亦同.按所記之事推之,知自第一次最少至第二次最少約歷十年.嗣瑞士人胡而弗(Wolf)

以自1610年初用遠鏡窺測之時以來,所記一切窺測太陽之事,會集商議,知最多至最多之周時11.11年,而100年之中有最多之時9次,與許氏之說合.1778年、1788年、1800年、1837年、1848年、1893年、1905年,皆最多之時也.1798年、1810年、1867年、1879年,皆最少之時也.又未造遠鏡之前,史中屢記日面有黑斑,如807年,840年、1096年是也.又536年,日光大減,至14日而復明(梁書數載老人星見).626年8月至627年6月日光減至半(唐書數載太白晝見).1547年日光甚小,晝見恆星,約皆因黑斑之多或大也.此可為胡而弗所定周時之徵.

(七)侯失勒維廉謂日面之多斑,因日體外氣層亂動而成.又發光與熱因各雜料質彼此有愛力化合極緊而成.故據此諸說,而謂當日面之斑甚多之年,地球之熱度大而五穀豐;日面之斑甚少之年,地球之熱度小,而五穀歉.但稽之史中不足為全據.嗣後古爾德以歐洲33處,美洲29處,11年(1875至1885年)內所測之天氣,會集而取其中數,與侯失勒之說相反.而謂斑多之年,地球之熱度小;斑少之年,地球之熱度大,其差約0.11度.胡而弗又考史自1000年至1800年間,確知多斑之年略旱而多穀;少斑之年陰溼而有暴風,與侯氏說合.又日面多斑之年,指南針必搖,且斑之多少與搖之多少亦相合.其針之搖,遍地球同時.故知此二者必有相因,格致中之要事也.現在天學與吸鐵學皆未能解其理焉.

(八)問黑斑究係何物,其說不一.或謂太陽是實體,黑斑乃上面之光輪開裂而顯露者也.此說似可信.問開裂之故,其說亦不一.勞蘭(Rowland)謂黑斑乃太陽中突起之地,如地面之山.其頂高出光氣面,故見深黑;其下斜入光氣底,光氣不厚,故見淡黑.準此說則四邊淡黑,自內至外,必由深漸淺,以至於無.今深淺不分,且

外有定界,於理不合.侯失勒維廉謂太陽實體外四周有氣包之.氣之外有光氣一層,浮於上,距實體甚遠.光氣下有雲一層,受此光返照地球.二層俱裂開,則見黑斑.中之深黑者太陽實體也.四邊淡黑者雲也.光氣之裂口必大於雲之裂口者,因氣旋動成風,愈遠實體愈大,或別有他故不得而知也.如圖 A 爲實體,B 爲雲,C 爲光氣.費易又謂黑斑同於地面之颶風.日面近赤道處轉動快,緯度高處轉動慢,因此使鄰近之光氣流動成渦,如流水之迴旋.此雖能解釋黑斑之分佈所在,然據此則南半球之黑斑應成右手轉之旋渦行動,北半球者應成左手轉之旋渦行動,而實際則不盡如此.近有一新說,1893 年,奥樸澈(Oppolzer)曾提議之.此說根據氣象家研究熱力對於地球大氣豎流之影響而產出.其說謂如此豎流循環不斷的從日之兩極部分上升,緩向赤道漂動,而落於黑斑帶內.於其落時受有熱力而至於乾.乃於光氣(內含金屬氣質)上作成洞形.依此理則黑斑之溫度應高於其周圍.此理與日斑之光譜(Spectrum)相合,然兩極之循環豎流及黑斑是冷是熱,仍爲未定之事.故黑斑者,乃一未解決之問題也.

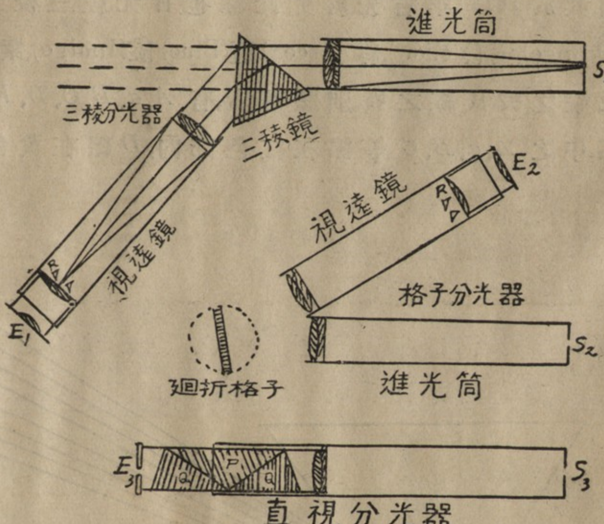
第一四四圖

§ **212. 分光器** 1860 年天文學中新增一得力之儀器,名曰分光器,亦曰光譜鏡,自此器入用以來,向所未解之難題,如天體之性質及成分等,多藉之得有相當之解決.遠鏡能使極遠之物入我目中,俾得考定其位置,量定日月行星之形狀,及其表面之標誌,並發現向所不能見之幾百萬恆星及星雲.分光器能使吾人得考究天體之光,因而得其化學成分及物理的情狀並量其

光向我而來,或背我而去之速度.所以分光器之價值不亞於遠鏡,實非虛誇之語也.

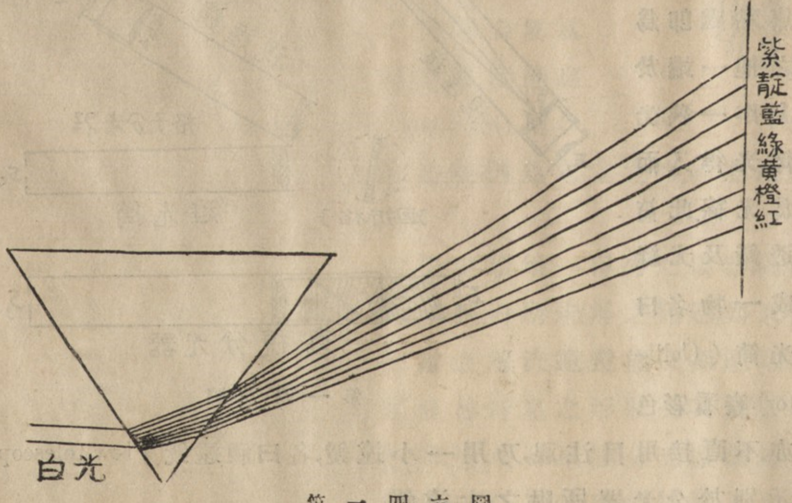
分光器之主要部分爲一三稜鏡,或爲一列三稜鏡,或爲一片玻璃,或一片金屬鏡(Speculum metai)（或平面或凹面）,每寸長刻5000至20000等距線紋,此片名曰迴折格子(Grating).三稜鏡及迴折格子皆所以司放散之事,卽將波長不同之光線放散於各方也.故名之曰放散鏡(Dispersion piece).若以此鏡看遠處之光點(如星),則見其非復爲點,已成爲有光之長條紋矣.一端爲紅色,一端爲紫色.若與稜鏡邊或迴折格子線紋成平行之光線,則不僅成爲有色之條紋(Streak),且成一帶光線譜矣.測者卽可由此光線帶對於天體多增許多知識.此帶稱曰光譜,或曰彩色帶,或名曰分光景.

爲便利計,於圓筒之一端置一光差物鏡,此鏡之焦點處卽爲筒之他一端,於其上作一狹光縫,俾光得入而成爲光線.此筒及透鏡及光縫合成一物名曰進光筒(Collimator).察看彩色帶亦不直接用目注視,乃用一小遠鏡,名曰視遠鏡(View telescope),以示別於分光器所附之大遠鏡.



第一四五圖

分光器之構造,即由進光筒、放散鏡、視遠鏡三部分組成.然有一種直視分光器(Direct view spectroscope),則無視遠鏡.設於光縫 S 外,映以單純光體.所謂單純者,其體之質純一其光波單而不雜也.如光體爲黃色,則光縫之影將生於 Y 處.如同時更置一不同波長之紅色光體,則光縫生第二影於 R 處.測者即見有兩亮線(Bright lines)之彩色帶.此亮線非他,即光縫之影也.若以蠟燭光代之,則將見無數之光縫影銜接成帶,謂之連續光譜(Continuous spectrum).若以兩金屬球之電花代之,則將見間斷光譜(Discontinuous spectrum),爲不同色之亮線組成,而其背影爲暗色.日光之彩色帶則不然,其大體爲連續光譜,間有無數暗黑線(Dark lines),各色光線互爲分離.此暗線名曰夫洛音侯佛(Fraunhofer)線,因其於1814年首先考究此線也.日光經三稜鏡折成紅(Red),橙(Orange)、黃(Yellow)、綠(Green)、藍(Blue)、靛(Indigo)、紫(Violet)七色.日彩色帶之夫氏線之特別顯著者,有 A、a、B、C、D、E、b、F、G、H 等名,其中之 A、a、B、C 等線在紅色部內,D 線在黃色部內,E、b 在綠



第一四六圖

色部內,F在藍色部內,G在靛(深藍)色部內,H在紫色部內.此線乃用以表示各單光種類也.例如言D線卽指與日之光譜內D線相當之光.此種暗線據夫氏所發見者已在600以上,近則謂有4000以上,各暗線在彩色帶中各佔一定之位置.

若使進光筒直注一遠處之光體,則光縫之各部收受光體各部之光,故彩色帶之各光條卽爲全光體之彩色帶,不能分別何光條係光體何部光之彩色帶也.如此使用之分光器謂之爲積聚分光器(Integrating spectroscope).若於光體及光縫之間置一透鏡(遠鏡之物鏡),則於光縫面內映有光體之實影.所以如光縫上部之光全爲光體一部放出者,則中部之光必爲另一部者,其底部之光必又爲第三部者,是光縫上部作成之彩色帶屬於光體某點之光,斯光之影卽落在光縫該部者也.其他各點之光及影亦均同此.如此是將光體各部之彩色帶分別映成,故分光器之如此使用謂之分析分光器(Analyzing spectroscope).

其附分光器於大遠鏡俾應分光色及觀測之併合功用者,洛克亞(Lockyer)謂之遠鏡分光器(Telespectroscope).測日用之分光器以格子分光器爲佳,因稍簡而連結堅實也.

§**213. 光譜分析之原理**　凡欲研究一物質可先將其物灼熱使發光.天空之星體,類皆自能發光,故分光器在天文學上之效用極廣.夫所謂分析光色者,卽依各色波浪之長短而分裂之之謂.凡所謂光皆以太中極小之波浪,波浪長短異,則現不同之色.質言之,高熱白色之光乃綜合各色而成者.各色相合乃呈白色,此相合之各色謂之原色.

分光器中所得日光之彩色謂之太陽之光譜.光譜中各色自分光作用言之,均爲原色.各種深淺之顏色,在此彩色帶中均有一定之位置.易言之,一種顏色卽有一種之波長,於經過玻璃

稜柱時,有一定折射之角向.故無論何色在此彩色帶中有其定位,而即可以其色波長之數量標別之.

凡一物質經熾熱而發之光,均可以分光器分析之,以辨別其各元素.蓋每一元素(在相同之壓力下與同類之情形內)有一種特殊之彩色帶,每一金類質有其特殊之顏色,故藉彩色帶可以辨別各元素.每一元素受高熱而至發光,則自呈一種特殊之彩色帶.而此種特殊之彩色帶即爲吾人識別其質之憑藉,若人之有面然.至於其光之爲人所造,抑或來自極遠之星體,在分光鏡上殊無絲毫之區別.其光一入鏡中,吾人即可從其彩色以判別其元素也.

凡高熱氣體之質,其彩色帶皆爲若干條紋之彩色亮線,皆有定位,疎密有序.每一氣質必有若干條特殊配列之顏色亮線.惟一種高熱氣質之光線,若先令經過一層同樣物質之冷氣,則其本有之顏色亮線俱變爲無色之暗線.蓋熱氣之光爲同質之冷氣所吸收故也.此種試驗之結果,得一重要之公律,凡同質之氣體,冷氣能吸收熱氣所發之光也.

1858年克希侯夫(Kirchhoff)研究不同情狀物體之彩色帶得有如下之斷語.

(一)凡密度較大之光體,其份子運動互相抵觸,不能自由擺動而發光.其在分光器所呈爲連續彩色帶,固體液體或在高壓力下之氣體皆是也.

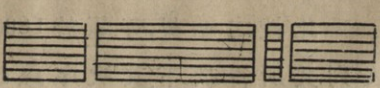
(二)凡在低壓力下之氣體,所呈者爲間斷彩色帶,其色帶爲數百條亮線組成.此亮線有特性,即同一物質在同一情狀下其彩色帶恆同,縱情狀有變,而彩色帶亦或竟不變.

(三)白光通過氣體,即有一部分爲其吸收.所吸收者與氣體自身所發之光色相同.故白光通過氣體後之彩色帶,呈有氣體

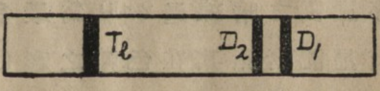
之變彩色帶(Reversed spectrum),或曰吸收彩色帶,即現有暗線而不復爲具有特性之亮線矣.

太陽之彩色帶中有數百條之暗黑線.最初未明冷氣吸收光色之理時,殊未知如何解釋之.今則已明瞭.蓋太陽之光起自光輪,光輪與吾人之間復有一層氣體,即所謂煙輪,熱度較低.光輪內一種元素之光經過煙輪,即爲其中同質之冷氣阻止.此種阻止作用使彩色帶中一質應有之顏色亮線盡變爲無色暗線.此理既明,則暗線之重要殊不減於亮線.而太陽之元素成分亦因以明顯.今知凡地球上所有之元素,太陽上均有之,甚且有一種元素先發見於太陽上,而後再發見於地球上者.太陽光過煙輪遇阻之後,至地面上復遇大氣之阻止而生暗線,謂之屬地線(Telluric lines).然其數極少,日沒時最著,正午最弱,且與空氣之溼度大有關係,故易於識別.

如於分光器之進光筒小孔前,置一酒精燈,於燈蕊內加少許硝酸鈉及硝酸鉈(Salt of thallium).人在遠鏡前考其光之彩色帶,見有鈉之黃色亮線二,鉈之綠色亮線一.如以石灰光置於燈後,則見亮線帶立變爲連續彩色帶,上現黑線三,適佔原亮線之位置.若以屏立於燈焰與石灰光之間,則三黑線立即復爲亮線.



第一四七圖



第一四八圖

吾人所見爲黑線者,係比較背地之光爲暗,非絕對無光也按諸實際,黑線光度反較原亮線大少許.祇因背地之光增加過甚,故覺背地明而黑線暗也,此實驗足以解釋太陽彩色帶.其明亮連續不斷之背地乃由於光輪之雲氣,其作用同於實驗所用

之石灰光.黑線乃由吾人與光輪間存在之氣質之吸收作用而生,有許多爲地氣影出者,然大部爲近日面之氣質所吸收之結果.

§214. 日之化學成分 依據上節所述之理,可得考察地球上已知之物質是否存在日體內.用高放散力之分光器得日之彩色帶,見其有數千暗線.用適宜之裝置,可在暗線中認淸何線係由日之光輪中含有地球上某質之氣體而生.欲作此類考驗,須於一邊爲日之彩色帶,一邊爲所驗物質之彩色帶,方易比較.故於光縫之半部置一比較三稜鏡,使日光反射而入.其光縫之他半部直接收受火焰、電花之光,如用電花以驗鐵質,則陰陽二極皆須爲鐵質製成者.裝置既妥,乃在遠鏡窺之,見彩色帶有上下二部.如比較三稜鏡置在光縫之下部,則下部彩色帶屬於日,上部則屬於鐵質電花.苟鐵之亮線部位與多數日之暗線一致,卽知日中有鐵質無疑.此爲目測法.亦有將彩色帶攝成像片以資比較者.

比較之結果,勞蘭於1890年得有36種元素確存在日中.茲表列其所得於下.其次序以暗線之濃度爲準則,左行自上而下繼接中行再接右行.其各元素右邊之數字係以暗線之多寡爲序.鐵質之暗線過2000,爲最多者,故列爲1,餘依次而殺.其右角有星記者,指其在色輪之彩色帶中時爲亮線,或恆爲亮線.此外尙有氦元素(Helium,亦曰氜)僅在色輪之彩色帶中呈亮線.表中除碳質外,皆爲金屬元素(就化學論氫亦爲金屬質),地球上之主要元素如氧(Oxygen)、氮(Nitrogen)、氯(Chlorine)、溴(Bromine)、碘(Iodine)、硫(Sulphur)、磷(Phosphorus)、砷(Arsenic)、硼(Boron)等皆未發見.吾人不得卽謂日無此種元素,或者此種元素在日之情狀之下所呈之彩色帶與在試驗室所呈者不同,是以難於辨識.如氮

鈣*	Calcium	11.	鍶*	Strontium	23.	銅	Copper	30.
鐵*	Iron	1.	釩*	Vanadium	8.	鋅*	Zinc	29.
氫*	Hydrogen	22.	鋇*	Barium	24.	鎘*	Cadmium	26.
鈉*	Sodium	20.	碳*	Carbon	7.	鈰*	Cerium	10.
鎳*	Nickel	2.	鈧	Scandium	12.	鋊	Glucinum	33.
鎂*	Magnesium	19.	鈍*	Yttrium	15.	鈠	Germanium	32.
鈷*	Cobalt	6.	鋯	Zirconium	9.	銠	Rhodium	27.
矽	Silicon	21.	鉬	Molybdenum	17.	銀	Silver	31.
鋁	Aluminium	25.	鑭	Lanthanum	14.	錫	Tin	34.
鈦*	Titanium	3.	鈮	Niobium	16.	鉛	Lead	35.
鉻*	Chromium	5.	鈀	Palladium	18.	鉺	Erbium	28.
錳*	Manganese	4.	釹	Neodymium	13.	鉀	Potassium	36.

在不同情形之下,呈多樣截然不同之彩色帶是也.

洛克亞謂未見之物質並非元素,或已爲日之高熱分解之而祇剩其分體存在矣.吾人所謂元素實皆有分解之可能,許多元素在日星中被分解,並有可爲試驗室之電火分解者.

§215. 煙輪　就克希侯夫原理考之,光輪上層之氣圈吸收其同質之光,使日彩色帶變呈暗線.若其本身之光離光輪而獨立,當仍爲亮線之彩色帶;惟此頗難見諸實際.僅在日全食時,因月球之視體大於日之視體,故日爲月球所掩盡,然氣圈仍在外,適爲實驗之機會.測者預將分光器對準氣圈,靜觀其變.及時果見暗線一變而成亮線,光彩煥發,漸復消失,自始至終,約近二秒鐘.由是觀之暗線之成由於光輪之氣圈吸收同質之光也.此氣圈名曰煙輪.月球在二秒間移動之途徑,在太陽面當爲 500 英里,故知煙輪厚約 500 英里.

然全暗線不定盡變爲亮線,因此不定乃引起不同之解釋.洛克亞對於煙輪之有無頗生疑竇.伊謂日體外之大氣頗爲浩廣,其上層大氣內之鐵質成分複雜,在日食初起時卽顯有不甚亮之彩線而歷時較長.其由近日面之鐵質所顯之線,則亮而歷

時短.故日全食時所見之多數亮線,乃由此近日面之鐵質也.

§216. **杜費原理** 杜伯勒(Doppler)於1843年關於彩色帶之變色,費覺(Fizeau)於1848年關於彩色帶線之移動,先後宣佈其原理曰:凡發出整齊震動之物體,如光體或音源等,與吾人之距離增遠時,吾人每秒所受之波數減少,而其波長則相應而增大.距離迫近時,則反是.所以當光質(如氫質之光)向吾人衝來,或吾人向其迫近時,其彩色帶線之波長減短,而由其正常之定位向藍色一端移動,其所移之數隨衝來或迫近之速度而異.

設V爲光之速度(每秒186330英里),r爲測者背光體而走之速度,S爲光體背測者而去之速度,設令W爲彩色帶內某定線之正常波長,W'爲受光體及測者行動影響時之視波長(Apparent wave length),則

$$W'=W\frac{V+S}{V-r}.$$

r及S與V比皆爲極小之數,所以

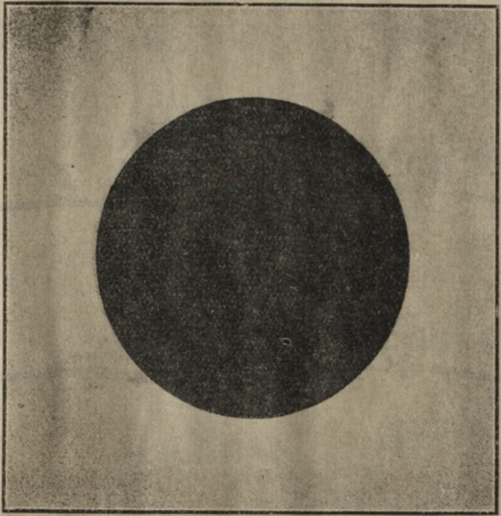
$$W'-W=W\frac{r+S}{V-r}\text{略}=W\frac{r+S}{V},$$

或
$$\frac{W'-W}{W}=\frac{v}{V}.$$

v即爲光體與測者間距離增加率(距離減少則v當爲負數),用今時之分光器,每秒少於1英里之行動,可依此法考察之.

§217. **色輪及日珥** 光輪之外爲煙輪,煙輪之外爲色輪.煙輪實色輪之密度大溫度高之部分耳.所以稱色輪者,因於日全食時見其爲深紅之玫瑰色也.其色由於其主要成分之氫.色輪厚自5000以至10000英里,其形狀如深紅火焰,此非由於燃燒,蓋氫與他質混合時皆如此也.色輪之彩色帶爲亮線,除日珥所有者外,尚有其他之線,氫線、氦線及鈣之H及K線皆爲最顯著者.

1842年7月朔日食,見食旣之地(如維也納)俱見月體



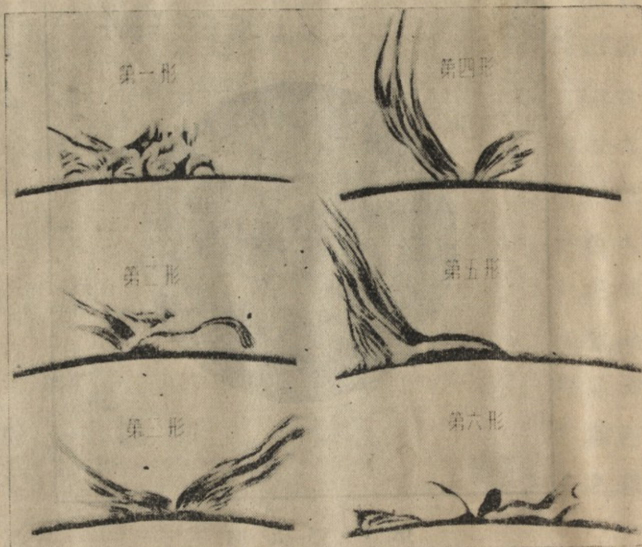
第一四九圖

外發出三峰,其色若玫瑰,如第一四九圖,或云如火焰,或云如山,斯卽所謂日珥也.

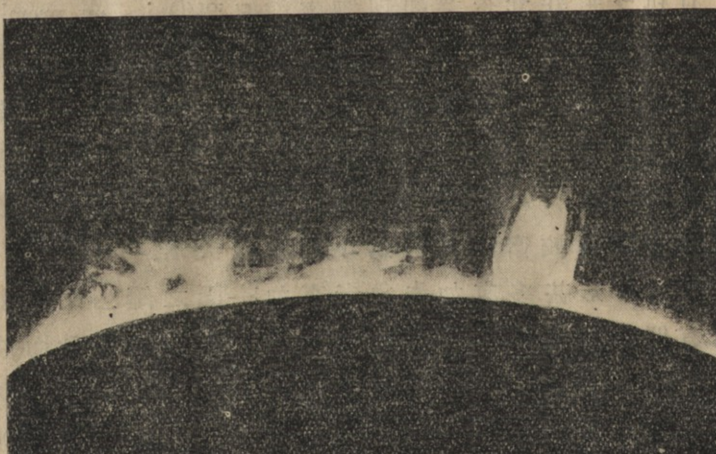
日珥之形狀甚爲美觀,所謂甯靜日珥(Quiescent prominences)者,如巨大之雲,高約 60000 英里,廣亦相稱,光度微弱而甚瀰漫,其形狀經數日不變.所謂爆發日珥(Eruptive prominence)者,高約 200000 英里,有至 400000 英里者,光輝較彊,且頗活動.在黑斑附近者尤著.其形狀倏忽變化,有時可見其動象,其速度每秒至少 250 英里.體積較甯靜日珥爲小,間有較大者.

日珥奇形甚多,有如牛角者,有如花園之籬笆或高挺之檜樹者,有似茂林其枝相交如網者,有如火燄或煙上升而被風吹斜者.1917 年日食,見一日珥於 7 時內,自日面上高 130000 英里處,直升至 500000 英里以上,則其每時上升之速度約60000英里.夫以烈火之柱飛升如此之高,不亦奇觀乎.

日珥彩色帶有亮線甚多,而以氫線爲最著,且在 D_1 及 D_2 線



第一五〇圖

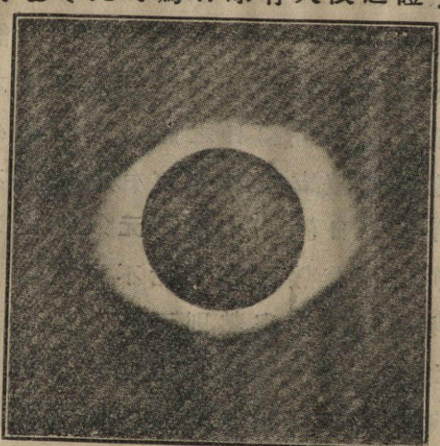


第一五一圖

之旁見有D_3之黃線,又有鈣之H線及K線.此外尙有數線不甚明顯,惟當太陽熱力最盛之時,更見輝線數百,爲鐵、鈦、鎂、鈉等元素所發.

初時D_3線之相當元素,無人識別,乃姑名之日氦,意謂太陽中特有之氣體也.逮至1895年來穆則(Ramsay)於靑鑛石(Uraninite)中發現一種新元素,其彩色帶呈同樣之亮線.爾後在隕鐵及他種鑛物內復發現此種元素.因知氦不僅存於太陽中,即地上亦有之,是爲分光器所奏之大功.

§**218. 日暈**　用窺日鏡望太陽面,見其中間之光最盛,四邊之光略微.或映其影於白紙上驗之亦然.此必太陽光體之外另有最淸之氣包之,四邊之光所過氣厚,故然也.日全食既時,太陽周圍白光四射,內圈尤明,與日珥之紅色相輝映,倍覺美麗.其光帶與日同心,非與月同心,則知非出於月,故謂其現象曰日暈,此日外有氣之證也.凡空氣漸高漸輕,下層若成浪,則上層必舉起更高,故比諸流質所生之浪甚大,此因空氣不全受向心力,而永動性能使之更高也(此可爲日球有大浪之證).



第一五二圖

日暈彩色帶中有顯著之綠色亮線一,其位置與克氏圖中1474號亮線相合,因疑此線爲鐵質所生.但日暈位在以氫爲主質之色輪之上,鐵重於氫,安得駕而上之.迨至1896年日食時攝取日暈之彩色帶,悉心研究,乃知綠色亮線在1474號亮線($W=5317$)附近,並不相合.其波長約近於5304.且於紫色部及紫外部中發現他種亮線,概爲前所未見.故日暈中必有比氫尤輕之新元素存在,今暫名之曰氜(Coronium).

日暈在太陽兩極附近不甚展開,在赤道及黑斑帶內其光條有長至5或6度者,是長約9000000英里矣.由其彩色帶光之波長,可知其內側爲紅,外爲黃,最外爲紫色.

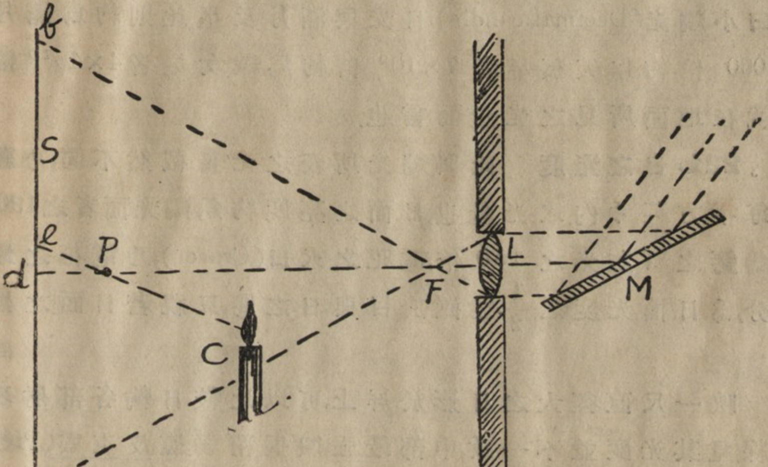
§219. 日之光熱 太陽面熱最大,何以知之.凡熱與光離所發處漸遠,則其力漸小.其力漸小之比例,若距線平方之反比例假如有大小相等二面,一在地面,一在日面.其受熱大小之比,若太陽半球面與半天球面之比,卽一與四十六萬之比.今地面些子熱,以陽燧聚之,尙能銷諸金,令化爲氣.則日面之熱當如何耶.凡化學中之熱愈猛則愈易透玻璃,而太陽之熱已遠行至地球透玻璃尙甚易,則日面之熱當何如也.最大火燄在日光中卽不見,燒物至通赤,移置日光中,但見黑色,則日面之熱當如何耶.觀通赤燒物變黑色,則黑斑爲日之體,可信日體必最熱,恐亦猛火也.然此不敢遽定,日體或冷,亦未可知.蓋光熱在外,日體在內,中間有雲隔之,令光照日體不太猛,而元氣漸近,日體漸緊,令外之熱氣不得入,則云日非熱體亦未始不可也.

地面諸物無日之光與熱,則不能生動.氣非熱則永靜而不成風.雷電亦由熱氣所感動.吸鐵力,北曉,皆由日氣所發也.植物資水土,動物食植物亦互相食,然無太陽之熱則俱不生.草木成煤以資火化,海水化爲氣散入空際,凝爲雨露,以潤地脈,湧而爲

泉,匯而爲澤,流而爲江河,皆日之力也.因熱之力,化學中諸元素之變化生焉.或合而分,或分而合,以成諸新物.而地質或爲風雨所消耗,或因寒暑而變化.瀕海濱河之地,浪激波衝,日受侵削.沙泥石屑,隨流遷移,運入大海,日積月累,海底壓力增大,相對之地壓力減小.地中之火受壓不均,則從力小處湧出而爲火山,推其源,皆日氣所爲也.日之功用大矣哉.

日果爲火耶.其火何以能久存不滅,化學中諸理皆不能推其故.可見天下習見者,其理最深難明也.或言其熱因磨而生,或電氣永永常發,而非氣與實質所能生也.

§ **220. 日之光量**　如第一五三圖鏡 M 反射日光,使其經過半英寸直徑之透鏡而入暗室中.當其過焦點後在 S 屏上作一



第一五三圖

光輪,其大小隨屏之遠近而異.設屏所立之處光輪適爲10英尺直徑(240倍透鏡之直徑),則此光輪之光與室外之日光比爲1與240^2(=57600)之比(不計在反射鏡及透鏡所失之光).於

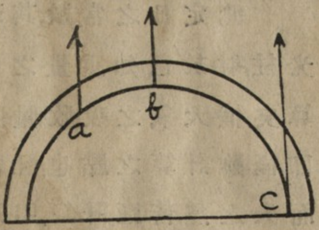
屏之近處置一鉛筆P,另燃標準蠟燭一支,前後移動,俟燭光所投鉛筆之影與日光(自透鏡來)所投鉛筆之影同其暗度,在此時燭去屏之距離當爲一公尺(Meter).所以日在天頂時所映於屏面之光度與距一公尺遠標準燭之光度比約爲60000倍.若再計算大氣之吸收,則當爲70000倍.再以150000百萬(日距地大概之公尺數)之平方乘70000,則得其數爲1575×10^{24},是即工程家所稱之太陽燭光也.

標準蠟燭乃重$\frac{1}{6}$磅之鯨油蠟於1時內燃去120粟(Grains)(5760粟=1磅),即燃去蠟之$\frac{1}{8}$者也.1890年巴黎會議所提議之標準比此少$\frac{1}{100}$,乃融燒一平方公分之白金所發之光之$\frac{1}{20}$,稱曰小燭光(Decimal candle).日光與滿月及星比則約爲滿月者600000倍,約爲天狼星者7×10^{9}倍,約爲織女星者4×10^{10}倍,此皆就在地面所見之光量而言也.

§221. 日之光度　此與燭光所表之光量截然不同,乃發光面每平方英寸內之光量也.日面之亮度約爲燭光面者之190000倍,爲鈣之石灰光之150倍,電花之火口(Crater),乃電花之最亮部分,爲日面光度之$\frac{1}{2}$.然置於目與日之間,只視若日面之黑點耳.

映一尺直徑大之日影於屏上,可以比較日輪各部射來之光線.見其光度並不一致,中部最强,四周稍弱.據皮克靈(Pickering)實驗,邊緣之光度約爲中心者之$\frac{1}{3}$.並色亦不同,自邊緣來之光爲黃紅色(Brownish red).蓋因彩色帶之紅黃二種光線在邊緣所失之亮度較其藍紫之二種爲少也.蒍哥爾(Vogel)謂後者所受之影響約二倍於前者,故日之攝影所示邊緣之暗較由遠鏡所見爲尤甚.

日邊緣之所以較暗者,因周圍氣圈之底部吸收日光線之不平均也.看第一五四圖其理自明.中心 b 處之光線穿過之氣層較薄,所被吸收者當然較少.a 處則較厚較多,c 處則更厚更多矣.如其他情狀不變,則氣圈愈薄,在邊緣與在中心吸收百分數之比愈大,邊緣之暗亦愈顯.



第一五四圖

頗有擬由所見邊緣與中心光亮之不同,推定日光被吸收之百分數者,然皆須先立不可靠之假說,故難得可靠之數也.或者日外大氣吸收之光量在日分之50與80之間,即去其氣圈日光之亮可加至2倍以至5倍也.蘭格利(Langley)曾早言過,剝去太陽之氣圈,則太陽之黃白色將變為滿藍色,因藍紫光線之被吸收較在彩色帶之低端者為多也.

§222. 日之熱量　地球吸收日之熱量,乃謂當日在天頂時,單位面積之地面,於單位時間內,所吸收日熱之數量也.工程家所用熱之單位為卡洛里(Calorie),即使重一公斤之水,升高攝氏1度,所需之熱量也.由觀測所得,每平方公尺之地面,垂直於日光之下,每分鐘得吸收21卡洛里,然此乃假定日之熱量未被地上大氣所截取也.實際日在天頂時,地上大氣能吸收其熱量之 $\frac{30}{100}$,日在地平時則更甚.此每平方公尺每分鐘21卡洛里之熱量,通稱曰日之常數(Solar constant).

工程家之卡洛里為量過大,不便於用.有以公分重之水代公斤者,如此之卡洛里為工程家卡洛里之 $\frac{1}{1000}$.故有許多著者謂日之常數為每平方公分之地面,於每分鐘內,吸收之小卡洛里數,其數即變為2.1矣.若全體皆變為 $C.G.S.$ 單位,則以秒代分,日之常數即約為每方公分每秒鐘 $\frac{1}{30}$ 小卡洛里矣.

測定日之常數,其理甚簡,而其法甚難.引已知截面大小之光柱,射於已知重量之水,於定長之時,量其所昇之溫度,卽得推算矣.惟大氣之吸收量隨氣之透光情形,及日之高度而時變,此卽極難計算之點也.且當實驗時,水由他處得來之熱,及因放射而失之熱,皆應計算.用以測定日之常數之儀器,有溥耶(Pouillet)之Pyrheliometer,外歐里(Violle)之Actinometer,及蘭格利之Bolometer,皆量吸收熱量之器也.

茲不計熱之損失,試以日熱能於定時內融解若干厚之冰表明日之熱量,因日之常數爲每平方公尺每分鐘21卡洛里,故一時內落於一平方公尺之熱量能使1260公斤(或立方公寸)之水昇高攝氏1度.因冰之融解熱量爲79.25,故日之常數熱量能融解 $1260\div79.25=15.9$ 公斤之冰.冰之比重爲0.92,故此量之冰爲 $15.9\div0.92=17.3$ 立方公寸.若以之鋪於1平方公尺面積之上,當爲17.3公釐或0.68英寸厚之冰.總言之,卽每分鐘21卡洛里之熱量能於1時內融解厚17.3公釐之1平方公尺大之冰塊.地球吸收之全熱量乃其直徑斷面所截取者,亦卽其大圈之面積所截取者.在此圓平面上,如此之熱量每年能融解之冰塊,其厚當爲 $\frac{17.3}{1000}\times24\times365\frac{1}{4}=151.5$ 公尺,或497英尺.準此則每年在赤道上能融解之狹帶冰塊當爲 $\frac{151.5}{\pi}=48.2$ 公尺或158英尺厚,因此赤道狹帶面所截收之熱卽圓平面上橫跨直徑之同寬面積所當截收者也(卽 $\pi DWH=DW\times151.5$).又地球全表面之面積爲直徑圓平面之4倍,設日之熱平均分布於全地面,則其每年能融解之冰當爲 $\frac{151.5}{4}=37.9$ 公尺,或124.2英尺厚.惟日之常數21卡洛里並非確實之數,或者須減去百分之十,若在地面上或竟不足18卡洛里.日熱雖被大氣吸收而致減少,然大氣吸

收者能昇高氣之溫度,間接仍傳於地面,惟其傳來之分數不能量度耳.

（註　D為地球直徑,W為冰帶之寬,H為冰帶之厚.）

由熱之機械等力(Mechanical equivalent of heat)得知一馬力等於每分鐘$10\frac{7}{10}$卡洛里.所以若不計大氣之吸收,則日在天頂時,每平方公尺地面將繼續吸收約不足2馬力之譜.因大氣吸收此數乃降為$1\frac{1}{4}$馬力.適當之機械器,如愛里克生(Ericsson)及穆考(Mouchot)之太陽機(Solar engine)僅約能用其$\frac{1}{8}$(即$1\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}$馬力).愛里克生11英尺×16英尺之反射器(Reflector)所聚之熱能使3馬力之機器得轉動而工作適宜.以全地面論,每平方英尺1年內所收積熱之能力約為100英里噸,即地面每平方英尺1年所收積之熱力,若用之於完善之熱力機,能起100噸之重物至1英里之高.

以上係地面所受之熱量,若論日在其表面放射之熱量,則必較此更大也.以日地距與日半徑比之平方,即93000000英里與433250英里比之平方,乘日之常數得46000×21.以文字表之,即日面每平方公尺每分鐘所放射之熱量約46000倍地面每平方公尺所受者,亦即日面每平方公尺於1分鐘內放射約1000000卡洛里.以馬力言之,約為每平方公尺繼續施作90000馬力之功.設若日球全體凍45英尺深,此放射之熱量能於1分鐘內盡融解之.設有一冰柱,截面為$2\frac{1}{2}$英里之平方,長等於日地距,若能設法將日面放射之熱量聚於一點,將於1秒鐘內盡融解之,並於7或8秒鐘內盡化之為蒸汽,欲以燃燒保持如彼之熱量,須每時燃燒包圍日之全面19以至24英尺厚之上等無煙煤層.以單位面積計之,約每平方英尺每時燃燒1噸多之煤,至

少10倍最大化鐵爐之消費.以此消費之速率,苟日體爲煤組成,將不能延5000年.

以上所計係假定日熱之放射各方咸同,在理恐無使其不如此者.所以日放射之熱僅有極小部分着於天體,其餘皆虛廢矣.就今所知地球僅受全部之$\frac{1}{2200000000}$,其他行星流星彗星所受者其總不過10倍或20倍地球所受者.是太陽系所受之熱不過$\frac{1}{100000000}$（一萬萬分之一）,其他有着於極遠之星者,然多部虛擲於星之空間.

亨利(Henry)於1845年經實驗證明自日緣來之熱,如光然,少於由日心所來者.蘭格利謂其約爲日心之半數,蓋亦因日周大氣之吸收也.

§223. 日之溫度及有效溫度(Effective temperature)　吾人雖能設法計算日之熱量,然不能量其溫度,僅由其多量之紫光線及其光線之穿透力,推定其溫度爲極高耳.日之溫度最爲苦人,因其各部之溫度不一也.爲免去此困難,乃假定一有效溫度以代其實際之溫度.有效溫度者,一片燈煙(Lampblack)放射如日之熱量所必有之溫度也（物理家以燈煙之放射力爲單位）.物體之放射熱量固與其溫度並增,然現今尙無完善之定律歸納溫度與熱量之關係.牛頓之放射律（亦曰冷却律,即一物體因放射及對流所失於其周圍物體之熱量與兩物體之溫度較成比例）,當然不合日之情況,愛里克生及塞岐由之推算,得數在百萬之上.司台番(Stefan)律爲$E=kt^4$, t乃絕對溫度,k爲常數,隨放射體之物質而異.威爾遜及格雷(Gray)於1894年得有效溫度爲攝氏8000度（華氏14440度）,頗與此律相合.雖非確數,然總在華氏10000度至20000度之間,較爲可信.

§**224. 日熱是否源源不絕**　日放射如許大量之熱,若其熱因燃燒而生,縱全日爲固體煤質於氧氣中燃燒,已早燃盡矣.若日爲熱體,已早冷却矣.然則日何以能保持其熱量,其說不一,玆分述之:

(一)隕石說　行動之物質被攔止,其質之能力(Mass energy)變爲分子能力(Molecular energy),其多數則爲熱.根據此理,則有下式推算其所發之熱量:

$$Q=\frac{MV^2}{8339}.$$

Q 爲所生之卡洛里數,M 爲動體之質量以公斤計之,V 爲每秒若干公尺之速度,其分母爲熱之機械等力乘以 $2g$ (卽 $425\times2\times9.81$).

由遠處飛來之隕石落於日內,其速度約爲每秒 380 英里,卽約 610 公里.重一公斤之物體以此速度飛觸日面,能生 $\frac{(610000)^2}{8339}=45000000$ 卡洛里之熱.若此體爲煤質,如此所生之熱較燃燒所生之熱大 6000 倍.夫隕石旣常落於地面,亦必常落於日面,故謂日熱源於隕石.

然可謂日熱之一部分由於隕石,不得謂爲全由於此.若有極多量之隕石近於太陽,則將影響金水二星之行動.觀測旣不見有變動,其隕石量當然不甚大也.並且若日之熱果由於隕石,則地面亦有隕石,當然亦由此受有若干熱量.然實際如此收受之熱量極小,故可想象日熱之源於隕石者亦必極小,或尙不及其百分之一耳.

(二)海木侯爾斯之太陽收縮說　海木侯爾斯(Helmholtz)謂日源源不絕之熱力由於其體積逐漸縮小,所以縮小者,因其氣質之部分漸變爲液體及固體也.凡物體勝過阻力逐漸落下某距離而停止,其生出之熱量同於自由降落而立被停止之所生

者.所以若日果縮小,當如此生熱,其量必甚大,因日面之攝力約27倍地面重力,而其收縮之質量又最大也.當其縮小時,日面各質點向內移動之數等於日半徑所短之數.在日面以下之質點向內移動之數小,其所受之重力亦小.然全體之質點除正在日心者外,皆於生熱有份.惟欲推算與收縮相當之熱量,即縮小若干生若干熱量,須知日之密度由面至中心增加之規律.但海木侯爾斯曾證明於最劣情狀之下,日之直徑於一年內縮小60公尺或200英尺即產生太陽全年所失之熱.若果如此,其縮小之緩慢幾難於測視.約須10000年始能使日之直徑減去一秒之弧.如縮小較此爲快,則日雖逐年損失其熱量,亦必升高其平均溫度.欲知此理是否合於事實,舍長期觀測無別法焉.

雷音(Lane)於1870年謂氣質之圓體因放射而失其熱及應自身之重力而收縮,必溫度高昇而成更熱,以至其不復爲純氣體(Perfect gas)而止.所謂不復爲純氣者,指其或始化爲液體,或其密度已至足使純氣定律不再適用之程度.氣質收縮所生之動勢能力(Kinetic energy)比引起收縮之喪失熱量爲大,即除償足所失外尚有餘力而使溫度昇高也.若在固質或液質則不如此矣.其在自身重力之下,因喪失熱量而收縮,而此收縮所生之熱量永不足補償其所失者,故其溫度降而體冷也.現今日之純氣質與液質之比例分數似若正足維持其溫度之不變.其液質之部分即作成光輪浮雲之水珠也.準此則日之溫度將就衰矣.

若日之收縮爲日熱之惟一來源,則日熱必有盡時,回溯亦必有肇始之時.惟現今所知者實不足推算日將來壽命之確數.牛考卜謂日若保持其現今之放射,將於5000000年內其直徑縮成現今一半之大.一至如此之大時,其密度必8倍於現今者,即其不能大部分復爲氣質矣,其溫度必起始低降也.由牛氏之推

定,日似若再不能繼續供足用之熱,維持地上之生活一如現今之世,以至 10000000 年（一千萬年）之久.

依此假定,上推日之過去年齡則較推定將來之壽命爲確.只須知其現今之放射量及其質量,卽足以推算日經凝結之逐漸變化保持其現今熱之强度已歷若干年歲,此不過幾何學之推算耳.縱日之原始直徑大過海王星軌道數倍,縮至現大之直徑,其歷年散熱之總量約爲今一年內所散者之 18000000倍.所以日以現今之速度放散其熱,若其熱之來源純由體積之收縮,其已歷之年不能多過18000000年（一千八百萬年）也.

雖然日熱不能謂盡由直徑收縮而生.日面氣體中含有多量之氦.溯其來源或由鐳質(Radium)遞變而成.化學家考得鐳有極强之放散作用,漸次變化放出氦質,而本體則變爲鉛.祇以日中溫度過高,故鐳之變彩色帶或亦因而改變,與實驗室中所見者不同,難於驗出.據驗,鐳一公分發散之全熱量爲炭一公分燃燒所生者之 250000 倍（二十五萬倍）.若果日中之放射性元素如此分裂,豈不亦爲其熱量之來源耶.

§225. 日之情狀

(一)日本體或日核之性質吾人尙不得知,就其平均之低密度及其高溫度論之,或者爲氣體.並且此核內之氣質,因其熱度之極强及受日之鉅大重力而凝結,絕不同於吾人實驗室中氣質之情形.達爾敦律(Law of Dalton)謂無論若干不同之氣體同囿於一處,皆有向全空間充散之勢,一若他種氣體未存在者然.博以爾律(Law of Boyle)謂定量氣體之容積反比於其所受之壓力,卽爲 $PV=P'V'$.給呂沙克律(Law of Gay Lussac)謂恆量壓力下之氣體,容積隨溫度一致的同增,卽 $V_0=V_o(1+at)$.此三律卽所以規定氣質之特性者也.若氣體中雜有液體如蒸汽然,則此三律

皆被破壞矣.據此,若日核內爲純氣質,其中心之質必較水爲密而粘,或者如膠如油精然.

(二)光輪或爲熾熱之白雲氣遇冷處凝結而成者也.其中之小質點,或爲液質,或竟爲固質,浮遊於氣中.雖質點之溫度與其氣同,其放散力則大於氣.日爲光熱之源,光輪之作用一若威斯巴和(Welsbach)燈之網罩(Mantle)然.

(三)光輪白雲浮於大氣中,此氣中仍有多量未凝結之蒸汽,此蒸汽卽白雲之所由組成者.此種現象與吾人大氣中雲外空氣飽含水氣相同.日外隱含蒸汽之大氣(或非甚厚)組成煙輪(變光層),由其選擇之吸收作用乃生日彩色帶之暗線,並由其一般之吸收作用生出日緣之暗淡.惟洛克亞則不認有此層而謂日大氣中均有吸收之作用.

(四)色輪及日珥爲恆氣質(Permanent gas)所組成,大部分爲氫及氦.此氣質於近光輪處含有變光層之蒸汽,然常昇至極高之處,爲蒸汽所不及.此現象一若色輪爲噴出之灼熱氫氣所組成,穿過光輪白雲間而上昇,如火燄之行於煤火然.

(五)日暈亦靠近光輪之上,其彩色帶有特別之綠線.此綠線在光輪面處,其煙輪內,及在其本身之色輪內,均爲最亮線.但日暈所至之高,雖日珥有不能至者.其所含者非全爲氣質,除含有氫及氦(或鐳)外,尙含有隕石或他種物質之塵埃.因非於全日食時不能向之作觀察,故其現象多無法解釋也.

第224節註一 經實驗證明重一公斤之物,在近地面處,受地心攝力下降425公尺,能生足使一公斤水昇高攝氏一度之熱量,斯卽工程家之卡洛里也.故一卡洛里之熱等於425公斤公尺之功,後數卽熱之機械等力.

註二 日由 c 直徑縮至現徑(=1),設其質之純勻仍得保持不變,其因收縮所作之功爲 $W=\frac{3}{5}\left(\frac{c-1}{c}\right)G\frac{M^2}{R}$. M 及 R 爲日之現質量及現半徑,G 乃單位質量在

單位距離處之攝力,可由$g=G\frac{m}{r^2}$求之,m及r爲地之質量及半徑.如以公斤爲質量單位,秒爲時單位,公尺爲距離單位,則其因此工作生之熱量爲$Q=\frac{W}{425g}=\frac{2W}{8339}$.設$s$爲物質之比熱,$T$爲物質因發熱而昇高之溫度(攝氏).則$Q=sMT$.故得

$$T=\frac{3}{5s}\left(\frac{c-1}{c}\right)\frac{r}{R}r\frac{M}{m}\cdot\frac{2g}{8339},$$

$g=9.81$, $\frac{M}{m}=332000$, $\frac{r}{R}r=\frac{1}{109.4}\times 6371000$.設日自無窮大直徑縮起,則$\frac{c-1}{c}=1$.以水代日質,則$s=1$.代入式內得$T=27268000$度.即日自無窮大縮至現大所生之熱足使與日質同量之水昇高二千七百萬餘度.據阿保特(Abbott)驗得日每年放散之熱足使與日質同量之水昇高1.44度.前數爲此數一千八百萬倍,故謂日已一千八百萬歲.

第十六章

月（太陰）

§**226. 月之視動**　月行於諸恆星之間，與天球每日向西之行相反，亦如日而甚速於日，故一夜之中歷視數時即能覺之.其行有遲有速，並南北擺動，而不留不逆，約$27\frac{1}{4}$日由恆星起而復回至該恆星，亦即繞地一周也.月與地共繞其公重心而旋轉，惟月甚小於地球，其公重心在聯月地兩心之直線上地面下1100英里處.

日須一年東行一周，月之東行既較日速，故時常追及日而過之.當追及時謂之新月.由新月至下一次新月之時間，即吾人之所謂月也.

月之繞行，由恆星復回該恆星所需之時間平均爲27日7時43分11.55秒±0.03秒，或27.32166日，是爲恆星周期.因其軌道之偏心率及攝動(Pertubation)，此數至大有3時之變異.其在諸恆星間每日之行動爲　360÷27.32166，幾爲13度11分.

其由新月復至新月，或由滿月復至滿月，所需之時間平均爲29日12時44分2.86秒±0.03秒，或29.53059日，是爲朔望周期，即普通之月也.此數因月之軌道偏心率及地軌道之偏心率，至大約有13時之變異.

朔望周期長於恆星周期，因在恆星月中日已前行，故須追及而與之復會也.

月去日之弧距謂之偏角.在新月時爲0，是謂之日月會合(Conjunction)，亦謂之朔月.在滿月時爲180度，是謂之日月對衝(Opposition)，亦謂之望月.在半月時爲90度，謂之弦月.

§227. 月周期之推定　長時期用子午儀直接觀測月之赤經緯卽可得月之恆星周期.

若月之行動無固定之加速度,則比較古時月食及今時之月食卽可定其朔望周期.據史載耶紀前763年6月15日早9時及10時間曾見有月食,以此比較1887年8月之月食,其間歷有30000月.卽使古時之觀測有差,雖差至10時,亦不過使月之長約差1秒耳.惟今時月之長稍較在2000年前者爲短.

§228. 恆星周期與朔望周期之關係　設M爲月之恆星周期,則其每日所行之周圈分數(Fraction of a revolution)爲$\frac{1}{M}$.同理地球每日所行之周圈分數爲$\frac{1}{E}$,E乃1年之長也.此2數之較卽月每日較日多行之周圈分數也.在1朔望月內(S爲朔望月之長),月較日止多行1周圈,所以每日多行$\frac{1}{S}$周圈分數.由是則有下之方式:

$$\frac{1}{M}-\frac{1}{E}=\frac{1}{S}.$$

代入數字,則

$$\frac{1}{M}-\frac{1}{365.25635}=\frac{1}{29.53095},$$

由此卽可得M之數值.

另有1法,卽日於1年行1全周,於此時內月之恆星周數必比朔望周數正多1全周.1年之朔望周數爲

$$\frac{365.25}{S}=12.369+,$$

所以1年內必有13.369恆星周,而其長必爲

$$\frac{365.25}{13.369}=27.32166\text{ 日}.$$

§229. 月在恆星中之行道　用子午儀觀測1月內每日月

之赤經緯度,則得每日月之位置,以線聯所得諸點,卽畫出月在天空之行徑.此行徑爲1大圓圈,名曰白道割黃道於2點名曰交點.白道面與黃道面相交之線,名曰交點線(Line of nodes).2交點相距180度.月自南趨北之點曰正交點,亦曰昇交點(Ascending node),自北趨南之點曰中交點,亦曰降交點(Descending node).黃白2道之交角在4度57分至5度20分之間,其平均數爲5度08分,是爲白道斜度.

所謂月之行道爲1大圓圈者,乃大略言之也.其實月行1周終,不正復至原處.因其交點刻刻退行於黃道,並月尙有攝動也.

§230. 月之子午線高弧 因白道斜交黃道成5度8分角,其與赤道之斜角必由28度36分(23度28分+5度8分)變至18度20分.在前數斜角時,月之昇交點正在春分點.在$9\frac{1}{2}$年後該點已行至秋分點,彼時其斜角卽爲後之數.在前者情形之下,月之赤緯在朔望月內由−28度36分變至+28度36分.其總變數爲57度12分.在後者情形之下,其赤緯僅變36度40分.月子午線高弧所變之界限正與此赤緯之變界相同.

§231. 月兩次中天之時間 平均計之月每日比日多行12度11.4分,所以月行至子午線(中天)之時刻逐日遲51分(太陽時).

求月相連兩中天之時間可用下之比例式:

$$(360^\circ-12^\circ11'.4):360^\circ=24^h:x,$$

由此得$x=24$時50.6分.

因月之赤經行動常有甚大之變異,遂致此時間亦變於24時38分至25時06分之間.

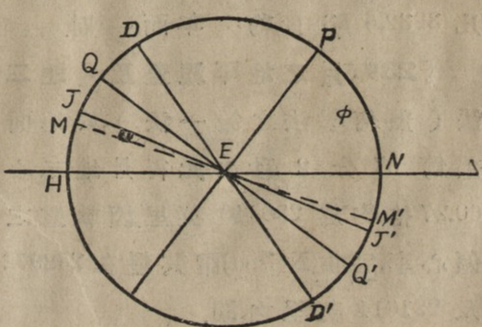
§232. 逐日月昇月落之遲緩 逐日月昇月落之平均遲緩,

當同於其逐日遲過子午線之時刻(51分),但實際月昇之遲緩變異較大.因旣受月赤經變異之影響,復受月在赤經行動不平速之影響也.當月在極北時(其赤緯爲28度36分,是爲最大之數),在吾人所居緯度之處,月之昇時較其在極南時爲早,雖赤經相同時亦然.

在北緯40度處逐日月昇之遲緩最小爲23分,最大則爲1時17分,再北其變異更大.

月昇之遲緩,在滿月時之變異最爲吾人所注意.當其遲緩最小時,月於日落後立卽昇出,如此接連數夕.當其遲緩最大時,月似若直投入地平下.當滿月正在秋分之時,月本身正近白羊宮初度.

如第一五五圖 HN 爲地平,E 爲東點,EQ 爲赤道.此爲測者在天球外自東邊所看天球之圖.由此卽可見黃道近白羊宮之部分與地平所作之角,小於赤道在地平所作者.



第一五五圖

當秋分點(卽天秤宮初度)在地平 E 點時,黃道佔 ED 位置,與地平所作之角大於 EQ 所作者 $23\frac{1}{2}$ 度(卽 QED 角).但若春分點在 E 點時,黃道則佔 JJ' 位置.若白道昇交點正於此時在近白羊宮初度,則白道將佔 MM' 位置.

據此,當月在白羊宮時,夜夜附近東地平而行,其昇時之變異極小.如此至於將近滿月時,乃有所謂收穫月(Harvest)之現象.收穫月者,近秋分日之滿月也,日入至月出之時較諸他月更近

而便於收穫也.其次之滿月即獵者月(Hunter's moon).

瑙威瑞典於此情境時,月之軌道可實與地平相合,所以接連多夕月之昇時純無變異.

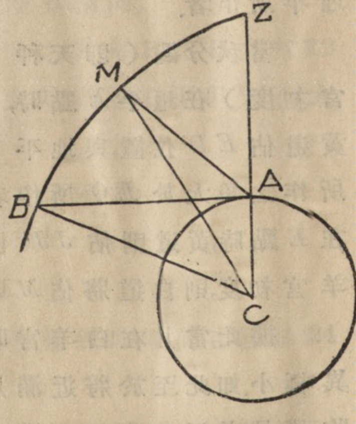
§ **233. 月之軌道** 月如日然,由其在天空之行道不能得知其軌道之眞大小;然可由其測得之地心視直徑推算之.其視直徑隨處不同,而在33分30秒至29分21秒之間.其軌道亦爲橢圓,惟其偏心率3倍於地球軌道者.其平均數爲$\frac{1}{18}$.因月有攝動故時時不同,而總在$\frac{1}{14}$至$\frac{1}{22}$之間.

月軌道長徑之二端曰近地點（Perigee 亦曰卑點）及遠地點（Apogee,亦曰高點）.

其長軸線因攝動亦刻刻變方向,與地軌道同而更速.東行凡3232.5753日,約9年而一周.

§ **234. 月之地平視差及月地二心距** 如測太陽地平視差法（幾何學法之第一法）,於地面二處測得月之平均地平視差爲57分2秒.由此得月地二心距之中數爲地赤道半徑之60.27倍,約爲238840英里.因軌道之偏心率,尼生(Neison)謂其變在252972及221614英里之間.

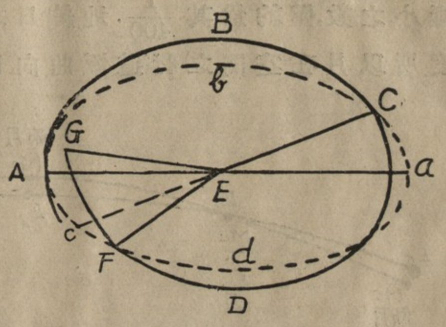
§ **235. 月之實徑及視徑** 知地面測處與月心之距,即可推月之實徑.而月地二心距已知,則但知測處月距天頂度,即知測處與月心之距,如第一五六圖ACM三角形,M爲月,A爲測處,C爲地心.已知MC邊爲月地二心距,又知AC邊爲地半徑,



第一五六圖

又知CAM角爲距天頂角ZAM之補角;故測處與月心之距AM亦可知,而月之實徑不難推矣.如法推得月之實徑爲2163英里.設地徑爲1.0000,則月徑約爲0.2729.又地體積爲1.0000,則月體積爲0.0204,約爲$\frac{1}{49}$.地面積爲1.0000,則月面積爲0.0747.凡地面月之視徑必大於地心月之視徑.月在天頂時,2視徑之較最大.地心月之視徑亦時大時小,中數爲31分7秒,其大小恆爲0.545乘地平視差之數.其變在33分30秒及29分21秒之間.

§236. 月道交點之退行　地繞日之橢圓道方位及大小,其變甚微,必細測乃知之.月繞地之橢圓道,月行一周中,其變略測卽覺.一周終不至原處.蓋其道之面刻刻變方位.連月測之,知其交點刻刻退行於黃道.如圖E爲地,$abcd$爲月道面,$ABCDFG$爲月行一恆星周所過之軌跡.設月



第一五七圖

道不變,則月從正交A點起行,過中交必在相對之點a,而一周終復至A點.今其行不過a點,乃成ABC曲線,而交黃道於C點,距A點不滿180度.其行黃道南成CDF曲線,亦不過C所對之c點,而交黃道於F點,距C點亦不滿180度.故二次過正交中間所行不滿360度,其較爲AEF角度,卽正交退行於黃道之數,必再行曲線之FG一段而成一恆星周.然月不復至A點,而在A點之北G點也.

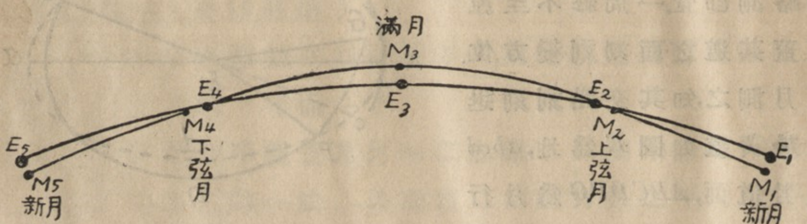
黃白交點退行於黃道每日約3分10.64秒,積67093.39日約18.6年而一周,是謂正交行.當半周時,月道之方向必與初相反.故月行每周必變其道,而成螺線行.而黃道左右各5度8分二

緯圈內之一帶天空,於交點退行一周之中,月必盡行經過.星遇之而被掩也.

§**237. 月之速度** 既知月軌道之大小,及月之周期,則繞地轉行之速度可推算矣.其數爲每時2288 英里,約每秒3350 英尺.

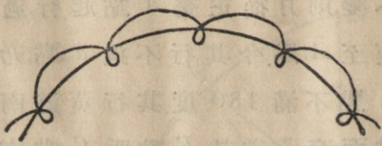
§**238. 月軌道對日之形象** 月繞地行於橢圓軌道,並隨地同繞日轉行.此共同之繞行並不影響其相與之行動.但跳出三天體外之人見之,月繞地之行動,僅爲月之行動之一小部分耳.

月之距地 239000 英里,與日地距 93000000 英里比較,實爲極小之數,僅約爲其 $\frac{1}{400}$. 地繞日之速度亦約30倍月繞地之速度.所以月在空間之行道恆曲向日,如第一五八圖所示然,絕不



第一五八圖

第一五九圖



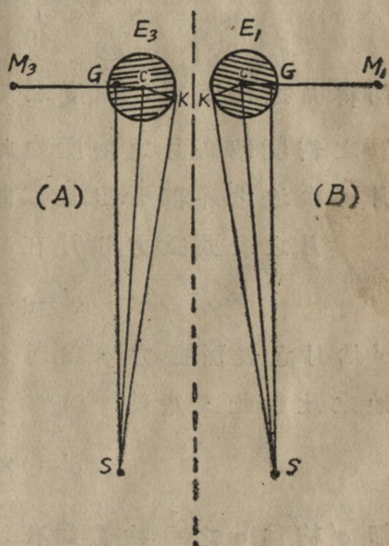
第一六〇圖

如第一五九圖及第一六〇圖所示之有向日曲時亦有背日曲時也.若以 100 英寸半徑之圓,表示地之軌道,則月在此圓道上一裏一外行,僅 $\frac{1}{4}$ 英寸,裏外行動共25次而旋繞一周

§**239. 月之質量** 月之質量約爲地之 $\frac{1}{80}$. 雖月爲最近之天體,然秤月較秤最遠行星之海王星爲尤難.現今略可解決此題

之法有四,茲簡言之:

(一)地與月共繞其公重心,而又同行黃道以繞日.此如大小二球聯於桿,以索繫於重心而旋舞空中,而又共繞其重心.是行於繞日之橢圓軌道者非地非月,乃地月之公重心也.地與月每月繞此公重心行一周.因地有此每月之繞行,所以使日在天空生東西輪流之移動.即地上視日又有小差,每月一周.凡推日度當加減此差,此差乃可量者也.在新月及滿月之時,此移動爲0,公重心在日地聯線上.但月在弦時(即距日90度如半月時),日在天空視若向月移動.此由第一六一圖一見便明.如圖之(B),月在上弦時,日由中位向東約移6.4秒.如圖之(A),月在下弦時,日向西有同量之移動(即 MGS 角爲90度時 MCS 角小於90者6.4秒,即 CSG 角之數值也).因日之地平視差(即由日所見之地半徑)爲8.8秒,所以月地公重心至地心之距離爲地半徑之 $\frac{64}{88}$,約爲2880英里(去地面約爲1100英里),此約爲月地距之 $\frac{1}{82.5}$.由此斷定地質量爲月質量之81.5倍.



第一六一圖

(二)根據地面重力(由擺之實驗推定)推算如月遠之一質點應有之周期.以月之實在周期與此算得者比較,亦可推得月地質量之比.

(三)比較由月引生之潮,及由日引生之潮,可得月日質量之比.再藉日地質量之比,轉得月地質量之比.

(四)月日質量之比亦可由地球章動推算之.

衞星與本行星大小之比,以地球之月爲最大.所以在遠星見之,地與月極似雙行星然.

§240. 月之密度及表面重力　因物體之密度等於質量除以體積,所以月之密度與地比爲

$$\frac{\frac{1}{81}}{\frac{1}{49}} \text{或} \frac{0.0124}{0.0204}.$$

卽得月之密度爲地密度之 0.61,或約爲水之 $3\frac{4}{10}$,約較地面石殼之密度稍高.月之密度如此之小,並不足驚奇,且由此更可信月係由地之外部分出,是不能不比地之內部輕也.

月之表面重力,卽月在其表面攝物體之力,可由下式得之:

$$g'=g\times\frac{m}{r^2},$$

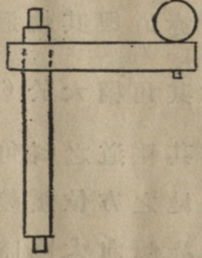
g' 爲月之表面攝力,g 爲地之攝力,m 及 r 爲月之質及半徑與地之比數,此式乃給

$$g'=g\times\frac{0.0124}{0.0747}.$$

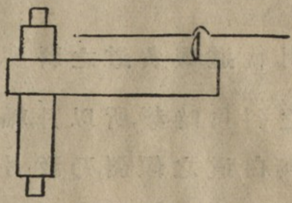
卽 g' 約爲 g 之 $\frac{1}{6}$.物體如在地面重 6 磅,在月面以彈簧秤之僅重一磅.人在月面所跳之高 6 倍在地面所跳者,擲物之遠亦爲 6 倍.所以月之火山噴物之高遠過地球火山所噴者也.

§241. 月之自轉　月繞軸自轉一周,與繞地球一恆星周之時等.所以月向地之面略不變.昔天文家葛立老自製遠鏡窺月面記其狀況,與今所見者同,是月對我之面永未變也.自今以後數千年間,恐仍不能變.月若不自轉,則一恆星周中,地球上當可順次窺見其全部.今則不然,足徵其自轉,每恆星月一周也.月面上任一點經兩星期之白晝,必繼以兩星期之黑夜.

月之自轉似頗難解.今以第一六二圖說明之.圖中圓球位於橫臂之一端,橫臂繞豎柱旋轉.如此之球均謂爲隨橫臂繞豎柱旋轉,而不繞本身之軸自轉,然



第一六二圖



第一六三圖

實際則亦自轉.設以羅盤針代圓球如第一六三圖,當橫臂轉動時,其樞在針下轉動.但針並不轉動,恆保持其有標誌之一端指北.若於前圖球之一面作一標誌,當橫臂轉動時,則見有標誌之面繼續指向羅針之各點.所以球實繞軸自轉,一若在固定之栓上旋轉者然.此球因其聯於橫臂,有兩種不同之行動.一爲移動(Translation),卽如羅針之行動然,帶其重心繞豎柱運行一周.一爲自繞本身之軸（由重心引出與豎柱平行之線）之轉動.

凡物體在自轉時,由其重心向任何點引一直線,其直線必在天空畫一圓圈.其中必能引出一線,所畫之圈爲無窮小,此線卽該物體之軸也.此外並有一組點,由重心引向諸點之直線畫成之圈爲最大之圈,且距軸過之點皆90度.此諸點卽組成該物體之赤道,此乃轉動之意義也.

月之自轉與軌道運行爲同一周期,不能認爲偶然之事.或者由於地攝月面隆起部分,一如地上潮汐之理,使其太陰日與恆星月相合也.

§242. 月之天平動

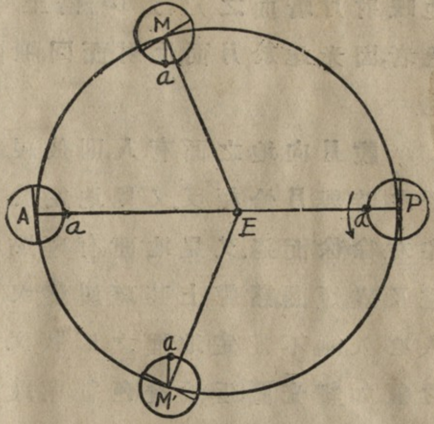
(一)緯天平動　月旋轉之軸不與其軌道垂直,而與黃道成$88\frac{1}{2}$度之角.月之赤道當月在交點時,恆以其邊向地.因地之攝力,月之赤道得以保其傾斜之位置.遂致其軸搖動成一尖錐形,

如地軸之歲差行動然.月赤道與其軌道之斜角等於 $1\frac{1}{2}$ 度加月軌道與黃道之斜度,故其角稍大於 $6\frac{1}{2}$ 度.但月軌道與黃道之斜角時變,所以月軸與其軌道之斜角亦因之時變.因此月軸與白道之傾斜,乃致月向地之方位屢變,亦若地軸對黃道之傾斜所生者然.正當地之北極傾向太陽時,月之北極亦向地球傾斜 $6\frac{1}{2}$ 度.而在月軌道上與此相對之地位月之南極向地球斜 $6\frac{1}{2}$ 度.如此月之二極遞次側向地球謂之緯天平動(Libration in latitude).

月軸因此所生之尖錐搖動,使其白道交點退行於黃道,約19年一周.此天平動之周期爲月自交點起復繞回交點成一周所需之時間,名曰交點周轉(Nodical revolution),其數爲27.21日,較月之恆星周短 2 時38分.

(二)經天平動　月之軌道有偏心,所以月近卑點時行速,而近高點時行緩.在卑點高點半途時月若以平角速度行,應落在實行之後者約 6 度多,亦卽實行之月在平行之月前約 6 度多.月自轉用平速(其變甚小),而行於白道有遲急,所以月面之一點在卑點時正向地,於行至卑點高點半途時(以時論),該點所行之遠不足使其指向地球.此可於第一六四圖見之.因月由卑點起行 $\frac{1}{4}$ 恆星月而至 M 處,以路論實爲多半路.但 a 點僅轉 $\frac{1}{4}$ 路,不足與月地二心聯線 ME 合也.所以吾人得多見西側一部分.依此理在軌道之對面,在高卑點半途時,可多見東側,與西側多見者同大.此東西兩側更番爲吾人所多見,謂之經天平動(Libration in longitude).在高卑點時,此動爲 0.其在任何時之動

量同於角心差,即任何時月之平卑點角與眞卑點角之較也.其最大值約爲 7 度45分.



第一六四圖

經天平動之周期爲月自卑點起復繞回卑點成一周所需之時間,名曰卑點周轉(Anomalistic revolution),其數爲 27.555 日,較月之恆星周期長 5 時36分,較交點周轉長 8 時14分.

卑點周轉之所以長者,因長軸線繼續東行,每 9 年一周也.

(三)日周天平動(Diurnal libration)　此非月之天平動,乃人之動也.然以月對地之方位言,實如月之動也.因月之行動係就地心論之.人在地面,所以當月昇時俯視其西側者約12度(卽月之地平視差),當落時俯視其東側者亦如之.

總計三項天平動,月向地之半面無一定之中點,而半球外二、三度以帶遞次能見之.故吾人所見不止半面,其永不能見之部分約爲月面之$\frac{41}{100}$,永能見部分亦約爲$\frac{41}{100}$,其餘$\frac{18}{100}$爲輪流隱現之部分.

§**243. 地球光映月球**　近新月時,見全月輪爲灰紅色.此部分非日光所能映照,故乃地球映射之光也.此時月見地幾爲滿圓,因在月上見地所現之位相(Phase)一如月所現者,惟盈虛之象彼此相左,地之位相恆適爲月位相之補弧.

因地徑四倍月徑,若地面反光力不變,地映照之光必約13倍於月光.若再計雲雪等影響,全地面必較月更亮.故近新月時,

地映射月暗面之光約 15 倍至 20 倍滿月之光.其所以爲灰紅色者,因光達於月面反射而回,須兩次通過氣層,故如夕陽之色也.

設月向地之面有人,則彼視地如地視月,其徑二度.其朔弦望之時與月恰相反.又見地定於天空略不動,諸星在地之前後左右徐徐而過.又見地面有斑點變化不定,而因貿易風則見赤道及晝短圈諸帶上其斑屢變.又見大洲與海歷代改變,則月中人必久測不能定地面之形狀.又月食時,月中爲日食,則見地面之氣如細光圜,近地邊色紅,稍遠爲淡藍,中包黑地面,其周有雲必見不平狀.

§244. 月球之物理的特性　月球爲星體中最近吾人者.放大力在250至500內之天文儀器能移月球於1000英里至500英里處而觀之.因月上徑大一英里之物體張約 0.86 秒之角,所以用大力天文儀於大氣適宜情形時,能見小於 1 英里直徑之物體,縱短於$\frac{1}{4}$英里之長線或小溪亦可見之.若遠鏡力再加大,如立克之36英寸遠鏡有2500之放大力,能移月至 100 英里處.近有能移月至50英里以內者.若倫敦之一城,在此球上當大如一黑圜.又如徐伯林(Zeppelin)式飛船當大如一針,其動隱約可尋.然吾人於月球絕不見有此等景象.但皮克令謂曾見火山噴裂之徵象.又謂似有種種之區,想爲下等植物,土質似鬆黏可以吸水.又謂有極薄一層之空氣,時且見微雪.彼又指出種種微細變動之象,使人折服.

(一)然有多數事實足徵月球之無空氣,自遠鏡內之月影即可見之.月影之陰影處純是黑色.假使月球上有空氣,則近邊處之日光微折散而使影之邊緣模糊.月上亦不見有雲風等大氣之景象.又若有氣,則日食時因蒙氣差日緣之光必被折由,月邊

外當有一圈光線如金星過日時然,今未嘗見焉.小星近月未至掩時先不見者,乃爲天空中月光所奪,雖在暗邊亦然,不足爲證.日食既時雖十一等小星切月邊尙見也.又若月面有氣,月掩星之時間必因蒙氣差而縮短,使觀測之時間少於由月徑及行速推算之時間.有些觀測家確得有約2秒時之差.若以此全由於大氣作用,則由此而得月面大氣之密度,僅爲吾人大氣之$\frac{1}{2000}$也.然許多著者謂月之大氣不能使氣壓表過$\frac{1}{25}$英寸水銀柱,即不過地面氣壓之$\frac{1}{750}$($30\div750=1\div25$)耳.

空氣之缺乏當有種種奇異之結果.聲浪藉空氣以傳,無空氣斯無聲,縱以流星直撞其面將不聞聲息.又流星之來因無空氣之摩擦,故不能如地球上流星經過空氣時之生光.將無飄浮之塵埃.無臭味,無暮光,無青天,無星光之閃爍,天色將永遠暗黑,星光不絕,無分晝夜.太陽之暈光吾人所偶見而不一見者也,即在日食時亦僅有2時許得見之,今在月上可時時見之.太陽之赤珥亦然.審如是,斷不能有生物,又何有草木繁殖之景乎.

(二)月面無氣蔽護,故受日光處其熱最猛,更甚於地面赤道之午正.而暗處必極冷,更甚於地面之二極.月自轉一周約27日有零,就中14日爲連續之長夜,乃繼之以14日之長晝.故月面各地每半月酷暑,半月嚴寒.若有溼氣,則向日半面必散而移於背日半面.而半月炎荒,半月積霜.惟當光暗之界,疑有水流也.其或一面水蒸化汽,一面汽凝爲水,因各得氣之平,不至盛暑盛寒.然如此則汽乍生乍滅,亦甚微不能測也.

據韓孫(Hansen)云月常一面向地.恐因月體之形非正球,而一面略凸.其凸者與地月二球之聯線相合,而月球之重心與月形之中心不合.果如此,則背地之面未必不能有生物也.試將木

條一端連重物,一端連輕物,當中繫線,執線而旋舞之,則重物必遠人手,輕物必近人手.月之繞地為地攝力所牽而行於其道,如手牽線相同.設月體之質兩面輕重不同,使月形之中心不合於重心,則繞行時重面必背地球.若月面有氣或水或別流質而不足滿全面,則其散流非以形之中心為心,而必以重心為心,故必流向重心之面最低之處.而在此處或成湖海,其大小依流質之多少.其定質之輕者在重心之對面成大州.其重心形心二點之相距即陸地高於海面之數也.設月之重心形心相距約30英里.則其陸地高於海面亦必30英里.所以在地球見之月面,俱必高於背面之海面,而為有山之陸矣.

水必成平面,氣亦相同.月面上之氣必蓋於月面之水上而成大氣.故向地之面雖有氣亦必極薄.況月面之氣少於地面,更當如此.所以月向地之面雖無水迹,而背地之面未必無生物也.地球亦略有如此之狀.地之半球面略盡為陸地,餘半球面略盡為海.可知太平洋正中之下必有重質甚多.故其略對面有印度之高地及崑崙也.此山頂氣之疏密率僅3分海面氣疏密率之一,動物不能生焉.

(三)月之光以性論之,實日光也.其彩色帶與直由日來之彩色帶相同,可為證也.其亮度與日比,則頗難實驗推測.包格(Bouguer)謂為日之$\frac{1}{300000}$,吳辣斯敦(Wollaston)則謂為$\frac{1}{800000}$.然多人所認可者為楚爾諾(Zöllner)之$\frac{1}{618000}$,楚爾諾謂月面之平均反射力(Albedo)為0.174,即月面反射之光約稍多於射入光之$\frac{1}{6}$,故月之光反射力約同於淡色之磨石.

(四)月向日之面甚熱,然當月滿時地面不能覺.用回光鏡映聚其熱,亦不能變寒暑針之度.是月中之熱較日中之熱力甚薄,

疑入地氣上層已消盡,故不能至下層.當月滿時,雲每不多,意其熱能消之也.

羅斯(Rosse)謂滿月所傳於地面之熱量爲日所傳者之$\frac{1}{80000}$,胡慶(Hutchins)於1888年量定爲$\frac{1}{185000}$.

(五)月於14日連續之長夜,其所受之日熱當於此長夜內一齊散失,還其空中固有之寒度.長夜之後繼以長日,日夜之間,更無所謂曙光.次之14日內,烈日照臨,無間介物質之吸收或折散之作用以殺其光熱.然月球面之熱度,則不必因此而暴長.其溫度或竟尙不及冰點.蓋無空氣,熱之放射無阻滯,失散極速.譬如地面上最冷之地卽爲高山之巓,距日固最近,然其受空氣之蔽護亦最少也.至於月球面日中之確實溫度,今尙不能決,或尙低於冰點,或猶高於沸點,均未可知也.

§**245. 月面**　以遠鏡窺月面,見有山有谷,其對日方向山俱生影.影有長短之變,比例悉合.又光暗之界線參差不齊,近此線山影甚長.蓋此線上之地見日出或日入故也.入光面漸深,則其地見日漸高,故影漸短.望時光面正向地,故不見有影.用量微器測其影可推諸山之高.昔有二德人曰比爾(Beer)曰梅特勒(Maedler)以此法測得月中1095山之高,著於冊.最高者約22800英尺〔其近南極之來卜尼疵(Leibnitz)山及豆費爾(Dorfel)山,只能於天平動適宜情形之下得見之,約高25000英尺至30000英尺〕,較南美洲安的斯(Andes)之最高山成波拉索(Chimborazo)更多1400英尺.此山近光界時,其頂先見小光點,亦如地面最高山先得日光也.地上之山多經風霜雨溼,故逐漸剝削,而月山則無剝削,故較永久.

月中多山,而南半尤多,徧月面幾盡山也.山形皆中窪若碗,

口俱正圓.其直徑普通為50英里,大者至150英里以上.其數約有十萬上下,在月邊者視之若橢圓.而山之大者內有小峯矗起,其狀酷肖地面火山.其不同者,山中之火壑甚深,更在月面之下.大率壑之深較山之高恆二、三倍.用最精之遠鏡窺最明晰之火山,能分溫石之層次,且見石汁四面下流,如第一六五圖.用最精

第一六五圖

反光鏡能見月中火山四周凸邊多有裂縫向裏.又月中不見有海,而有大平原,其壤皆類沙土.又有連山散列,其狀為無火山.

月面多火山之壑,大而深,較地面之火山甚偉壯.初似奇異,然依已知月面之事推之,無不合理.蓋火山噴火之力不依球之大小.而攝力全依球之大小.按月體為地球$\frac{1}{6}$,故月面攝力為6分地球面攝力之一.又月地二球之火山內噴出石質之力與速率相同,故月面之石質散開必遠.是以不能再落於壑中,而必散

於壑外.又月面無氣,故噴出之物不若地面有空氣之阻力,故更遠也.

人常疑月面之形必有改變,然自古至今,遠鏡愈精,屢觀月向日向地諸勢,未見其形有改變之證.惟昔時陸爾蠻月圖內之某壑,梅特勒名爲立內(Linne)者,徑約五英里餘而甚深,1866年10月雅典星臺官賜密特(Schmidt)見此壑現成平面,無形迹.1月後最便之時,數次測望,影俱不見,而相近之數小壑乃易見.其不見之故,或謂自下噴出之鎔流質滿壑內而溢出流散,塞其粗毛而成平滑之斜坡,故無影也.

昔卡西尼作月面圖最著名,而羅色佛(Rutherfurd)作之更精,直至近時始有勝之者.此外有陸爾蠻、比爾、梅特勒諸人所作.女士維德用梅特勒圖,參以己測,精心造半月球像.又與奈斯密各造月中火山像甚大.

奈斯密窺測月面極粗毛而似出火之處,作其像,照其相而刻之.韋思敦思得妙理,能使照得月體之圖,觀之不似平面,而似球面,山俱凸出如實體.因月之天平動,故月面之一處有時在中心之一邊,有時在中心之又一邊.此同於月定而人目移動與天平動相等之角,而一次在右,一次在左,觀之也.照相而見爲眞形,即按此理.故擇月之天平動至二邊之時各作一月圖,以二圖同在鏡內觀之能相合而成月體之眞形矣.此如月球在極大人之二目間而見之也.帝拉路以所造大力反光鏡所得之圖,可爲格致內最妙之物,能顯月體之眞形,無以加焉.自1888年作月圖法更行猛進.近時皮克令所作之月圖尤爲完備.

月面上之圜形陷口在英文爲Crater.其平原在英文爲Mare,因昔日皆以爲大海也.

現多以日爲死世界.正以其如此,所以起人興趣.蓋與吾人

以一極好之例,可以預卜地球或其他冷凝球體未來之究竟.吾人不知月球上究有生物與否;惟即使有之,當亦不能十分發達.充其量當亦不過數種下等之植物,散見於一、二多氣之處,日間開放,長夜冰結而已.

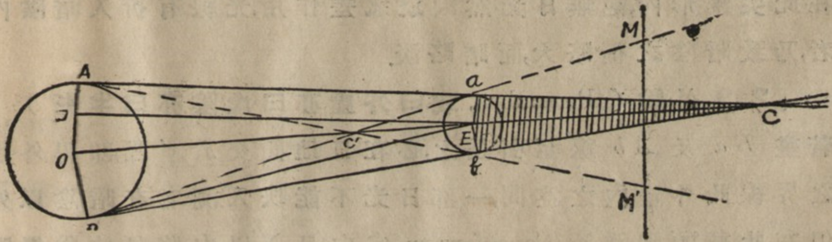
第十七章

日月食及月掩星

§**246. 日月食**(Solar eclipse, lunar eclipse)　食者天體被掩而暗也.月行入地之陰影而有月食.月行至日與測者之間,月之陰影遮蔽測者,而有日食.

§**247. 暗陰**(Umbra, **或曰闇虛亦曰本影**)　若行星間有塵屑,則可見其後必有黑影突出,與之俱行.此暗陰非面形,實體形也.乃日光被行星所阻,不能至之空間也.若以日及他行星爲正圓體,其陰暗必爲尖錐形(Cone).其軸必在日心及行星(有影者)心之聯線上.其尖點必背日,因日恆爲二體之最大者也.

§**248. 地暗陰之大**　暗陰之長頗易於推算.如第一六六圖,OED 及 ECa 爲兩相似三角形,所以 $OD:Ea::OE:EC$. $EC=l$ 爲暗



第一六六圖

陰之長,OD 爲日地半徑較 $=R-r$, $Ea=r$. OE 爲日地距離 $=\Delta$. 乃得

$$l=\Delta\left(\frac{r}{R-r}\right).$$

括弧內之數爲常數,因日地半徑皆已推定也.以數代入得 $\frac{1}{108.5}$.

是以

$$l=\frac{1}{108.5}\Delta.$$

若用日地距之中數(93000000),則 l 爲 857200 英里.此數在中數上下各有14000英里之變異,隨地距日之變而變也.

其尖錐形之半角 ECb 或 ECB 可求之如下法.因 OEB 爲 BEC 三角形之外角,所以

$$OEB=EBC+BCE,$$

卽

$$BCE=OEB-EBC.$$

OEB 乃在地上所見日之視半徑,EBC 爲日上所見地之半徑,卽日之地平視差也.以 S 爲日之視半徑,p 爲日之地平視差,則

$$C\text{ 處之半角}=S-p.$$

$$\text{此半角之正弦}=\frac{r}{l}=\sin(S-p),$$

所以

$$l=\frac{r}{\sin(S-p)}.$$

在此尖錐形內,絕無日光;然因蒙氣差作用,光線有折入暗陰內者,乃致暗陰之徑略大,而暗略淡.

§**249.外陰**（Penumbra,或曰外虛亦曰虛陰亦曰半影）若畫 Ba 及 Ab 線而引長之,必在日地間交於 c' 點,卽得外陰之界線此外陰內之空間,一部日光不能映入.測者在暗陰以外,但在此截頭圓錐形(Cone-frustum,尖向日）以內,將見地爲黑暗之體,掩於日輪之上.此外陰之半角 $EC'A$ 依同樣之推求得爲 $S+p$.

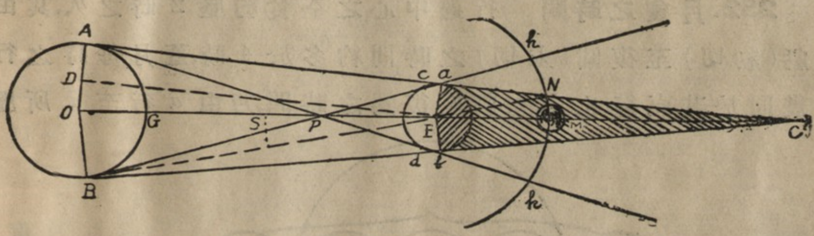
就形論之,暗陰虛陰之界線固甚確定,然以光言之,並不判然.設豎立一屏於 M 處,甚難判別暗陰虛陰之界線.近暗陰邊之虛陰,其黑暗幾同於暗陰.虛陰之外界線,其光尤逐漸模糊,非驟然卽起虛陰也.

§ **250. 月食**　地球暗陰恆背日直向其對點.月食必於望時,因地在日月之間月正近黃道也.然非每望有食,蓋黃白二道斜成約 $5\frac{1}{4}$ 度之角,故望時月去交點甚遠不食也.所以食時甚少,一年中鮮有二次以上者.有時僅過暗陰之或南或北,而不與之接觸.

月食有二種,一爲全食,一爲偏食.全食卽月全體走入暗陰界內,偏食卽月行入暗陰心之或南或北,僅有一部被掩也.

有時月僅入虛陰,是謂虛食.其光之損漸而少,故見者不異尋常也.

§ **251. 地球暗陰在月過處之大小**　如第一六七圖 EC 爲



第一六七圖

857000 英里,月地距中數約爲 239000 英里,則 CM 必爲 618000 英里.MN 爲月過處暗陰之半徑,必爲地半徑之 $\frac{618}{857}$,卽 $MN=$ 2854 英里.故該處暗陰之直徑爲 5700 英里,約爲月徑之 $2\frac{2}{3}$ 倍;然此數之變異甚大,有時竟大過 3 倍,有時竟不及 2 倍.

此數亦可用下法推求.在 ECN 三角形,MEN 爲在地球所見該處暗陰之角半徑(卽弧半徑),但

$$ENa=MEN+ECN,$$

所以

$$MEN=ENa-ECN.$$

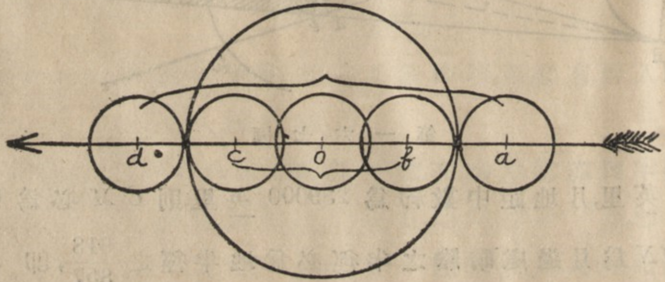
ENa 乃在月所見之地半徑,即月之地平視差也,以 P 代之,ECN 乃 C 處之半角等於 $S-p$. 則得

$$MEN=P+p-S.$$

MEN 角名曰暗陰半徑. P 之中數57分2秒, p 爲8.8秒, S 爲16分2秒,故得 MEN 中數爲41分9秒.月視半徑中數爲15分40秒,故亦得 $2\frac{2}{3}$ 爲月與暗陰半徑之比.

推算月食以用暗陰半徑之角數值爲便,然皆多加其數之 $\frac{1}{60}$,以計地上大氣之影響.故所用者乃 $\frac{61}{60}(P+p-S)$.有些算家用 $\frac{51}{50}$,亦有用 $\frac{76}{75}$ 者.本來暗陰之邊不甚判然,不知何者確也.

§**252. 月食之時間** 行過中心之全食約歷2時之久,其由初虧(初切)至復圓(末切)之時間約多於4時,蓋月每時之行動幾同於其直徑也.由初虧至復圓之時間,乃由 a 行至 d 所歷

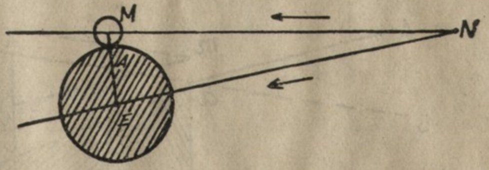


第一六八圖

之時也(如第一六八圖).全食之時間,乃由 b 行至 c 所歷之時也.其非中心食之時間,則隨月徑過暗陰之部分而異.

§**253. 月食限** 月食限乃日月相合成食,日去交點之最大距離也.此距離隨白道斜角而變,隨食時暗陰半徑而變,所以定有最大最小兩食限.若望時日去交點之距離大於最大食限,則無月食;若小於最小食限,則必食.其最大食限爲12度15分,最小

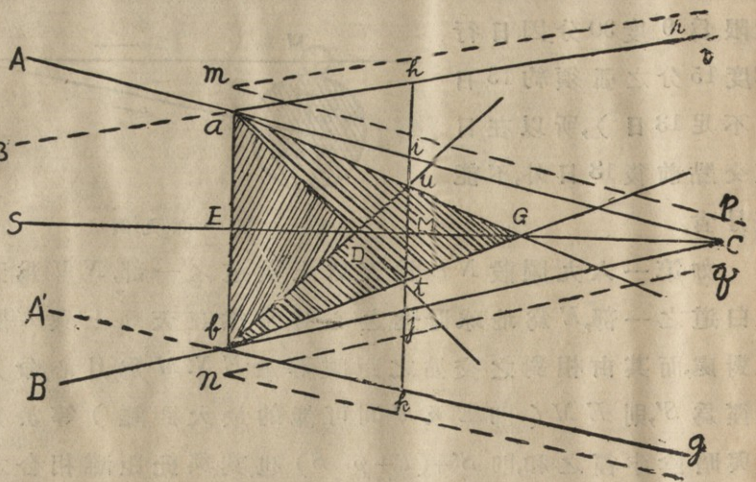
食限爲9度30分.因日行12度15分之弧須約13日(不足13日),所以在日至交點前後13日外,不能有月食.



第一六九圖

如第一六九圖設NE爲天球上黃道之一部,NM爲天球上白道之一部,E爲地球暗陰之心.日當然在天球上與E點正相對處,而其由相對之交點之距離等於EN.M爲月心.命月之半徑爲S',則EM(卽E及M間可能的最大距離)等於月半徑與暗陰半徑之和,卽$S'+(P+p-S)$也.其與此距離相合之食限EN,可由弧三角形MNE推算之.惟只知ME及N角($5\frac{1}{4}$度),尙少一已知數,乃命M角爲直角.此雖非確爲直角,然僅爲推算食限,則如此擬定無關緊要,故EN可得矣.EN幾恆爲EM之11倍,因白道斜角約爲$\frac{1}{11}$半徑角也.

§254. 月全食之現象　月球在入地球暗陰約半小時前,其東邊緣已入虛陰之中.起始覺暗,望之如隔煙,色甚昏黃.迨至月球與暗陰相遇,人目望之,地影之黑界線頗淸楚,因與月之亮光相較也.但以小遠鏡窺之,反形模糊如灰色焉.更以大遠鏡窺之,竟難分辨.所以欲測定暗陰邊界侵至月面何處之確時刻,而無半分鐘之差,洵非易事也.入漸深,光漸損.其食界始易察.在闇虛中,月體往往仍可見之.亦非全黑,似有微光.自月周至心,色不同.近周四、五分,色藍微帶綠,內一層作玫瑰色.又內一層紅銅色,或作熱鐵退紅色.入闇虛最深,則最內一層之色偏於月面.此乃日光透過地面空氣屈折生蒙氣差所致也.如第一七〇圖ACB爲闇虛尖錐fa及bg爲外虛界.皆以過日地二心之CES線爲軸.hMk爲闇虛及外虛之截面.EM爲白道半徑,ES爲日地二心



第一七〇圖

距.若地面無氣,則月在 hi 或 jk 之間,日光爲地球所侵,色必黯淡在 ij 之間,則全爲地球所隱,必全黑無微光.今地全徑 ab 之外有 am 及 bn 之氣,理如凸鏡.故日光透過此氣必生蒙氣差.平常地平蒙氣差爲34分,此則因光正擦地面而過,故內折 2 倍之大爲 1 度 8 分.而從日上邊 A 所出之光,其外界必爲 mp, 其內界必爲 at.從日下邊 B 所出之光,其外界必爲 mr, 其內界必爲 aG.二內界交 EC 軸於 G、D 二點.bn 氣之光仿此.EG 大於白道半徑,ED 小於白道半徑,因蒙氣差大於月之地平視差也.其 a 點所折之光必散蓋 Gat.其在 m 點所折之光,亦散蓋 rmp.其中間各點亦必似之.故月在影時僅成諸外虛,而終不成實闇距地面約4.5英里內氣甚厚.月入闇虛在 ui 或 tj 之間,其光從薄氣來,故見藍綠色.在 ut 之間,其光從厚氣來,故見紅紫色也.然每月食所見微光不同,蓋地之四周或有雲或晴明異也.月在影界內所受折進之光與地球所隔之光比,略如地球外空氣中圜剖面與地球中圜剖面比,故甚小也.又在月面若見地球外空氣內有雲,則

折進之光更減小.若有多雲,則折進之光至月者極少.若地球周圍半有暗雲而半晴,則對晴之處必有紅光進月面闇虛,而有變散之光.若地球周圍全晴,則月面闇虛必甚淸.微光最多時,能令物生影.測以遠鏡,亦能辨月面之各地也.1884年月食時,月面黑暗過甚,目不能見者良久,乃偶然之事.1888年1月28日月食,月面之光不甚暗.皮克令推得其中心全食時之照像力(Photographic power)約爲未食時之$\frac{1}{1400000}$.

§255. 月食之應用

(一)史家編年有用月食日定日之次序者.

(二)有用月食推定經度者.

(三)考察月食之彩色帶可藉以推定地球大氣之組成情況,因此時之光所經過之氣最厚也.

(四)考其不同食分所射之熱,可以推斷月面之吸熱力及溫度.

(五)月食時爲觀測月行過小恆星之惟一機會.在地面各處如此觀測月掩星,可藉以推定月之大小、視差及推定其在測時所佔軌道之準確位置.

§256. 月食之推算及作圖 月食之位相乃地面各處於同時共見之現象(只要月在地平上).故推算各現象所當之格林維基時刻而公佈之,卽已足矣.各測者欲知其本地之時刻,只須改正其經度時數耳,東經則加,西經則減.

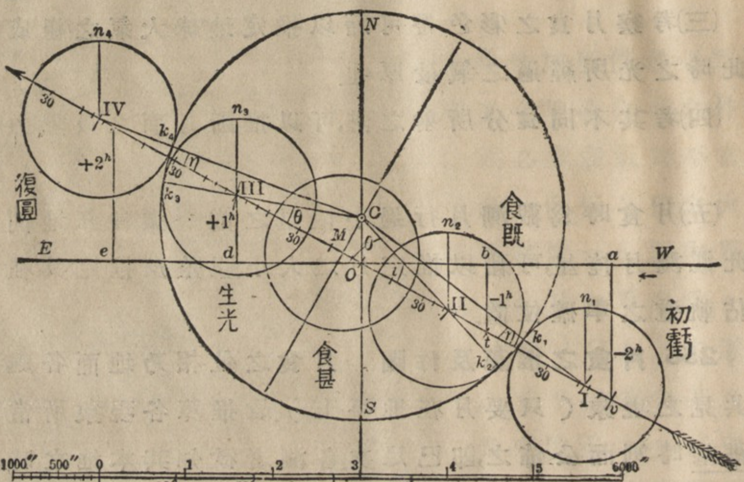
茲以1895年9月3日月食爲例,作其掩食之圖,並推算其時刻.由該年曆書查得所用諸數列下:

日月赤經相對時之格林維基平時爲9月3日17時47分46.6秒.

日之赤緯	$+7°17'2''.5$	月之赤緯	$-7°25'54''.8$
日每時赤緯之行動	$-55''.3$	月每時赤緯之行動	$+13'44''.6$
日每時赤經之行動	$9^s.04$	月每時赤經之行動	$105^s.82$
日之半徑	$15'52''.1$	月之半徑	$14'41''.8$
日之地平視差	$8''.5$	月之地平視差	$53'58''.4$

(一)作圖　圖之尺度以每英寸代1000秒爲最便利,此可使其圖畫於8英寸×10英寸之紙內.其大小已足精確,秒之分數可棄去不用.

(1)繪與暗陰相關之月道　作 EW、NS 兩垂線交於 O 點,如第一七一圖,以爲相對時月心之位置.



第一七一圖

(a)在 EW 平線上量置日月赤經行動之較數,此較數須爲弧之秒數,乘以月之赤緯餘弦化爲大圈之秒數.在此例則爲

$$(105.82-9.04)\times15\times\cos7°25'.9=96.78\times15\times\cos7°25'.9=1439''.5.$$

以此數量置 Ob 及 Od,以其2倍數量置 Oa 及 Oe.

(b)在 b 及 d 點量置赤緯行動較數,此須知日南行時,暗陰

中心必北行也在此例赤緯行動較為

$$13'34''.6-55''.3=824''.6-55''.3=769''.3.$$

此無須化算,因赤緯乃在時圈量計也.在 b 及 d 處,量置豎線等於 769.3 秒.在 a 及 e 處,等於其 2 倍.因月向北行,所以 O 點西之豎線向下,O 點東者向上.

(c)所得四豎線之端點必在過 O 點之直線上,且為日月相對時前後各 1 時及 2 時月心之位置.於此線上作 $\frac{1}{2}$ 時、1 刻及 5 分之標誌.

(2)誌暗陰中心　於 O 點之或南或北量置 OC 等於日月赤緯較數.在此例為

$$7°25'54''.8-7°17'2''.5=8'52''.3=532''.3.$$

在此例向 O 點北量置.因與日心相對之暗陰心有比月較小之南赤緯也.

(3)作暗陰　其半徑為 $(P+p-S)\frac{61}{60}$.在此例為

$$\frac{61}{60}(53'58''.4+8''.5-15'52''.1)=\frac{61}{60}(2294''.8)=2333''.$$

以 C 為心,此數為半徑,作一圈是為暗陰.

(4)在相關月道上誌月與暗陰相切時之心.

(a)以暗陰半徑加月半徑(在此例為 $2333''+882''=3215''$)為半徑,以 C 為心,在相關月道上作兩弧割於 I 及 IV 點,是為初切及終切(外切)月心之位置,亦即初虧及復圓時之月心.

(b)以暗陰半徑減月半徑($2333''-882''=1451''$)為半徑,C 為心,得 II 及 III 兩點,是為內切月心之位置.在 II 及 III 之中間誌 M 點,是為食之中點.以 I、II、M、III、IV 五點為心,作圈,則圖完成矣.然此非所必需也.

(5)以相關月道為時之尺度,讀取相切之時刻　日月相對

時刻(在此例爲17時47.8分)減去讀數是爲二內切之時刻,加讀數是爲二外切之時刻.在此例其得數如下:

I	*II*	中點	*III*	*IV*
$h\ m$	$h\ m$	$h\ m$	$h\ m$	$h\ m$
-1 47.5	-0 41.5	$+0$ 9.5	$+1$ 0.0	$+2$ 7.0
17 47.8	17 47.8	17 47.8	17 47.8	17 47.8
16 00.3	17 06.3	17 57.3	18 47.8	19 54.8
(15 59.9)	(17 06.4)	(17 57.0)	(18 47.5)	(19 53.9)

括弧內之數乃推算之格林維基平時載於曆書者也.

(二)推算

(1)預備用數

(a)月之赤經行動	$105^s.82$	
日之赤經行動	9.04	
較數	96.78	
加半	48.39	
乘10	$1451''.7$	$log.\ 3.16188$
$cos\ 7°25'.9$		$log.\ 9.99633$
$Ob=1439''.5$		$log.\ 3.15821$

(b) $bt=13'44''.6-55''.3=12'49''.3=769''.3.$

(c) $OC=7°25'54''.8-7°17'2''.5=8'52''.3=532''.3.$

(d)暗陰半徑 $=P+p-S.$

P	$53'58''.4$
p	$8\ .5$
	$54'06''.9$
S	$15\ 52\ .1$
	$38\ 14\ .8$
加$\frac{1}{60}$	$38\ .2$
	$r=38\ 53\ .0=2333''.0$

(e)月半徑 $=S=14'41''.8=881''.8.$

(f) $\rho=CI=r+S=3214''.8$.

$\rho'=CII=r-S=1451''.2$.

(g) 日月相對時刻$=17$時47分46.6秒$=17$時47.78分.

(2) 推算相關月道(Obt三角形)求bOt(角i)及每時之軌道行動Ot.

(a) $\tan i=\dfrac{bt}{Ob}$	$769''.3$	$\log$ 2.88610
	1439.5	$\log$ 3.15821
$i=28°07'.3$		$\log\tan$ 9.72789
(b) $Ot=\dfrac{Ob}{\cos i}$		$\log$ 3.15821
		$\log$ 9.94544
每時行動(僅用對數)		$\log$ 3.21277

(3) 推算CM及OM(OCM三角形).

(a) $CM=OC\cos i$	$532''.3$	$\log$ 2.72616
	$\cos i$	$\log$ 9.94544
	$CM=469''.6$	$\log$ 2.67160
(b) $OM=OC\sin i$	$532''.3$	$\log$ 2.72616
	$\sin i$	$\log$ 9.67335
$\log OM$(弧之秒數)		$\log$ 2.39951
以每時行動除之化為時		$\log$ 3.21277
OM(時之時數)$=0^h.1537$		$\log$ 9.18674
$=0^h09^m.22$		

日月相對時刻$=17\ 47.78$

$17\ 57.00=$ 食之正中時刻

(4) 推算MI($=MIV$)及η角及二外切之時刻(MCI三角形).

(a) $\sin\eta=\dfrac{CM}{CI}=\dfrac{469''.6}{3214''.8}$		2.67160
		3.50715
$\eta=8°23'.8$	$\sin\eta$	9.16445

$MI = CI \cos\eta$　　3.50715

$\cos\eta$　　9.99533

(b) $\log MI$（弧之秒數）　　3.50248

以每時行動除之　　3.21277

MI（時之時數）$=1^h.9485=1^h56^m.91$　　0.28971

正中時刻　$=17^h57^m.00$　　$17^h57^m.00$

$-1\ 56\ .91$　　$+1\ 56\ .91$

$I.$　16 00 .09　　$IV.$ 19 53 .91

(5)推算 MII（$=MIII$）及 θ 角及二內切之時刻（$MCII$ 三角形）.

(a) $\sin\theta = \dfrac{CM}{CII} = \dfrac{469''.6}{1451''.2}$　　2.67160

3.16173

$\theta = 18°52'.5$　　$\sin\theta$　　9.50987

(b) $MII = CII \cos\theta$　　$\cos\theta$　　9.97600

3.16173

MII（弧之秒數）　　3.13773

以每時行動除之　　3.21277

MII（時數）$=0^h.841=50^m.46$　　9.92496

正中時刻　$17^h57^m.00$　　$17^h57^m.00$

$-\ \ 50\ .46$　　$+\ \ 50\ .46$

II　17 06 .54　　III　18 47 .46

(6)以 η 角及 θ 角定月緣北點與切點間之月緣弧.

在第一切 $n_1 k_1$ 弧 $=(90°-i)-\eta=53°29'$.

在第二切 $n_2 k_2$ 弧 $=(90°+i)+\theta=137°$.

在第三切 $n_3 k_3$ 弧 $=(90°-i)+\theta=80°45'$.

在第四切 $n_4 k_4$ 弧 $=(90°+i)-\eta=109°44'$.

第一及第三弧由北向東計,而第二及第四弧由北向西計.

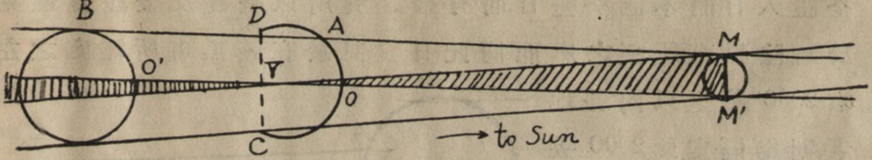
在此推算,假定月在此食時內之行動均勻不變,並不合於實情.若精確觀測其現象,則不能用此假定.然測時分數之小數

亦甚難準確,故如此推算已足用也.

§257. 月暗陰大小及月暗陰之在地面者　用前地暗陰法,僅以月半徑代替地球半徑,即得月暗陰之長爲其去日距離之$\frac{1}{399.55}$.在新月時,其平均數爲232150英里,左右各變4000英里.所以其變在236050至228300英里之間.月暗陰之半角等於在地球所見日半徑之角度即約16分.

因月暗陰長之中數小於月地距之中數(238800英里),所以月暗陰平均不能達至地球.但因月軌道有偏度月地二心距有時近在221600英里以內,即距地面約在217650英里以內.而月暗陰最長時有至236050英里者.所以其暗陰尖端有時過地面18400英里,而地面此時割暗陰處之截面爲167英里,此爲可能之最大數(如圖中O點處).

除月在天頂外,月暗陰之在地面者恆爲蛋圓形,因暗陰斜掃地面也.此蛋圓形之長必大過暗陰之實截面.

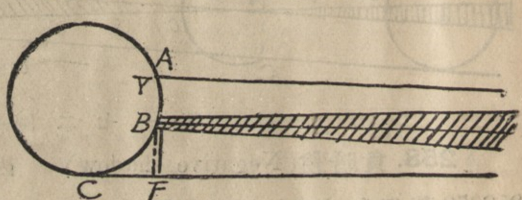


第一七二圖

§258. 負暗陰(Negative shadow)　因月地二心距有時大至252970英里,即月距地面249000英里.而月暗陰有時短至228300英里,所以地球有時如在第一七二圖中O'處之情形.暗陰尖端V不及地面者尚有20700英里.其延長之陰與地面相割處之截面有直徑爲196英里,若該暗陰落於地之邊緣,則其直徑可大至230英里.此延長圓錐體爲地面所截之陰影黑斑,有時名曰負暗陰.

§**259. 全食及金錢食（環食）** 測者在暗陰內居於V點與月之間,見日全食.但測者在V外延長陰錐體內,暗陰尖端正指測者,則將見月全體入日而不能全掩日,周圍有未食之圓圈,是爲金錢食,亦曰環食.全食與環食統稱曰中心食(Central eclipses).環食常遇而全食不常遇,其次數之比約爲3與2之比.

§**260. 虛陰及偏食**(Partial eclipses) 虛陰在CD處(第一七二圖)之直徑約爲月直徑之2倍,因DMV角爲在M所見日之角直徑而約等於在地球所見之月直徑(約爲31分)也.故可以此處虛陰直徑之中數爲4400英里.但地球常在V點外,其截面直徑有時大至4800英里.測者在虛陰內,只能見日之偏食.若近暗陰錐體,則日之大部被月掩.若近虛陰外界,則月僅掩日之邊緣.換言之,尖端侵地則地面有黑斑,繞斑有淡影.在黑斑中全食.在淡影中見食幾分.淡影外不見食.尖僅及地,則尖所過處見食既即生光.尖不及地,則統地面不見食既.尖所指處見月全體入日而不能全掩日,而有金錢食.所以全食及金錢食僅見於暗陰黑斑所經之處.而同此日食見於在該黑斑所經處之左右2000英里以內各地者,則爲偏食.此2000英里係指錐軸垂線上之距離.例如第一七三圖所示,虛陰之落處,沿地面之BC雖在3000英里以上,而BF僅2000英里也.



第一七三圖

§**261. 暗陰之速度及日食時間** 月在軌道上運動每時約行2100英里.若地球無行動,則暗陰即以此速度行過測者.但地球亦向東自轉,與暗陰之行向同,而其赤道處之地面每時約行1040英里.所以測者在赤道上,當月在天頂時,暗陰將以每時約

1060 (2100－1040) 英里之速度行過該地面,此為其最慢之速度

在高緯度處,地球自轉之速度小,暗陰相與之速度較大.若暗陰斜落地面,而其斜角甚大,如日出或日入時所遇之日食,則暗陰順地面前進之速度極高,可至每時4000或5000英里.第一七四圖影線,乃1878年7月日食時月暗陰之行跡.

第一七四圖

近赤道處所見之全日食,當暗陰黑斑具最大直徑(167英里)時,其見全食所歷之時間可為7分58秒之久.而在40度緯度處,其全食之歷時則不足$6\frac{1}{4}$分.月半徑能超過日半徑之數最大僅為1分19秒.在赤道處所見之環食可歷12分24秒之時.其日圜之寬最大為1分37秒.

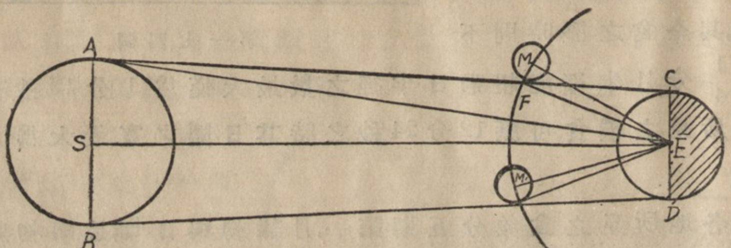
各地所見之食象分五期:第一,月緣初與日切,是曰初虧;第二,月緣在日面內與日切,在全食曰食既,在環食曰環食初時;第三曰食甚,或食中,乃測地去陰錐軸最近之時,在見偏食之地只有食甚之象而無二、三兩切;第四,月緣在日面內再與日切,是為第三切,在全食曰生光,在環食曰環食終時.第五,月緣末次與日切,是為第四切,曰復圓.

日全食之概況(Circumstances of total eclipse)就全地面言分為五期:一曰初虧,乃月之虛陰錐初與地面相切,即地面最先見

食之時也.此時須以格林維基民用時計之,其切點所在地以其經緯示之.二曰中心初食（亦曰中心食甚初起）,乃月陰影軸初與地面相切之時也.其時其地計之示之同上法.三曰地方視午中心食（地方視午中心食甚）,乃地軸與月陰影軸在同一平面內之時也.其時及月陰影軸與地面相遇之點計之示之同上.四曰中心終食（中心食甚終了）,乃月陰影軸末次與地面相切之時也.其時其地計之示之同上.五曰復圓乃月虛陰末次與地面相切之時也.其時其地計之示之同上.一、二、四、五四項乃日全食之四切,自一切至四切歷時約四時餘.

若係日偏食,則月陰影軸不與地面相切,故删去中間三項而代以最大偏食(食甚),此乃地面所見食分最大之時也.其時其地計之示之同上.此象恆於日在地平時遇之.

§262. 日食限　月與 $ACBD$ 錐體（第一七五圖）接觸乃爲日食必需之條件,在此時爲地心所見日月心之角距離嘗爲



第一七五圖

圖內之 MES 角,此角爲 MEF、AES 及 FEA 三角所合成.MEF 等於月之半徑 S',AES 爲日之半徑 S,FEA 爲 CFE 及 FAE 二角之較,而 CFE 爲月之地平視差,FAE 或 CAE 爲日之地平視差.所以 MES 角等於 $S+S'+P-p$.此角之值在 1 度 34 分 13 秒至 1 度 24 分 19 秒之間,隨日月至地之距離而變.茲將推定地月暗陰大小、食限及食之歷時,所用諸數列表於下:

	最大	最小	中數
日之視半徑	16′18″	15′46″	16′02″
月之視半徑	16 46	14 42	15 34
日之地平視差	8.95	8.65	8.80
月之地平視差	61 28	53 55	57 02
月之軌道斜角	5°19	4°57	5° 8 43

日半徑433200英里,地半徑中數3956,月半徑1081.5.

其與MES角相應之日去交點之距離,可照月食限法,推得18度31分及15度21分,是爲日食之最大及最小食限.

月體全在$ACBD$錐體內(如在M'處)爲中心日食之必要條件.若月在M'處,則$M'ES$角將爲$S-S'+P-p$.其相應之最大及最小之中心日食限爲11度50分及9度55分.

§263. 日食之現象　在平時日光照臨於叢枝簇葉之上,映像地面成小圓形.至日已被食,其映像類於彎月矣.迨夫全食之十分鐘前,日色漸黯,僅有邊緣所來之光,呈淡黃色,恍如化學中之石灰光.斯時也,走獸昏亂,飛鳥歸林,溫度低,露始凝.有些測地,見西方地平面上有月影一團,若狂風驟雨飄忽而至,速度之大至可驚駭.月影旣至,日暈日珥乃現,光明之行星亦現,恆星在三等以上者隱約可數.

全食之前總有小部份之日光映於吾人眼簾,光度雖弱,猶難正視.刹那間突變黑暗,人目爲之昏迷,未幾視覺轉銳敏,乃知其黑暗之程度亦不甚劇.凡全食之時間短,若月徑大於日徑不及一分之弧,其時間尙不足二分鐘,日暈及色輪之光尙爲滿月之光之三、四倍,並此時暗陰亦有日光能由周圍折入.故欲觀表面時刻尙覺易易.若爲時較長,而在五、六分鐘之間,則須秉燭矣.

§264. 日食之應用

(一)測全食時四切之時刻,及各位相尖端聯線之方向,以定該時日月相與之位置,而得藉以改正日躔月離之行動表.

(二)日與水星軌道間若有行星,於全食時可能測見之.1828年瓦特申(Watson)謂曾見一星.

(三)量定各不同食分時及全食時光之强度.

(四)觀察日珥日暈.

(五)觀察日外各部之彩色帶.

(六)攝取不同食分之影及日暈之影.

(七)於全食時,攝取恆星之影,以證愛因斯坦之相對論.愛氏學說謂恆星之光近大物體(如日)時,過該體之勢力周圍,必折成曲徑.故彼時所見星之位置,必不同於星實在之位置.測法須先推得日全食時所佔天空之位置.於未食時攝取該部恆星之影.俟日全食時再攝其影,則見該恆星等照耀於暗月輪面之周圍.比較兩次所攝之影,則見其位置前後不同.就理論之,恆星在日全食時應當視若背日外移.而實際恆星所移無論方向及遠近皆不一致,不强取其中數,皆不與預定者相合.然贊助相對論者,皆謂此爲愛氏學說一大證明.雖恆星移動不與預定合,不能即作爲愛氏說之反證;然亦不能即謂此恆星之移動,即爲愛氏學說之確證也.

§265. 日食之推算 日食之推算,因月之地平視差,致使相切之時刻及其食之現象各地不同,所以不能如月食之可單就一地作統一之推算也.並且月在天空其向日心之視行道亦非大圓之一部,即速度亦非一致不變者.

但曆書預推之諸用數各地均可採用,依其地之所在,即可求其各該地之日食情概.白塞爾用數按格林維基平時每隔10分推算一次,列表刊佈,即專應此事之用也.其幾何學之意義及

推算時所用方式如下:

今設一平面通過地心而與月暗陰錐軸相垂成直角,此平面謂之基面,或曰 xy 面.以基面與地球赤道面之交線爲 x 軸,在月上視之此軸正向東指.以地心爲座標之原點,其面上指向北之線與 x 軸相垂者爲 y 軸.其 z 軸與陰錐軸平行,而正指月心.x、y、z 三者皆以地球赤道半徑爲量計之單位.而 x、y 二者卽錐軸穿基面之點之座標值.d 爲錐軸指天球處(命爲 Z 點)之赤緯,卽由月心窺日心在天球上之赤緯也.赤緯分南北,故其正弦有正負,餘弦則皆爲正.u 爲 Z 點在格林維基午線之時角,u、d 卽所以定暗陰之方向者也.l_1 爲基面上虛陰錐之半徑,l_2 爲暗陰錐之半徑.以上諸數合作一表.

f_1 及 f_2 爲虛陰錐及暗陰錐之半頂角.用其正切立數,其變甚緩,故合 x'、y'、u' 三數別作一表.x'、y'、u' 者乃 x、y、u 每歷平時 1 時增減之變數也.皆以對數作表,爲便於閒求取數也.

設 a_m、d_m、r 及 A、D、R 爲月及日之赤經、赤緯及去地心之距離,p 及 P 爲月及日之地平視差,則 Z 點之赤經緯 a 及 d 爲

$$a=A-\frac{b}{1-b}\cos d_m \sec D(a_m-A),$$

$$d=D-\frac{b}{1-b}(d_m-D).$$

式內 $$b=\frac{\sin P}{\sin p}.$$

由是則 u = 在所指時頃之格林維基恆星時 $-a$.

x(指向東爲正)$=r\cos d_m \sin(a_m-A)$,

y(指向北爲正)$=r[\sin d_m \cos d-\cos d_m \sin d \cos(a_m-A)]$,

z(指向月爲正)$=r[\sin d_m \sin d+\cos d_m \cos d \cos(a_m-A)]$,

$$r=\frac{1}{\sin p},$$

$$\tan f_1=\frac{0.00466407}{R(1-b)}=\frac{[7.668765]}{R(1-b)},$$

$$\tan f_2=\frac{0.00464083}{R(1-b)}=\frac{[7.666596]}{R(1-b)},$$

$$l_1=z\ \tan f_1+0.272277,$$

$$l_2=z\ \tan f_2-0.272277.$$

用上式推求每整時之數,再求每分時之變數,則表成矣.

由白塞爾用數推算日食,乃根據於二事實,卽各測地在初虧及復圓時去陰影軸之距離等於虛陰在該測點之半徑.在全食初終（食旣及生光）或環時初終時去陰影軸之距離等於暗陰在該測點之半徑.故推算之目的乃在求此距離及半徑也.其推算之次序及所用之方式如下:

(一)先擬一與所求食象時刻相近之時.以各測地日月赤經相合時之地方平時爲食甚之擬時,由此卽可擬其他食象之近似時,而化爲格林維基平時.旣有擬時,乃推算測地之 x、y、z 三座標之數值.設測地爲 C 點,以 x_C、y_C、z_C 爲其數值以別其餘.x'_C、y'_C、z'_C 爲其每歷平時一分之變數.

i 爲測地之地理經度.格林維基東爲正,西爲負.

l 爲測地之地理緯度.

l' 爲測地之地球屬地心緯度.

ρ 爲測地之地心半徑.

則
$$x_C=\rho\cos l'\sin(u+i),$$
$$y_C=\rho\sin l'\cos d-\rho\cos l'\sin d\cos(u+i),$$
$$z_C=\rho\sin l'\sin d+\rho\cos l'\cos d\cos(u+i).$$

其每分鐘之變數爲

$$x'_C=[7.63983+0.00012(10-\Delta a)]\ \rho\cos l'\cos(u+i),$$

$$y'_C=[7.63983+0.00012(10-\Delta a)]\ x_C\sin d,$$

z'_c 不用.

Δa 乃日之每時行動也, $\rho\cos l'$ 及 $\rho\sin l'$ 乃測地準地球赤道為基線之屬地心座標數值也.依據1911年巴黎會議採用之地球型及其推算之公式,則有

$$\rho\cos l' = F\cos l,$$

及

$$\rho\sin l' = \frac{\sin l}{G}.$$

F 及 G 之對數由下表依測地緯度求之:

表 O. 推算測地屬地心座標數值之用數表

緯度 l	$\log F$		$\log G$	
0°	0.00000		0.00293	
		1		1
5	0.00001		0.00292	
		3		3
10	0.00004		0.00289	
		6		6
15	0.00010		0.00283	
		7		7
20	0.00017		0.00276	
		9		9
25	0.00026		0.00267	
		11		11
30	0.00037		0.00256	
		11		11
35	0.00048		0.00245	
		12		13
40	0.00060		0.00232	
		13		12
45	0.00073		0.00220	
		13		13
50	0.00086		0.00207	
		12		12
55	0.00098		0.00195	
		12		12
60	0.00110		0.00183	
		10		10
65	0.00120		0.00173	
		9		9
70	0.00129		0.00164	
		8		8
75	0.00137		0.00156	
		5		5
80	0.00142		0.00151	
		3		3
85	0.00145		0.00148	
		1		2
90	0.00146		0.00146	

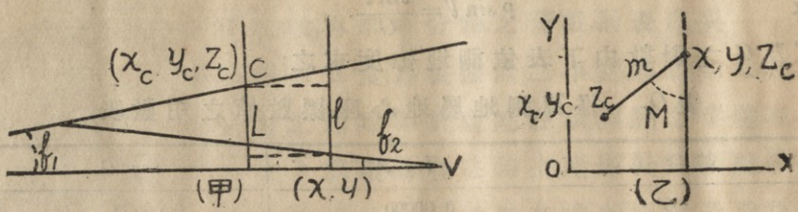
(二)依擬時由用數表取陰錐軸之 x 及 y, 並其每分之變數(即接連兩數較之 $\frac{1}{10}$ 也).以 x' 及 y' 為變數之代號,由表取其對數.

(三)由(一)及(二)推求測地與陰錐軸相關之方位及行動.設自

測地作一平面與基面平行（謂之平行面），z_C 即兩平面之垂直距離也.如以 m 爲在擬時測地在平行面上去陰錐軸之距離，M 爲在擬時由測地所見陰錐之方位角，則由下式推求 m 及 M:

$$m \sin M = x - x_C,$$

$$m \cos M = y - y_C.$$



第一七六圖

如以 n 及 N 爲 m 及 M 之行動，即測地所見陰影心之行動也.則有

$$n \sin N = x' - x'_C,$$

$$n \cos N = y' - y'_C.$$

求在擬時之頃虛陰或暗陰之半徑 L（在虛陰爲 L_1 在暗陰爲 L_2），即陰影在相距 z_C 遠平行面上之半徑也.其方式爲

$$L_1 = l_1 - z_C \tan f_1,$$

$$L_2 = l_2 - z_C \tan f_2.$$

l_1、l_2、f_1、f_2 由白塞爾表取之，z_C 由算得之.

如所擬之時正爲該測地初虧或復圓之時刻，則 $m = L_1$；若正爲全食或環食之初終之時刻，則 $m = L_2$.

假定行動一致不變，即可推求測地行至與陰軸相距之遠等於半徑 L 時所需之時間.用此改正擬時，即得所擬食象之眞實時刻.

若所擬之時不合於食象之眞實時刻，則用下式求其差數

以改正之,由此求得之差數爲時之分數:

$$c=-\frac{m\cos(M-N)}{n}+\frac{L\cos w}{n}.$$

其 w 角由下式求之:

$$\sin w=\frac{m\sin(M-N)}{L}.$$

w 角有二數值.於初虧時,環食初時,或全食生光時,所用 w 角之數值須其餘弦爲負數者.於復圓時,環食終時,或全食食旣時,所用之 w 角數值須其餘弦爲正數者.

若差數 c 大過 2 或 3 分,則須以改正之時作擬時,再行推算,以求其與眞實時刻之差,不出 2 或 3 秒爲止.

食甚(或食中)時刻乃 m 數值爲最小之時,不必爲初虧及復圓之中間時刻也.若爲此食象擬時,則其改正之差數可由下式求之:

$$c=-\frac{m\cos(M-N)}{n}.$$

(四)食分 H 乃在日月二心聯線上,日徑被掩之部分也.其最大數由下式求之,食分以日徑爲計算之單位,

$$H=\frac{L_1-\Delta}{2L_1-0.5459}.$$

式內 $\Delta=\pm m\sin(M-N)$ 而恆用正數.

環食時,月視徑與日視徑之比(即日徑被月掩之分數)由下式求之:

$$F=\frac{0.5459}{2L_1-0.5459}.$$

於食甚時(或食中),在環之最寬部分,日徑未被掩之部分等於 $(1-H)$.在環之最狹部分,日徑未被掩之部分等於 $(H-F)$.

全食時月日視徑之比大於 1,由下式求之:

$$F=\frac{0.5459}{2L_1-0.5459}.$$

於食甚(或食中)時由日緣至月緣之最小距離等於$(H-1)$，最大距離等於$(F-H)$.

(五)切點方位角有自日緣北點向東起算者.如以此角爲P，則

$$P=N+w.$$

有自日緣頂點向東計算者.如以此角爲V,則

$$V=P-Q.$$

式內Q由$\tan Q=\frac{y_c}{x_c}$求之.

Q之正弦數值之代數符號(即爲正或爲負)須與y_c之符號相同

日食圖乃於地圖上圈示地面見食之部分也.其地點及時刻皆用前之方式推就而佈之圖上也.由此圖即可尋取各地初虧及復圓之大概時刻及食分.其虛線乃示格林維基平時每隔1時虛陰錐之外界線所在之處.故該線所過之處,即於所記之初虧或復圓時刻見初虧或復圓.欲知某地於何時見初虧及復圓,即可按其地之經緯度作點於圖上,視其近於何線而比較其時刻.

例如由1932年8月31日日食圖尋取緯度+43度39分及經度−70度15分地所見初虧及復圓時刻,則該地點近於19時初虧線,比其遠近,得爲19時20分.其復圓時刻,因該點在21時及22時復圓線之間,而近於22時,比其遠近,得21時40分.此乃格林維基平時時刻也.若欲知地方時刻,則須改正其經度如下:

	初虧	復圓
格林維基平時	8月31日19時20分	31日21時40分
經度(西經)	4　41	4　41
地方平時	8月31日14時39分	31日16時59分

圖內曲線外之地爲虛陰外界所不到,故皆不見食.其兩端橢圓曲線乃示日出沒時初虧食甚復圓所經之東西界.連兩端之橫貫曲線,乃示初虧復圓所經之南北界也.

德天文家奧樸澈(Th. Von. Oppolzer)於1887年著Canon der Finsternisse (Canon of eclipses)一書,內有自耶紀前1202年起至耶紀後2162年終,8000日食5200月食用數之概值,並繪有日環時及日全食月陰之行徑.第一七七圖係1901年至1950年50年中日全食所經之道.每線之中點乃示食時正當地方午刻,東西兩端則示食時在日出日入時也.

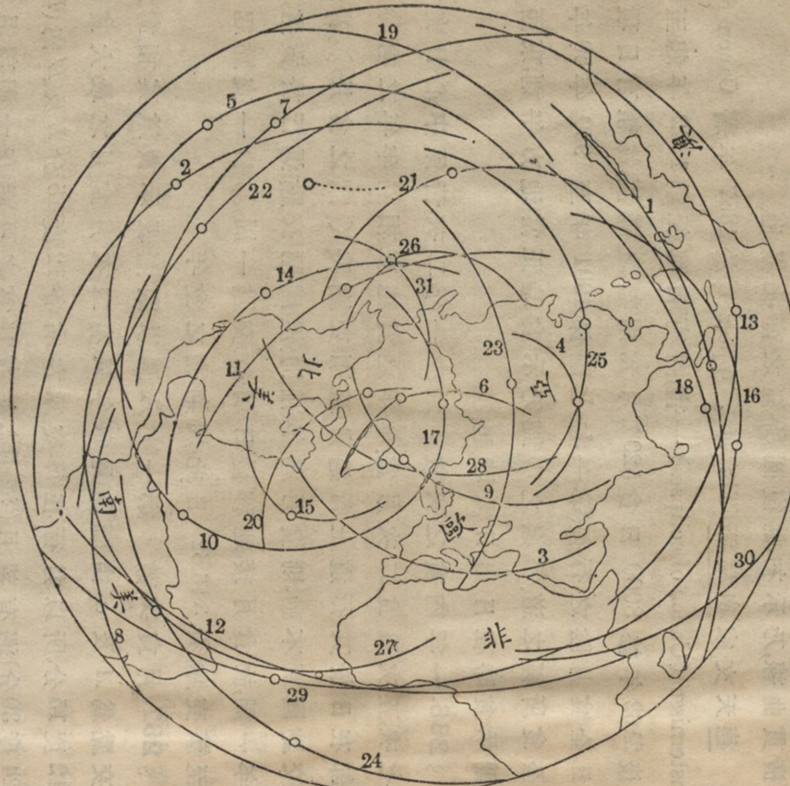
§266. 一年內食之次數 最少一年二次,皆係中心日食.最多七次,五次日食,二次月食.每年之食總在相隔半年之兩時遇之,卽在日於其行道上行過月道兩交點時(謂之食月).若此兩交點固定不動,則食月逐年相同.但因兩交點退行於黃道,約19年一周,故食月接連移變.日周行交點一周,卽自一交點起復回至該交點,須346.62日,此周期謂之食年.

§267. 月食次數 第一七八圖以圓圈表示黃道,其相對之二交點爲A及a.由圖易見每年只有二次月食.月之最大食限爲12度15分,所以月行在每交點左右各12度15分L及L'內(LL'爲24度30分)遇有望月(滿月),始有月食之可能.在一朔望月內日沿黃道行29度6分.而交點於同時內退行1度31分.則日及交點相關之行爲30度37分,卽滿月點在黃道圈上相隔30度37分.所以當日每次行過交點時,於月食限內,只能遇有一次滿月也.

因月食之最小限爲9度30分,所以當日在交點時,其與此時相近之滿月極易不在此最小時限內,而致年內無月食也.

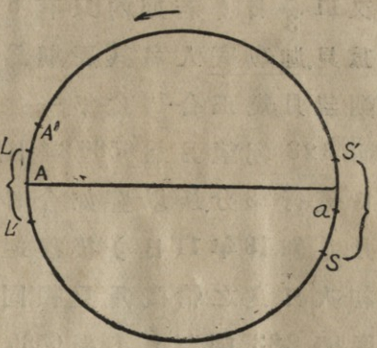
然在一年內亦有三次月食之可能.如第一次月食約在正

號	年	月	日
1	1901	5	18
2	1904	9	9
3	1905	8	30
4	1907	1	14
5	1908	1	3
6	1909	7	17
7	1911	6	28
8	1912	10	10
9	1914	6	21
10	1916	2	3
11	1916	6	8
12	1919	5	29
13	1922	11	22
14	1923	9	10
15	1925	1	24
16	1926	1	14
17	1927	6	29
18	1929	5	9
19	1930	1	21
20	1932	8	31
21	1934	2	14
22	1934	6	8
23	1936	6	19
24	1940	4	1
25	1941	9	21
26	1943	2	4
27	1944	1	25
28	1945	7	9
29	1947	5	20
30	1948	11	1
31	1950	9	12



第一七七圖

月一日,日約在此時行過交點,其第二次月食可約在6月25日,在其相對之交點 a 處.其交點 A 於一年內退行至 A',遂致日約於12月13日再行追及,而成第三月食.1852年末及1898年末均有第三月食.



第一七八圖

§268. 日食次數　在日食,則有不能免者二次.2倍最小日食限(15度21分)爲30度42分,大過日在1月內之行程.所以至少有一次新月落在交點限內,有時竟有二次,因 SS' 恆大於接連兩次滿月相隔之距離也.若在兩食月內之兩新月落於極近於交點之處,則其前後14日之兩滿月或竟全落在月食限外.在此情境時,該年只有兩食,且全爲中心日食,1904年是其例也.

若年內正當日極近交點之時有兩滿月,則因日食最大限爲18度31分,每一次月食能有或常有兩次日偏食,一在月食之14日前,一在月食之14日後.是該年每食月內有三次食,共有六次食,二次月食及四次日食也.若日約在正月15日行過交點,則在年末尚能有第五次日食.是一年內有七次食者,而1823年卽其例也.1935年亦如此.惟每年食數以四次或五次爲常.

§269. 日月食數之比　以地球整個計之,日食數爲多.與月食比,約爲4與3之比.然若以某一地點計之,則不如此矣.日食只能見於地面之有限部分,而月食可見於大半球,縱不能見其食之全體,亦能或見其初虧,或見其復圓.所以就地點論之,月日食數之比,尚大於前比之反數,卽大於3比4也.

§270. 食之再見及再食周期　古時卽已明瞭日食以18年

又11$\frac{1}{3}$日(若期內只有5次閏年則爲10$\frac{1}{3}$日)之周期輪流重見.迦勒底人名其周期爲沙羅,即重復之意也.此周期爲223朔望月,幾正合19食年.一食年爲346.6201日,19倍之爲6585.78日.而223朔望月爲6585.32日.其較僅爲$\frac{46}{100}$日,約爲11時.於此時日僅行28分.所以譬如今日朔日見日食正在交點,於223朔望月(即18年11日)後復遇朔日,而日僅在其交點西28分,遂致初次日食之情概重見相同也.惟見於原地之西約隔8時之經度,因223朔望月多過6585日一日之100分32也,即多過7時42分也.是以每18年又11日中間,有若干日月食,食之時,食分之深淺,次第,略相同也.例如1878年之四次食,2月2日爲日環食,2月17日爲月偏食,7月29日爲日全食,8月12日爲月偏食.於1896年其相當之食見於2月13日,2月18日,8月9日,8月23日.日食之情概略相同而相隔18年11日.

§**271. 食之重見次數** 通常所謂周而重見者,乃指某定食而言也.如1846年4月,1864年5月,1882年5月,1900年5月,1918年6月,1936年6月,1954年7月,1972年7月,及2008年8月之日全食,皆係同一日食重見也.月食之如此重見者48次或49次.始則爲甚淺之偏食,食時日約在交點東12度.18年後重見時,則稍深.13或14次重見後,日將至交點而爲全月食矣.自是以後,即以全食重見22次或23次.後此再爲偏食,每次重見時,食分遞減,以至於無.如此某一月食歷223朔望月重見一次,歷865$\frac{1}{2}$年其食分變幻一周.

日食亦如此,惟因日食限大於月食限,同一日食須68次至75次重見變幻一周,歷時1260餘年.在此次數中,有25次僅爲偏食,日極近食限,以至陰軸不能及地.在期之中間,有45次係中心食,其18次爲全食,27次爲環食.

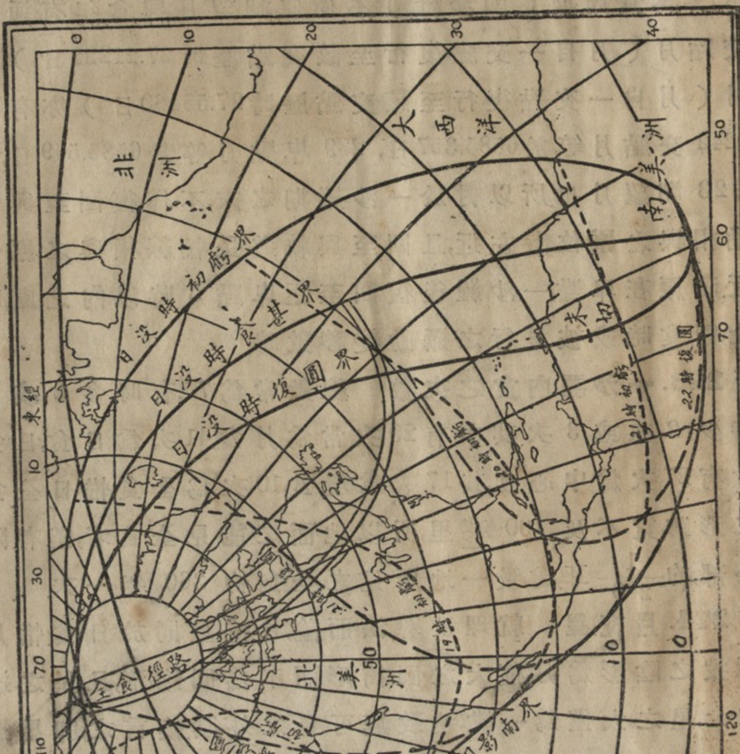
§272. **再食周期與交點月及卑點月有通約性**(Commensurability) 再食周期（即沙羅）不僅使朔望月與食年有通約性,與交點月（月自一交點復行至該交點歷時27.21222日）及卑點月（月自一交點復行至該交點歷時27.55460日）亦有通約性. 242 交點月等於6585.357日, 239 卑點月等於6585.549日,皆等於 223 朔望月也.所以月於一沙羅期之末,不僅復回至與日及交點相與之原位置左近,且回至與軌道長軸線相與之原位置左近.若原在卑點,一沙羅後復回至距卑點 5 時以內之處,若不如此,則食時或被月行之攝動變移數時.

§273. **一沙羅內食之次數** 總數常為70,有時多 2 或 3 次,有時少 2 次或 3 次.其中有29次常為月食,41次為日食,日食之次數有27次為中心食,其17次為環食,10次為全食.惟日全食暗陰之形跡寬不及 100 英里,所以地面之能見全食者,僅有限之一小部,約$\frac{1}{200}$耳.遂致一地所見之全食約 360 年一次.

§274. **月掩星** 就理及算法而論,月掩星同於日食.惟月因星所投之陰影為月徑大之圓筒形而不為圓錐形,且星之遠為無窮大,星之大僅為一點,遂致無可見之外陰.換言之,即星無視差,無半徑差,所以使算式變簡.

因月向東行,故星隱於月之東緣而重現於月西緣.在上半月,月之東緣黑暗不為人見,星之被掩忽然而沒.星之忽然而沒,忽然而現,乃月面無氣之佐證也.藉月掩星可確測月之位置,所以在各地測月掩星為定各地經度較之良法也.

1932年八月三十一日全食日食圖



(圖中初虧復圓時刻乃八月三十一日格林維基地方平時)